



VOL. 2

# FÍSICA

## PARA CIENTISTAS E ENGENHEIROS

### OSCILAÇÕES, ONDAS E TERMODINÂMICA

JOHN W. JEWETT, JR. • RAYMOND A. SERWAY

TRADUÇÃO DA 8ª EDIÇÃO  
NORTE-AMERICANA

# FÍSICA

PARA CIENTISTAS  
E ENGENHEIROS

TRADUÇÃO DA 8ª EDIÇÃO  
NORTE-AMERICANA



VOL. 2

## OSCILAÇÕES, ONDAS E TERMODINÂMICA

JOHN W. JEWETT, JR. • RAYMOND A. SERWAY

Este livro tem dois objetivos principais: fornecer ao estudante uma apresentação clara e lógica dos conceitos e princípios básicos da Física, e fortalecer a compreensão de conceitos e princípios por meio de uma vasta gama de aplicações interessantes no mundo real.

Para atingir esses objetivos, os autores enfatizam argumentos físicos e metodologia de resolução de problemas. Ao mesmo tempo, tentam motivar o estudante por meio de exemplos práticos que demonstram o papel da Física em outras disciplinas, entre elas, Engenharia, Química e Medicina.

Recursos como exemplos resolvidos, testes rápidos, um conjunto extenso de problemas, revisão de conceitos e equações, entre outros, conferem à obra os esforços dos autores em apresentar recursos pedagógicos que ajudem no processo de ensino-aprendizagem. Escrito em estilo claro, lógico e atrativo, *Física para cientistas e engenheiros, Volume 2*, fundamenta algumas de suas características nas experiências dos autores e nas tendências atuais do ensino científico. É o guia principal do estudante para a compreensão e aprendizagem do tema.

### Aplicações

Pode ser utilizado como livro-texto nos cursos introdutórios de Física e para os próprios cursos de Bacharelado e Licenciatura em Física, Matemática e Química, Engenharias e Ciência da Computação. Também pode ser utilizado por aqueles que desejam atualizar-se sobre o conhecimento desta fantástica ciência que é a Física.



Para suas soluções de curso e aprendizado,  
visite [www.cengage.com.br](http://www.cengage.com.br)

ISBN 13 978-85-221-1336-1  
ISBN 10 85-221-1336-X



9 788522 113361

# Cartela Pedagógica Colorida

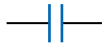
## Mecânica e Termodinâmica

|                                                                      |                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Vetores deslocamento e posição                                       |                                                                                                 |
| Componente de vetores deslocamento e posição                         |                                                                                                 |
| Vetores velocidade linear ( $\vec{v}$ ) e angular ( $\vec{\omega}$ ) |                                                                                                 |
| Componente de vetores velocidade                                     |                                                                                                 |
| Vetores força ( $\vec{F}$ )                                          |                                                                                                 |
| Componente de vetores força                                          |                                                                                                 |
| Vetores aceleração ( $\vec{a}$ )                                     |                                                                                                 |
| Componente de vetores aceleração                                     |                                                                                                 |
| Setas de transferência de energia                                    | <br> $W_{maq}$ |
|                                                                      | <br> $Q_f$     |
|                                                                      | <br> $Q_q$     |
| Seta de processo                                                     |                                                                                                |

|                                                              |                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Vetores momento linear ( $\vec{p}$ ) e angular ( $\vec{L}$ ) |                                                                                         |
| Componente de vetores momento linear e angular               |                                                                                         |
| Vetores torque $\vec{\tau}$                                  |                                                                                         |
| Componente de vetores torque                                 |                                                                                         |
| Direção esquemática de movimento linear ou rotacional        | <br> |
| Seta dimensional de rotação                                  |                                                                                         |
| Seta de alargamento                                          |                                                                                         |
| Molas                                                        |                                                                                         |
| Polias                                                       |                                                                                        |

## Eletricidade e Magnetismo

|                                            |                                                                                     |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Campos elétricos                           |  |
| Vetores campo elétrico                     |  |
| Componentes de vetores campo elétrico      |  |
| Campos magnéticos                          |  |
| Vetores campo magnético                    |  |
| Componentes de vetores campo magnético     |  |
| Cargas positivas                           |  |
| Cargas negativas                           |  |
| Resistores                                 |  |
| Baterias e outras fontes de alimentação DC |  |
| Interruptores                              |  |

|                     |                                                                                       |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Capacitores         |  |
| Indutores (bobinas) |  |
| Voltímetros         |  |
| Amperímetros        |  |
| Fontes AC           |  |
| Lâmpadas            |  |
| Símbolo de terra    |  |
| Corrente            |  |

## Luz e Óptica

|                     |                                                                                     |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Raio de luz         |  |
| Raio de luz focado  |  |
| Raio de luz central |  |
| Lente convexa       |  |
| Lente côncava       |  |

|               |                                                                                       |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Espelho       |  |
| Espelho curvo |  |
| Corpos        |  |
| Imagens       |  |

## Algumas constantes físicas

| Quantidade                     | Símbolo                             | Valor <sup>a</sup>                                                                                                              |
|--------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Unidade de massa atômica       | u                                   | $1,660538782(83) \times 10^{-27} \text{ kg}$<br>$931,494028(23) \text{ MeV}/c^2$                                                |
| Número de Avogadro             | $N_A$                               | $6,02214179(30) \times 10^{23} \text{ partículas/mol}$                                                                          |
| Magneton de Bohr               | $\mu_B = \frac{e \hbar}{2m_e}$      | $9,27400915(23) \times 10^{-24} \text{ J/T}$                                                                                    |
| Raio de Bohr                   | $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 k_e}$ | $5,2917720859(36) \times 10^{-11} \text{ m}$                                                                                    |
| Constante de Boltzmann         | $k_B = \frac{R}{N_A}$               | $1,3806504(24) \times 10^{-23} \text{ J/K}$                                                                                     |
| Comprimento de onda Compton    | $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$       | $2,4263102175(33) \times 10^{-12} \text{ m}$                                                                                    |
| Constante de Coulomb           | $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$    | $8,987551788 \dots \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \text{ (exato)}$                                           |
| Massa do dêuteron              | $m_d$                               | $3,34358320(17) \times 10^{-27} \text{ kg}$<br>$2,013553212724(78) \text{ u}$                                                   |
| Massa do elétron               | $m_e$                               | $9,10938215(45) \times 10^{-31} \text{ kg}$<br>$5,4857990943(23) \times 10^{-4} \text{ u}$<br>$0,510998910(13) \text{ MeV}/c^2$ |
| Elétron-volt                   | eV                                  | $1,602176487(40) \times 10^{-19} \text{ J}$                                                                                     |
| Carga elementar                | $e$                                 | $1,602176487(40) \times 10^{-19} \text{ C}$                                                                                     |
| Constante dos gases perfeitos  | $R$                                 | $8,314472(15) \text{ J/mol} \cdot \text{K}$                                                                                     |
| Constante gravitacional        | $G$                                 | $6,67428(67) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$                                                            |
| Massa do nêutron               | $m_n$                               | $1,674927211(84) \times 10^{-27} \text{ kg}$<br>$1,00866491597(43) \text{ u}$<br>$939,565346(23) \text{ MeV}/c^2$               |
| Magneton nuclear               | $\mu_n = \frac{e \hbar}{2m_p}$      | $5,05078324(13) \times 10^{-27} \text{ J/T}$                                                                                    |
| Permeabilidade do espaço livre | $\mu_0$                             | $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \text{ (exato)}$                                                                |
| Permissividade do espaço livre | $\epsilon_e = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  | $8,854187817 \dots \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \text{ (exato)}$                                       |
| Constante de Planck            | $h$                                 | $6,62606896(33) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$                                                                       |
|                                | $\hbar = \frac{h}{2\pi}$            | $1,054571628(53) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$                                                                      |
| Massa do próton                | $m_p$                               | $1,672621637(83) \times 10^{-27} \text{ kg}$<br>$1,00727646677(10) \text{ u}$<br>$938,272013(23) \text{ MeV}/c^2$               |
| Constante de Rydberg           | $R_H$                               | $1,0973731568527(73) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$                                                                                |
| Velocidade da luz no vácuo     | $c$                                 | $2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ (exato)}$                                                                            |

*Observação:* Essas constantes são os valores recomendados em 2006 pela CODATA com base em um ajuste dos dados de diferentes medições pelo método de mínimos quadrados. Para uma lista mais completa, consulte P. J. Mohr, B. N. Taylor e D. B. Newell, “CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2006”. *Rev. Mod. Fis.* **80**:2, 633-730, 2008.

<sup>a</sup> Os números entre parênteses nesta coluna representam incertezas nos últimos dois dígitos.

## Dados do Sistema Solar

| Corpo               | Massa (kg)             | Raio médio (m)     | Período (s)         | Distância média a partir do Sol (m) |
|---------------------|------------------------|--------------------|---------------------|-------------------------------------|
| Mercúrio            | $3,30 \times 10^{23}$  | $2,44 \times 10^6$ | $7,60 \times 10^6$  | $5,79 \times 10^{10}$               |
| Vênus               | $4,87 \times 10^{24}$  | $6,05 \times 10^6$ | $1,94 \times 10^7$  | $1,08 \times 10^{11}$               |
| Terra               | $5,97 \times 10^{24}$  | $6,37 \times 10^6$ | $3,156 \times 10^7$ | $1,496 \times 10^{11}$              |
| Marte               | $6,42 \times 10^{23}$  | $3,39 \times 10^6$ | $5,94 \times 10^7$  | $2,28 \times 10^{11}$               |
| Júpiter             | $1,90 \times 10^{27}$  | $6,99 \times 10^7$ | $3,74 \times 10^8$  | $7,78 \times 10^{11}$               |
| Saturno             | $5,68 \times 10^{26}$  | $5,82 \times 10^7$ | $9,29 \times 10^8$  | $1,43 \times 10^{12}$               |
| Urano               | $8,68 \times 10^{25}$  | $2,54 \times 10^7$ | $2,65 \times 10^9$  | $2,87 \times 10^{12}$               |
| Netuno              | $1,02 \times 10^{26}$  | $2,46 \times 10^7$ | $5,18 \times 10^9$  | $4,50 \times 10^{12}$               |
| Plutão <sup>a</sup> | $1,25 \times 10^{22}$  | $1,20 \times 10^6$ | $7,82 \times 10^9$  | $5,91 \times 10^{12}$               |
| Lua                 | $7,35 \times 10^{22}$  | $1,74 \times 10^6$ | —                   | —                                   |
| Sol                 | $1,989 \times 10^{30}$ | $6,96 \times 10^8$ | —                   | —                                   |

<sup>a</sup> Em agosto de 2006, a União Astronômica Internacional adotou uma definição de planeta que separa Plutão dos outros oito planetas. Plutão agora é definido como um “planeta anão” (a exemplo do asteroide Ceres).

### Dados físicos frequentemente utilizados

|                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| Distância média entre a Terra e a Lua | $3,84 \times 10^8$ m                 |
| Distância média entre a Terra e o Sol | $1,496 \times 10^{11}$ m             |
| Raio médio da Terra                   | $6,37 \times 10^6$ m                 |
| Densidade do ar (20 °C e 1 atm)       | $1,20$ kg/m <sup>3</sup>             |
| Densidade do ar (0 °C e 1 atm)        | $1,29$ kg/m <sup>3</sup>             |
| Densidade da água (20 °C e 1 atm)     | $1,00 \times 10^3$ kg/m <sup>3</sup> |
| Aceleração da gravidade               | $9,80$ m/s <sup>2</sup>              |
| Massa da Terra                        | $5,97 \times 10^{24}$ kg             |
| Massa da Lua                          | $7,35 \times 10^{22}$ kg             |
| Massa do Sol                          | $1,99 \times 10^{30}$ kg             |
| Pressão atmosférica padrão            | $1,013 \times 10^5$ Pa               |

*Observação:* Esses valores são os mesmos utilizados no texto.

### Alguns prefixos para potências de dez

| Potência   | Prefixo | Abreviação | Potência  | Prefixo | Abreviação |
|------------|---------|------------|-----------|---------|------------|
| $10^{-24}$ | iocto   | y          | $10^1$    | deca    | da         |
| $10^{-21}$ | zepto   | z          | $10^2$    | hecto   | h          |
| $10^{-18}$ | ato     | a          | $10^3$    | quilo   | k          |
| $10^{-15}$ | fento   | f          | $10^6$    | mega    | M          |
| $10^{-12}$ | pico    | p          | $10^9$    | giga    | G          |
| $10^{-9}$  | nano    | n          | $10^{12}$ | tera    | T          |
| $10^{-6}$  | micro   | μ          | $10^{15}$ | peta    | P          |
| $10^{-3}$  | mili    | m          | $10^{18}$ | exa     | E          |
| $10^{-2}$  | centi   | c          | $10^{21}$ | zeta    | Z          |
| $10^{-1}$  | deci    | d          | $10^{24}$ | iota    | Y          |

*Abreviações e símbolos padrão para unidades*

| Símbolo | Unidade                   | Símbolo  | Unidade    |
|---------|---------------------------|----------|------------|
| A       | ampère                    | K        | kelvin     |
| u       | unidade de massa atômica  | kg       | quilograma |
| atm     | atmosfera                 | kmol     | quilomol   |
| Btu     | unidade térmica britânica | L ou l   | litro      |
| C       | coulomb                   | Lb       | libra      |
| °C      | grau Celsius              | Ly       | ano-luz    |
| cal     | caloria                   | m        | metro      |
| d       | dia                       | min      | minuto     |
| eV      | elétron-volt              | mol      | mol        |
| °F      | grau Fahrenheit           | N        | newton     |
| F       | faraday                   | Pa       | pascal     |
| pé      | pé                        | rad      | radiano    |
| G       | gauss                     | rev      | revolução  |
| g       | grama                     | S        | segundo    |
| H       | henry                     | T        | tesla      |
| h       | hora                      | V        | volt       |
| hp      | cavalo de força           | W        | watt       |
| Hz      | hertz                     | Wb       | weber      |
| pol.    | polegada                  | yr       | ano        |
| J       | joule                     | $\Omega$ | ohm        |

*Símbolos matemáticos usados no texto e seus significados*

| Símbolo                         | Significado                                                |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------|
| =                               | igual a                                                    |
| $\equiv$                        | definido como                                              |
| $\neq$                          | não é igual a                                              |
| $\propto$                       | proporcional a                                             |
| $\sim$                          | da ordem de                                                |
| $>$                             | maior que                                                  |
| $<$                             | menor que                                                  |
| $>>(<<)$                        | muito maior (menor) que                                    |
| $\approx$                       | aproximadamente igual a                                    |
| $\Delta x$                      | variação em $x$                                            |
| $\sum_{i=1}^N x_i$              | soma de todas as quantidades $x_i$ de $i = 1$ para $i = N$ |
| $ x $                           | valor absoluto de $x$ (sempre uma quantidade não negativa) |
| $\Delta x \rightarrow 0$        | $\Delta x$ se aproxima de zero                             |
| $\frac{dx}{dt}$                 | derivada $x$ em relação a $t$                              |
| $\frac{\partial x}{\partial t}$ | derivada parcial de $x$ em relação a $t$                   |
| $\int$                          | integral                                                   |

# Física

para cientistas e engenheiros

Volume 2 ■ Oscilações,  
ondas e termodinâmica

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Serway, Raymond A.

Física para cientistas e engenheiros, volume 2 :  
oscilações, ondas e termodinâmica / Raymond A. Serway,  
John W. Jewett Jr., com contribuições de Vahé  
Peroomian ; tradução EZ2 Translate ; revisão  
técnica Carlos Roberto Grandini. -- São Paulo :  
Cengage Learning, 2011.

Titulo original: Physics for scientists &  
engineers.

8. ed. norte-americana.

ISBN 978-85-221-1336-1

1. Física 2. Mecânica 3. Termodinâmica

I. Jewett Jr, John W.. II. Peroomian, Vahé.

III. Grandini, Carlos Roberto. IV. Título.

11-08321

CDD-530

**Índice para catálogo sistemático:**

1. Física 530



# Física

## para cientistas e engenheiros

### Volume 2 ■ Oscilações, ondas e termodinâmica

*Tradução da oitava edição norte-americana*

**John W. Jewett, Jr.**

*Professor Emérito, California State Polytechnic University, Pomona*

**Raymond A. Serway**

*Professor Emérito, James Madison University*

Com contribuições de Vahé Perroomian, *University of California, Los Angeles*

*Tradução: EZ2 Translate*

*Revisão técnica: Carlos Roberto Grandini*

Professor titular do Departamento de Física da Unesp, campus de Bauru



**Física para cientistas e engenheiros****Volume 2 – Oscilações, ondas e termodinâmica****Tradução da 8ª edição norte-americana****John W. Jewett, Jr.; Raymond A. Serway**

Gerente editorial: Patrícia La Rosa

Supervisora editorial: Noelma Brocanelli

Supervisora de produção gráfica: Fabiana Alencar Albuquerque

Editora de desenvolvimento: Gisela Carnicelli

Título original: *Physics for Scientists and Engineers*  
Vol. 2 (ISBN 13: 978-1-4390-4876-4)

Tradução: EZ2 Translate

Revisão técnica: Carlos Roberto Grandini

Copidesque: Bel Ribeiro

Revisão: Cristiane Mayumi Morinaga e Henrique Z. de Sá

Diagramação: PC Editorial Ltda.

Pesquisa Iconográfica: Ícone Comunicação

Capa: MSDE/Manu Santos Design

© 2010 por Raymond A. Serway

© 2012 Cengage Learning Edições Ltda.

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte deste livro poderá ser reproduzida, sejam quais forem os meios empregados, sem a permissão, por escrito, da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Esta editora empenhou-se em contatar os responsáveis pelos direitos autorais de todas as imagens e de outros materiais utilizados neste livro. Se porventura for constatada a omissão involuntária na identificação de algum deles, dispomo-nos a efetuar, futuramente, os possíveis acertos.

Para informações sobre nossos produtos, entre em contato pelo telefone **0800 11 19 39**

Para permissão de uso de material desta obra,  
envie seu pedido para  
**direitosautorais@cengage.com**

© 2012 Cengage Learning. Todos os direitos reservados.

ISBN-13: 978-85-221-1336-1

ISBN-10: 85-221-1336-X

**Cengage Learning**

Condomínio E-Business Park

Rua Werner Siemens, 111 – Prédio 20 – Espaço 04

Lapa de Baixo – CEP 05069-900 – São Paulo – SP

Tel.: (11) 3665-9900 – Fax: (11) 3665-9901

SAC: 0800 11 19 39

Para suas soluções de curso e aprendizado, visite  
**www.cengage.com.br**

Impresso no Brasil.

*Printed in Brazil.*

1 2 3 4 5 6 7 15 14 13 12

# Sumário

## Parte 1

### Oscilações e ondas mecânicas 1

---

#### 1 Movimento oscilatório 2

- 1.1 Movimento de um corpo preso a uma mola 3
- 1.2 Modelo de análise: partícula em movimento harmônico simples 4
- 1.3 Energia do oscilador harmônico simples 10
- 1.4 Comparação entre movimento harmônico simples e movimento circular uniforme 13
- 1.5 O pêndulo 15
- 1.6 Oscilações amortecidas 19
- 1.7 Oscilações forçadas 20

#### 2 Movimento ondulatório 32

- 2.1 Propagação de uma perturbação 33
- 2.2 Modelo de análise: ondas progressivas 36
- 2.3 A velocidade de ondas transversais em cordas 40
- 2.4 Reflexão e transmissão 43
- 2.5 Taxa de transferência de energia por ondas senoidais em cordas 44
- 2.6 A equação de onda linear 46

#### 3 Ondas sonoras 55

- 3.1 Variações de pressão em ondas sonoras 56
- 3.2 Velocidade escalar de ondas sonoras 58
- 3.3 Intensidade das ondas sonoras periódicas 59
- 3.4 O efeito Doppler 64

#### 4 Superposição e ondas estacionárias 77

- 4.1 Modelo de análise: ondas em interferência 78
- 4.2 Ondas estacionárias 81
- 4.3 Modelo de análise: ondas sob condições limite 84
- 4.4 Ressonância 88
- 4.5 Ondas estacionárias em colunas de ar 89
- 4.6 Ondas estacionárias em barras e membranas 92
- 4.7 Batimentos: interferência no tempo 93
- 4.8 Padrões de onda não senoidal 95

## Parte 2

### Termodinâmica 107

---

#### 5 Temperatura 108

- 5.1 Temperatura e a Lei Zero da Termodinâmica 108
- 5.2 Termômetros e a escala Celsius de temperatura 110
- 5.3 O termômetro de gás a volume constante e a escala de temperatura absoluta 110
- 5.4 Expansão térmica dos sólidos e líquidos 112
- 5.5 Descrição macroscópica de um gás ideal 117

#### 6 A Primeira Lei da Termodinâmica 128

- 6.1 Calor e energia interna 129
- 6.2 Calor específico e calorimetria 131
- 6.3 Calor latente 135
- 6.4 Trabalho e calor em processos termodinâmicos 138

- 6.5 A Primeira Lei da Termodinâmica 141
- 6.6 Algumas aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica 141
- 6.7 Mecanismos de transferência de energia em processos térmicos 145

## 7 A Teoria Cinética dos Gases 160

- 7.1 Modelo molecular de um gás ideal 161
- 7.2 Calor específico molar de um gás ideal 165
- 7.3 Processos adiabáticos para um gás ideal 168
- 7.4 A equipartição da energia 170
- 7.5 Distribuição de velocidades moleculares 172

## 8 Máquinas térmicas, entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica 185

- 8.1 Máquinas térmicas e a Segunda Lei da Termodinâmica 186

- 8.2 Bombas de calor e refrigeradores 188
- 8.3 Processos reversíveis e irreversíveis 190
- 8.4 A máquina de Carnot 191
- 8.5 Motores a gasolina e a diesel 195
- 8.6 Entropia 197
- 8.7 Entropia e a Segunda Lei 200
- 8.8 Entropia em escala microscópica 201

## Apêndices

- A Tabelas A1
- B Revisão matemática A4
- C Unidades do SI A21
- D Tabela periódica dos elementos A22

Respostas aos testes rápidos e problemas ímpares R1

Índice Remissivo I1

# Sobre os Autores

**John W. Jewett, Jr.** concluiu a graduação em Física na Drexel University, e o doutorado na Ohio State University, especializando-se nas propriedades ópticas e magnéticas da matéria condensada. Dr. Jewett começou sua carreira acadêmica na Richard Stockton College, de Nova Jersey, onde lecionou de 1974 a 1984. Atualmente, é Professor Emérito de Física da California State Polytechnic University, em Pomona. Durante sua carreira de professor, tem atuado na promoção da educação científica. Além de receber quatro subvenções da National Science Foundation, ajudou a fundar e dirigir o Southern California Area Modern Physics Institute (SCAMPI) e o Science IMPACT (Institute for Modern Pedagogy and Creative Teaching), que trabalham com professores e escolas no desenvolvimento de currículos científicos eficazes. Os títulos honoríficos do Dr. Jewett incluem quatro prêmios: Meritorious Performance and Professional Promise; o Stockton Merit Award, na Richard Stockton College, em 1980, quando foi selecionado como Outstanding Professor na California State Polytechnic University em 1991/1992; e, ainda, recebeu o Excellence in Undergraduate Physics Teaching Award, da American Association of Physics Teachers (AAPT) em 1998. Já apresentou mais de 90 palestras, tanto no país como no exterior, incluindo múltiplas apresentações nos encontros nacionais da AAPT. É autor de *The World of Physics: Mysteries, Magic, and Myth*, que apresenta muitas conexões entre a Física e várias experiências do dia a dia. É coautor deste *Física para Cientistas e Engenheiros*, de *Principles of Physics: A Calculus-Based Text*, quarta edição, bem como de *Global Issues*, um conjunto de quatro volumes de manuais de instrução em ciência integrada para o ensino médio. Dr. Jewett gosta de tocar teclado com sua banda formada somente por físicos, gosta de viagens, fotografia subaquática, corrida e de colecionar aparelhos médicos antigos que possam ser utilizados como instrumentos em suas aulas. E, o mais importante, ele adora passar o tempo com sua esposa, Lisa, e seus filhos e netos.

**Raymond A. Serway** recebeu o grau de doutor no Illinois Institute of Technology, e é Professor Emérito na James Madison University. Em 1990, recebeu o prêmio Madison Scholar na James Madison University, onde lecionou por 17 anos. Dr. Serway começou sua carreira de professor na Clarkson University, onde realizou pesquisas e ensinou de 1967 a 1980. Recebeu o prêmio Distinguished Teaching na Clarkson University em 1977, e o Alumni Achievement da Utica College, em 1985. Como cientista convidado no IBM Research Laboratory em Zurique, Suíça, trabalhou com K. Alex Müller, que recebeu o Prêmio Nobel em 1987. Dr. Serway também foi pesquisador visitante no Argonne National Laboratory, onde colaborou com seu mentor e amigo, o falecido Dr. Sam Marshall. É coautor de *College Physics*, oitava edição; *Principles of Physics: A Calculus-Based Text*, quarta edição; *Essentials of College Physics*; *Modern Physics*, terceira edição, e do livro didático para o ensino médio: *Physics*, publicado por Holt McDougal. Além disso, publicou mais de 40 trabalhos de pesquisa na área de Física da Matéria Condensada e ministrou mais de 60 palestras em encontros profissionais. Dr. Serway e sua esposa, Elizabeth, gostam de viajar, jogar golfe, pescar, cuidar do jardim, cantar no coro da igreja e, especialmente, passar um tempo precioso com seus quatro filhos e nove netos.

# Prefácio

Ao escrever esta 8ª edição de *Física para Cientistas e Engenheiros*, continuamos nossos esforços progressivos para melhorar a clareza da apresentação e incluir novos recursos pedagógicos que ajudem nos processos de ensino e aprendizagem. Utilizando as opiniões dos usuários da sétima edição, dados coletados, tanto entre os professores como entre os alunos, além das sugestões dos revisores, aprimoramos o texto para melhor atender às necessidades dos estudantes e professores.

Este livro destina-se a um curso introdutório de Física para estudantes universitários de Ciências ou Engenharia. Todo o conteúdo em sua versão estendida poderá ser abordado em um curso de três semestres, mas é possível utilizar o material em sequências menores, com a omissão de alguns capítulos e algumas seções. O ideal seria que o estudante deste curso tivesse como pré-requisito um semestre de cálculo. Se isso não for possível, deve-se entrar simultaneamente em um curso introdutório de cálculo.

## Objetivos

---

Este livro introdutório de Física tem dois objetivos principais: fornecer ao estudante uma apresentação clara e lógica dos conceitos e princípios básicos da Física, e fortalecer a compreensão de conceitos e princípios por meio de uma vasta gama de aplicações interessantes no mundo real. Para atingir estes objetivos, enfatizamos argumentos físicos e metodologia de resolução de problemas. Ao mesmo tempo, tentamos motivar o estudante por meio de exemplos práticos que demonstram o papel da Física em outras disciplinas, entre elas, Engenharia, Química e Medicina.

## Alterações na 8ª Edição

---

Uma grande quantidade de alterações e melhorias foi realizada nesta edição. Algumas das novas características baseiam-se em nossas experiências e em tendências atuais do ensino científico. Outras mudanças foram incorporadas em resposta a comentários e sugestões oferecidas por usuários da sétima edição e pelos revisores. Os aspectos aqui relacionados representam as principais alterações:

*Revisão linha por linha do conjunto de perguntas e problemas.* Para esta edição, os autores revisaram cada pergunta e cada problema, e incorporaram revisões destinadas a melhorar tanto a legibilidade como a transmissibilidade. Para tornar os problemas mais claros para estudantes e professores, este amplo processo envolveu edição de problemas para melhorar a clareza, e foram adicionadas figuras quando apropriado.

*Dados do Enhanced WebAssign utilizados para melhorar perguntas e problemas.* Como parte da análise e revisão completa do conjunto de perguntas e problemas, os autores utilizaram diversos dados de usuários coletados pelo WebAssign, tanto de professores quanto de estudantes que trabalharam nos problemas das edições anteriores do *Física para cientistas e engenheiros*. Esses dados ajudaram tremendamente, indicando quando os problemas poderiam ser mais claros, indicando, assim, como revisar problemas de maneira que sejam mais facilmente compreendidos pelos estudantes e transmitidos pelos professores no Enhanced WebAssign. Por último, os dados foram utilizados para garantir que os problemas apontados com mais frequência fossem mantidos nesta nova edição.

Para se ter uma ideia dos tipos de melhorias que foram efetuadas, apresentam-se aqui os problemas da sétima edição, seguidos pela sua reformulação agora na tradução da oitava edição, com explicações de como foram aprimorados.

Problema da sétima edição:

38. (a) Considere um objeto estendido cujas diferentes porções têm diversas elevações. Suponha que a aceleração da gravidade seja uniforme sobre o objeto. Prove que a energia potencial gravitacional do sistema Terra-corpo é dada por  $U = Mgy_{CM}$ , onde  $M$  é a massa total do corpo e  $y_{CM}$  é a posição do seu centro de massa acima do nível de referência escolhido. (b) Calcule a energia potencial gravitacional associada a uma rampa construída no nível do solo com pedra de densidade  $3.800 \text{ kg/m}^3$  e largura uniforme de  $3,60 \text{ m}$ . Em uma vista lateral, a rampa aparece como um triângulo retângulo com altura de  $15,7 \text{ m}$  na extremidade superior e base de  $64,8 \text{ m}$  (Fig. P9.38).

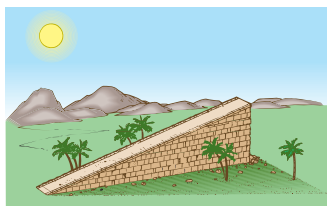


Figura P9.38

A figura foi revisada e dimensões foram acrescentadas.

Após a revisão para a tradução da oitava edição:

39. Exploradores na floresta encontraram um monumento antigo na forma de um grande triângulo isósceles como o mostrado na Figura P9.39. O monumento é feito de dezenas de milhares de pequenos blocos de pedra de densidade  $3.800 \text{ kg/m}^3$ . O monumento tem  $15,7 \text{ m}$  de altura e sua base,  $64,8 \text{ m}$  de comprimento, com espessura uniforme de  $3,60 \text{ m}$ . Antes de o monumento ser construído muitos anos atrás, todos os blocos de pedra estavam colocados no solo. Quanto trabalho os construtores fizeram sobre os blocos para colocá-los em suas respectivas posições durante a construção do monumento todo? *Observação:* a energia potencial gravitacional de um sistema corpo-Terra é fornecida por  $U = Mgy_{CM}$ , onde  $M$  é a massa total do objeto e  $y_{CM}$  é a posição de seu centro de massa acima do nível de referência escolhido.

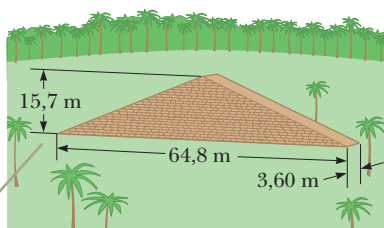


Figura P9.39

É fornecido um enredo para o problema.

A quantidade solicitada é reque-rida de maneira mais pessoal, perguntando o trabalho realizado pelos homens, em vez de perguntar a energia potencial gravitacional.

A expressão para a energia potencial gravitacional é fornecida, enquanto no original era solicitado que esta fosse provada. Isto permite que o problema funcione melhor no Enhanced WebAssign.

Problema da sétima edição:

67. Uma bicicleta é virada de cabeça para baixo para que o dono repare um pneu furado. Uma amiga gira a outra roda, de raio  $0,381 \text{ m}$ , e observa que gotas de água desprendem-se tangencialmente. Ela mede a altura atingida pelas gotas que se movem verticalmente (Fig. P10.67). Uma gota que se solta do pneu em uma volta sobe  $h = 54,0 \text{ cm}$  acima do ponto de tangência. Uma gota que se solta na próxima volta eleva-se  $51,0 \text{ cm}$  acima do ponto de tangência. A altura na qual a gota se eleva diminui porque a velocidade angular da roda diminui. A partir desta informação, determine o valor da aceleração angular média da roda.

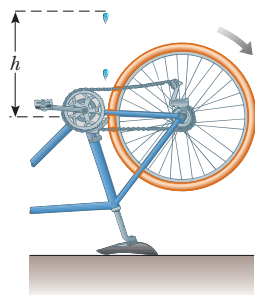


Figura P10.67 Problemas 67 e 68.

Conforme revisão para a tradução da oitava edição:

68. Uma bicicleta é virada de cabeça para baixo para que o dono repare um pneu furado na roda traseira. Uma amiga gira a roda dianteira, de raio  $0,381 \text{ m}$ , e observa que gotas de água desprendem-se tangencialmente em uma direção para cima quando as gotas estão no mesmo nível que o centro da roda. Ela mede a altura atingida pelas gotas que se movem verticalmente (Fig. P10.68). Uma gota que se solta do pneu em uma volta sobe  $h = 54,0 \text{ cm}$  acima do ponto de tangência. Uma gota que se solta na próxima volta eleva-se  $51,0 \text{ cm}$  acima do ponto de tangência. A altura na qual a gota sobe diminui porque a velocidade angular da roda diminui. A partir desta informação, determine o valor da aceleração angular média da roda.

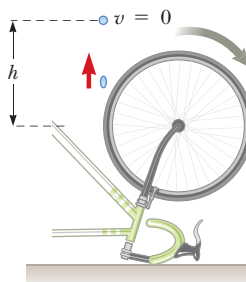


Figura P10.68 Problemas 68 e 69.

As informações sobre as gotas que saem da roda ficaram mais claras.

A figura que acompanha o problema foi redesenhada para mostrar a roda da frente, em vez da roda de trás, para remover as características complicadas dos pedais, correntes e descarrilhador.

**Organização do Conjunto de Perguntas e Problemas.** Reorganizamos os conjuntos de perguntas e problemas do final dos capítulos nesta nova edição. A seção de Perguntas das edições anteriores está agora dividida em duas seções: Perguntas Objetivas e Perguntas Conceituais.

As *Perguntas Objetivas* são de múltipla escolha, verdadeiro/falso, classificação, ou outros tipos de múltiplas suposições. Algumas requerem cálculos elaborados para facilitar a familiaridade dos estudantes com as equações, as variáveis utilizadas, os conceitos que as variáveis representam e as relações entre os conceitos. Outras são de natureza mais conceitual, elaboradas para encorajar o pensamento conceitual. As perguntas objetivas também são escritas tendo em mente as respostas pessoais dos usuários do sistema, e muitas das perguntas poderiam ser facilmente utilizadas nesses sistemas.

As *Perguntas Conceituais* são mais tradicionais, com respostas curtas, do tipo dissertativas, requerendo que os estudantes pensem conceitualmente sobre uma situação física.

A primeira parte do conjunto de *Problemas* é organizada por seções em cada capítulo, mas, dentro de cada seção, os problemas agora levam os estudantes a um pensamento de ordem superior, apresentando todos os problemas diretos no início da seção, seguidos pelos intermediários. (Os números dos problemas diretos estão impressos em **preto**; os dos de nível intermediário, em **azul**.) A seção *Problemas Adicionais* permanece em seu lugar usual, mas, no final de cada capítulo, há uma nova seção, *Problemas de Desafio*, que reúne os problemas mais difíceis para um determinado capítulo em um único lugar. (Problemas de Desafio têm números marcados em **vermelho**.)

**Novos Tipos de Problemas.** Introduzimos quatro novos tipos de problemas nesta edição:

**Q/C** Problemas *Quantitativos/Conceituais* contêm partes que faz com que os estudantes pensem tanto quantitativa quanto conceitualmente. Eis aqui um exemplo de problema Quantitativo/Conceitual:

53. **Q/C** Uma mola horizontal presa a uma parede tem uma constante de força  $k = 850 \text{ N/m}$ . Um bloco de massa  $m = 1,00 \text{ kg}$  é preso na mola e repousa sobre uma superfície horizontal sem atrito, como mostrado na Figura P8.53. (a) O bloco é puxado a uma posição  $x_i = 6,00 \text{ cm}$  da posição de equilíbrio e é liberado. Encontre a energia potencial elástica armazenada na mola quando o bloco está a  $6,00 \text{ cm}$  da posição de equilíbrio e quando o bloco passa pela posição de equilíbrio. (b) Encontre a velocidade do bloco quando ele passa pela posição de equilíbrio. (c) Qual a velocidade do bloco quando ele está na posição  $x_i/2 = 3,00 \text{ cm}$ ? (d) Por que a resposta da parte (c) não é a metade da resposta da parte (b)?

O problema é identificado por um ícone **Q/C**.

As partes (a)-(c) do problema pedem cálculos quantitativos.

A parte (d) faz uma pergunta conceitual sobre a situação.

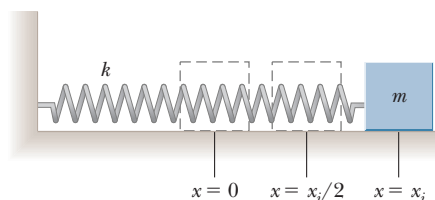


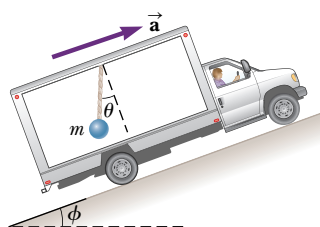
Figura P8.53

**S** Problemas *Simbólicos* pedem que os estudantes os resolvam utilizando apenas manipulação simbólica. Os revisores da sétima edição (bem como a maioria dos que responderam a uma extensa pesquisa) pediram especificamente um aumento no número de problemas simbólicos encontrados no livro, pois isso reflete melhor a maneira como os professores querem que os estudantes pensem ao resolver problemas de Física. Um exemplo de Problema Simbólico aparece aqui:

O problema é identificado por um ícone **S**.

Nenhum número aparece no enunciado do problema.

- S** Um caminhão está subindo uma rampa que forma um ângulo  $\phi$  com a horizontal, com aceleração  $a$  constante como na Figura P6.51. Uma pequena esfera de massa  $m$  é suspensa do teto do caminhão por uma corda leve. Se o pêndulo formar um ângulo constante  $\theta$  com a perpendicular ao teto, obtenha  $a$ .



A figura mostra apenas quantidades simbólicas.

Figura P6.51



51.  $g(\cos \phi \operatorname{tg} \theta - \operatorname{sen} \phi)$

A resposta do problema é puramente simbólica.

**GP** Os *Problemas Dirigidos* ajudam os estudantes a dividir os problemas em etapas. Tipicamente, um problema de Física pede uma quantidade física em um determinado contexto. Entretanto, com frequência, diversos conceitos devem ser utilizados e vários cálculos são necessários para obter a resposta final. Muitos estudantes não estão acostumados a esse nível de complexidade e, muitas vezes, não sabem por onde começar. Estes Problemas Dirigidos dividem um problema-padrão em passos menores, permitindo que os estudantes apreendam todos os conceitos e estratégias necessários para chegar à solução correta. Diferente dos problemas de Física padrão, a orientação é, em geral, incorporada no enunciado do problema. Os Problemas Dirigidos são exemplos de como um estudante pode interagir com o professor em sala de aula. Esses problemas (há um em cada capítulo do livro) ajudam a treinar os estudantes a decompor problemas complexos em uma série de problemas mais simples, uma habilidade essencial para a resolução de problemas. Segue aqui um exemplo de Problema Dirigido:

38. **GP** Uma viga uniforme apoiada sobre dois pivôs tem comprimento  $L = 6,00$  m e massa  $M = 90,0$  kg. O pivô sob a extremidade esquerda exerce uma força normal  $n_1$  na viga, e o segundo pivô, localizado a uma distância  $\ell = 4,00$  m da extremidade esquerda, exerce uma força normal  $n_2$ . Uma mulher de massa  $m = 55,0$  kg sobe na extremidade esquerda da viga e começa a caminhar para a direita, como mostra a Figura P12.38. O objetivo é encontrar a posição da mulher quando a viga começa a inclinar. (a) Qual é o modelo de análise apropriado para a viga antes de ela começar a inclinar? (b) Esboce um diagrama de força para a viga, marcando as forças gravitacional e normal que agem sobre ela e colocando a mulher a uma distância  $x$  da direita do primeiro pivô que é a origem. (c) Onde está a mulher quando a força normal  $n_1$  é maior? (d) Qual é o valor de  $n_1$  quando a viga está na iminência de inclinar? (e) Use a Equação 12.2 para encontrar o valor de  $n_2$  quando a viga está na iminência de inclinar. (f) Utilizando o resultado da parte (d) e a Equação 12.2, com torques calculados em torno do segundo pivô, encontre a posição  $x$  da mulher quando a viga está na iminência de inclinar. (g) Verifique a resposta da parte (e) calculando torques em torno do primeiro pivô.

O problema é identificado com um ícone **GP**.

O objetivo do problema é identificado.

A análise começa com a identificação do modelo de análise apropriado.

São fornecidas sugestões de passos para resolver o problema.

O cálculo associado ao objetivo é solicitado.

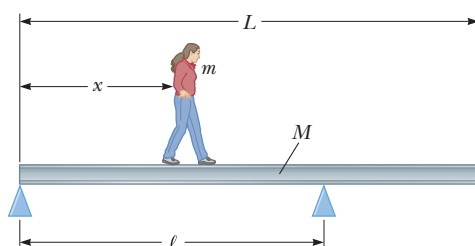


Figura P12.38

**Problemas de impossibilidade.** A pesquisa em ensino de Física enfatiza pesadamente as habilidades dos estudantes para a resolução de problemas. Embora a maioria dos problemas deste livro esteja estruturada de maneira a fornecer dados e pedir um resultado de cálculo, em média, dois em cada capítulo são estruturados como problemas de impossibilidade. Eles começam com a frase *Por que a seguinte situação é impossível?*, seguida pela descrição da situação. O aspecto impactante desses problemas é que não é feita nenhuma pergunta aos estudantes, a não ser o que está em itálico inicial. O estudante deve determinar quais perguntas devem ser feitas e quais cálculos devem ser efetuados. Com base nos resultados desses cálculos, o estudante deve determinar por que a situação descrita não é possível. Esta determinação pode requerer informações de experiência pessoal, senso comum, pesquisa na Internet ou em material impresso, medição, habilidades matemáticas, conhecimento das normas humanas ou pensamento científico. Esses problemas podem ser aplicados para criar habilidades de pensamento crítico nos estudantes. Eles também são divertidos, pelo seu aspecto de “mistérios da Física” para serem resolvidos pelos estudantes individualmente ou em grupos. Um exemplo de problema de impossibilidade aparece aqui:

A frase inicial em itálico sinaliza um problema de impossibilidade.

53. *Por que a seguinte situação é impossível?* Manny Ramírez acerta uma jogada *home run* num jogo de baseball de maneira que a bola ultrapassou a fileira superior da arquibancada, a 24,0 m de altura, localizada a 130 m da base principal. A bola foi batida a 41,7 m/s em um ângulo de 35,0° com a horizontal, e a resistência do ar é desprezível.

Uma situação é descrita.

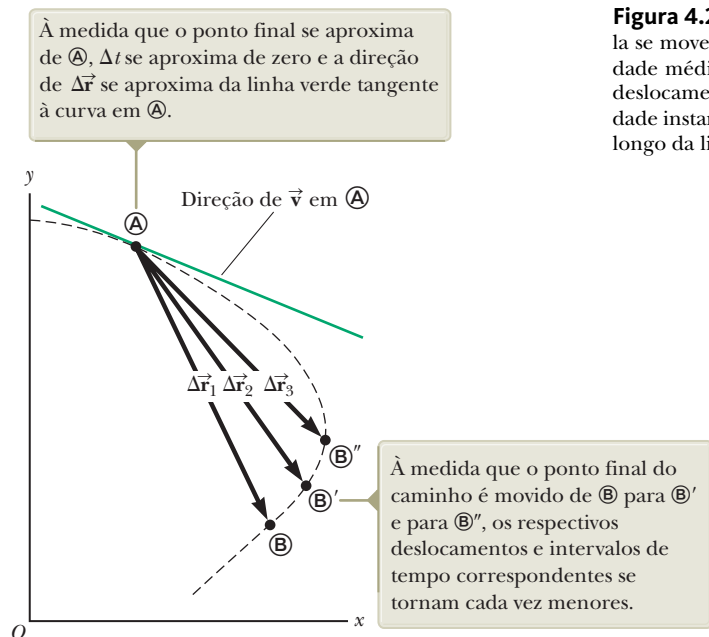
Nenhuma pergunta é feita. O estudante deve determinar o que deve ser calculado e por que a situação é impossível.

**Maior número de Problemas Emparelhados.** Com base no parecer positivo que recebemos em uma pesquisa de mercado, aumentamos o número de problemas emparelhados nesta edição. Esses problemas são de algum modo idênticos, um pedindo uma solução numérica e o outro uma derivação simbólica. Existem agora três pares desses problemas na maioria dos capítulos, indicados por este sombreado no conjunto de problemas do final de capítulo.

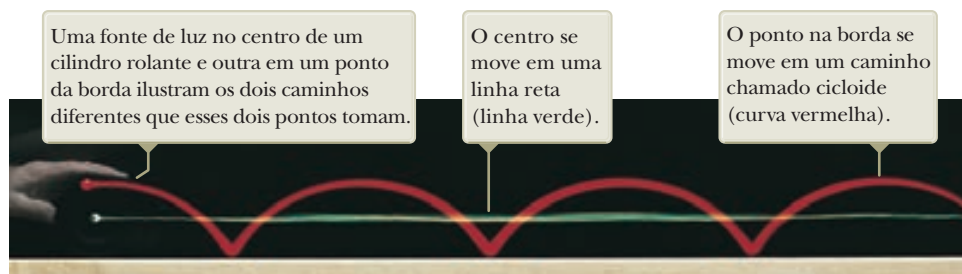
**Integração com o Enhanced WebAssign.** A integração estreita deste livro com o conteúdo do Enhanced WebAssign (em inglês) propicia um ambiente de aprendizagem on-line que ajuda os estudantes a melhorar suas habilidades de resolução de problemas, oferecendo uma variedade de ferramentas para satisfazer seus estilos individuais de aprendizagem. Nesta edição, tutoriais “Master It” ajudam os estudantes a resolver problemas, fazendo-os trabalhar por meio de uma solução por etapas. Problemas com estes tutoriais são identificados em cada capítulo por um ícone **M**. Além disso, vídeos “Watch It” de resolução explicam estratégias fundamentais de resolução de problemas para ajudar os estudantes a passar pelas suas etapas. Os problemas que aparecem com mais frequência no Enhanced WebAssign (sombreado azul) incluem um tutorial “Master It” ou um vídeo “Watch It” de resolução para auxiliar os estudantes. Além disso, esses problemas têm conteúdo para tratar dos conceitos errôneos dos estudantes, ajudando-os a evitar as armadilhas comuns.

**Revisão Minuciosa das Ilustrações.** Cada ilustração foi revisada com um estilo novo e moderno, ajudando a expressar os princípios da Física de maneira clara e precisa. Cada ilustração também foi revisada para garantir que as situações físicas apresentadas correspondam exatamente à proposição do texto sendo discutido.

Também foi acrescentada uma nova característica para muitas ilustrações: “indicadores de foco”, que mostram aspectos importantes de uma figura ou guiam os estudantes por um processo ilustrado – desenho ou foto. Este formato ajuda os estudantes, que aprendem mais facilmente utilizando o sentido visual. Exemplos de figuras com indicadores de foco aparecem abaixo.



**Figura 4.2** À medida que uma partícula se move entre dois pontos, sua velocidade média está na direção do vetor de deslocamento  $\Delta \vec{r}$ . Por definição, a velocidade instantânea em **A** é direcionada ao longo da linha tangente à curva em **A**.



**Figura 10.22** Dois pontos em um objeto tomam caminhos diferentes através do espaço.

**Expansão da Abordagem do Modelo de Análise.** Estudantes são expostos a centenas de problemas durante os cursos de Física. Os professores têm consciência de que um número relativamente pequeno de princípios fundamentais forma a base desses problemas. Quando está diante de um problema novo, um físico forma um *modelo* do problema, que pode ser resolvido de maneira simples, identificando os princípios fundamentais a ele aplicáveis. Por exemplo, muitos problemas envolvem a conservação da energia, a Segunda Lei de Newton ou equações cinemáticas. Como o físico já estudou esses princípios extensamente e entende as aplicações associadas, pode aplicar este conhecimento como um modelo para resolução de um problema novo.

Embora fosse ideal que os estudantes seguissem o mesmo processo, a maioria tem dificuldade em se familiarizar com toda a gama de princípios fundamentais disponíveis. É mais fácil para os estudantes identificar uma *situação* do que um princípio fundamental. A abordagem de *Modelo de Análise* que enfocamos nesta edição mostra um conjunto de situações padrão que aparecem na maioria dos problemas de Física. Essas situações baseiam-se em uma entidade de um dos quatro modelos de simplificação: partícula, sistema, corpo rígido e onda.

Uma vez identificado o modelo de simplificação, o estudante pensa no que a entidade está fazendo ou em como ela interage com seu ambiente, o que o leva a identificar um modelo de análise em particular para o problema. Por exemplo, se o objeto estiver caindo, ele é modelado como uma partícula, porque está em aceleração constante devida à gravidade. O estudante aprendeu que essa situação é descrita pelo modelo de análise de uma partícula sob aceleração constante. Além disso, esse modelo tem uma quantidade pequena de equações a ele associadas para ser utilizada na iniciação dos problemas – as equações cinemáticas no Capítulo 2. Por esta razão, a compreensão da situação levou a um modelo de análise que, então, identifica um número muito pequeno de equações para iniciar o problema, em vez da grande quantidade de equações que os estudantes veem no capítulo. Desse modo, a utilização de modelos de análise os leva ao princípio fundamental que o físico identificaria. Conforme o estudante ganha mais experiência, dependerá menos da abordagem de modelo de análise e começará a identificar os princípios fundamentais diretamente, como o físico faz. Esta abordagem também é reforçada no resumo do final de capítulo sob o título *Modelo de Análise para Resolução de Problemas*.

**Revisão dos Exemplos Trabalhados.** Com base no parecer do revisor da última edição, revimos cuidadosamente os exemplos trabalhados para que as soluções sejam tanto quanto possível apresentadas simbolicamente, e que os números sejam substituídos no final. Esta abordagem ajudará os estudantes a pensar simbolicamente ao resolver problemas, em vez de procurar automaticamente inserir números em uma equação para resolvê-los.

**Mudanças de Conteúdo.** Diversas seções em vários capítulos foram dinamizadas, apagadas ou combinadas com outras seções para permitir uma apresentação mais equilibrada. Atualizações foram acrescentadas para refletir o estado atual de várias áreas de pesquisa e aplicação da Física, incluindo uma nova seção sobre a matéria escura e informações sobre descobertas de novos objetos do cinto de Kuiper (Capítulo 13), desenvolvimentos no Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferômetro a Laser (Capítulo 3 do Volume 4), o progresso na utilização de *grating light valves* (GLV) para aplicações ópticas (Capítulo 4 do Volume 4), os planos para a construção do Reator Experimental Termonuclear Internacional [ITER] (Capítulo 11 do Volume 4) e o *status* do Acelerador Linear LHC (Capítulo 12 do Volume 4).

## Conteúdo

O material desta coleção abrange tópicos fundamentais da Física Clássica e fornece uma introdução à Física Moderna. O Volume 1 (Capítulos 1 a 14) trata dos fundamentos da mecânica newtoniana e da Física dos fluidos; a Parte 1 do Volume 2 (Capítulos 1 a 4) abrange as oscilações, ondas mecânicas e som; a Parte 2 (Capítulos 5 a 8) trata de calor e termodinâmica; o Volume 3 trata de eletricidade e magnetismo; a Parte 1 do Volume 4 (Capítulos 1 ao 4) aborda luz e óptica; e a Parte 2 (Capítulos 5 a 12) aborda relatividade e Física Moderna.

## Características do Texto

A maioria dos professores acredita que o livro didático selecionado para um curso deve ser o guia principal do estudante para a compreensão e aprendizagem do tema. Além disso, o livro didático deve ser facilmente acessível e escrito num estilo

que facilite o ensino e a aprendizagem. Com esses pontos em mente, incluímos muitos recursos pedagógicos, relacionados abaixo, que visam melhorar sua utilidade tanto para estudantes quanto para professores.

## Resolução de Problemas e Compreensão Conceitual

**Estratégia Geral de Resolução de Problemas.** Descrita no final do Capítulo 2, oferece aos estudantes um processo estruturado para a resolução de problemas. Em todos os outros capítulos, a estratégia é empregada em cada exemplo, de maneira que os estudantes possam aprender como é aplicada. Os estudantes são encorajados a seguir esta estratégia ao trabalhar os problemas de final de capítulo.

**Exemplos Trabalhados.** Apresentados em um formato de duas colunas para reforçar os conceitos da Física, a coluna da esquerda mostra informações textuais que descrevem os passos para a resolução do problema; a da direita, as manipulações matemáticas e os resultados destes passos. Este esquema facilita a correspondência do conceito com sua execução matemática e ajuda os estudantes a organizarem seu trabalho. Os exemplos seguem estritamente a Estratégia Geral de Resolução de Problemas apresentada no Capítulo 2 para reforçar hábitos eficazes de resolução de problemas. Todos os exemplos trabalhados no texto podem ser passados como tarefa de casa no Enhanced WebAssign. Exemplo de um trabalho encontra-se mais adiante.

São dois os exemplos. O primeiro (e o mais comum), apresenta um problema e uma resposta numérica. O segundo é de natureza conceitual. Para enfatizar a compreensão dos conceitos da Física, os muitos exemplos conceituais são assim marcados e elaborados para ajudar os estudantes a se concentrarem na situação física do problema.

**E se?** Aproximadamente um terço dos exemplos trabalhados no texto contém o recurso **E se?**. Como uma complementação à solução do exemplo, esta pergunta oferece uma variação da situação apresentada no texto do exemplo. Esse recurso encoraja os estudantes a pensarem sobre os resultados e também ajuda na compreensão conceitual dos princípios, além de prepará-los para encontrar novos problemas que podem ser incluídos nas provas. Alguns dos problemas do final de capítulo também incluem este recurso.

**Testes rápidos.** Os estudantes têm a oportunidade de testar sua compreensão dos conceitos da Física apresentados por meio destes testes. As perguntas pedem que eles tomem decisões com base no raciocínio sólido, e algumas foram elaboradas para ajudá-los a superar conceitos errôneos. Os Testes Rápidos foram moldados num formato objetivo, incluindo testes de múltipla escolha, falso e verdadeiro e de classificação. As respostas de todas as perguntas encontram-se no final do livro. Muitos professores preferem utilizar tais perguntas em um estilo de *peer instruction* (interação com colega) ou com a utilização do sistema de respostas pessoais por meio de *clickers*, mas elas podem ser usadas também em um sistema padrão de teste. Um exemplo de Teste Rápido é apresentado a seguir.

**Teste Rápido 7.5** Um dardo é carregado em uma arma de brinquedo empurrando a mola a uma distância  $x$ . Na próxima carga, a mola é comprimida a uma distância de  $2x$ . Com que rapidez o segundo dardo deixa a arma em comparação com o primeiro? (a) quatro vezes mais rápido (b) duas vezes mais rápido (c) a mesma (d) metade da velocidade (e) um quarto da velocidade.

**Prevenções de Armadilhas.** Mais de duzentas Prevenções de Armadilhas são fornecidas para ajudar os estudantes a evitar erros e equívocos comuns. Esses recursos, que são colocados nas margens do texto, tratam tanto dos conceitos errôneos mais comuns dos estudantes quanto de situações nas quais eles frequentemente seguem caminhos que não são produtivos.

**Resumos.** Cada capítulo contém um resumo que revisa os conceitos e equações importantes nele vistos, dividido em três seções: Definições, Conceitos e Princípios, e Modelos de Análise para Resolução de Problemas. Em cada seção, caixas chamativas focam cada definição, conceito, princípio ou modelo de análise.

**Perguntas.** Como mencionado, a seção de Perguntas da edição anterior agora está dividida em duas: *Perguntas Objetivas* e *Perguntas Conceituais*. O professor pode selecionar itens para deixar como tarefa de casa ou utilizar em sala de aula, possivelmente fazendo uso do método de interação com um colega ou do sistemas de respostas pessoais. Mais de quinhentas Perguntas Objetivas e Conceituais foram incluídas nesta edição.

**Problemas.** Um conjunto extenso de problemas foi incluído no final de cada capítulo. As respostas dos problemas de número ímpar são fornecidas no final do livro.

### Prevenção de Armadilhas 16.2

#### Dois tipos de velocidade escalar/velocidade transversal

Não confunda  $v_z$  a velocidade escalar da onda conforme ela se propaga ao longo da corda, com  $v_y$  a velocidade transversal de um ponto na corda. A velocidade escalar  $v$  é constante para um meio uniforme, enquanto  $v_y$  tem variação senoidal.

### Exemplo 3.2

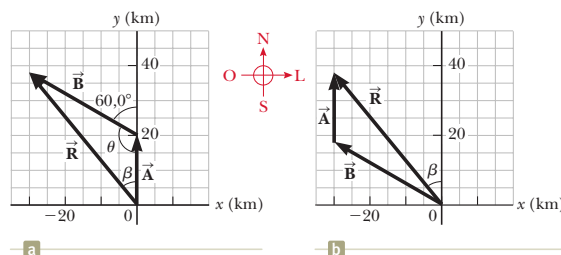
### Uma viagem de férias

Um carro percorre 20,0 km rumo ao norte e depois 35,0 km em uma direção  $60,0^\circ$  a oeste do norte como mostrado na Figura 3.11a. Encontre o módulo e a direção do deslocamento resultante do carro.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Os vetores  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  desenhados na Figura 3.11a nos ajudam a conceitualizar o problema.

**Categorização** Podemos categorizar este exemplo como um problema de análise simples de adição de vetores. O deslocamento  $\vec{R}$  é resultante da adição de dois deslocamentos individuais  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ . Podemos ainda categorizá-lo como um problema de análise de triângulos. Assim, apelamos para nossa experiência em geometria e trigonometria.



**Figura 3.11** (Exemplo 3.2) (a) Método gráfico para encontrar o vetor deslocamento resultante  $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ . (b) Adicionar os vetores na ordem reversa ( $\vec{B} + \vec{A}$ ) fornece o mesmo resultado para  $\vec{R}$ .

**Análise** Neste exemplo, mostramos duas maneiras de analisar o problema para encontrar a resultante de dois vetores. A primeira é resolvê-lo geometricamente com a utilização de papel milimetrado e um transferidor para medir o módulo de  $\vec{R}$  e sua direção na Figura 3.11a. (Na verdade, mesmo quando sabemos que vamos efetuar um cálculo, deveríamos esboçar os vetores para verificar os resultados.) Com régua comum e transferidor, um diagrama grande normalmente fornece respostas com dois, mas não com três dígitos de precisão. Tente utilizar essas ferramentas em  $\vec{R}$  na Figura 3.11a!

A segunda maneira de resolver o problema é analisá-lo algebricamente. O módulo de  $\vec{R}$  pode ser obtido por meio da lei dos cossenos aplicada ao triângulo na Figura 3.11a (ver Anexo B.4).

Use  $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta$  da lei dos cossenos para encontrar  $R$ :

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

Substitua os valores numéricos, observando que  $\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ :

$$R = \sqrt{(20,0 \text{ km})^2 + (35,0 \text{ km})^2 - 2(20,0 \text{ km})(35,0 \text{ km}) \cos 120^\circ} = 48,2 \text{ km}$$

Utilize a lei dos senos (Anexo B.4) para encontrar a direção de  $\vec{R}$  a partir da direção norte:

$$\frac{\sin \beta}{B} = \frac{\sin \theta}{R} \\ \sin \beta = \frac{B}{R} \sin \theta = \frac{35,0 \text{ km}}{48,2 \text{ km}} \sin 120^\circ = 0,629 \\ \beta = 38,9^\circ$$

O deslocamento resultante do carro é 48,2 km em uma direção  $38,9^\circ$  a oeste do norte.

**Finalização** O ângulo  $\beta$  que calculamos está de acordo com a estimativa feita a partir da observação da Figura 3.11a, ou com um ângulo real medido no diagrama com a utilização do método gráfico? É aceitável que o módulo de  $\vec{R}$  seja maior que ambos os de  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ ? As unidades de  $\vec{R}$  estão corretas?

Embora o método da triangulação para adicionar vetores funcione corretamente, ele tem duas desvantagens.

A primeira é que algumas pessoas acham inconveniente utilizar as leis dos senos e cossenos. A segunda é que um triângulo só funciona quando se adicionam dois vetores. Se adicionarmos três ou mais, a forma geométrica resultante geralmente não é um triângulo. Na Seção 3.4, exploraremos um novo método de adição de vetores que tratará de ambas essas desvantagens.

**E SE?** Suponha que a viagem fosse feita com os dois vetores na ordem inversa: 35,0 km a  $60,0^\circ$  a oeste em relação ao norte primeiramente, e depois 20,0 km em direção ao norte. Qual seria a mudança no módulo e na direção do vetor resultante?

**Resposta** Elas não mudariam. A lei comutativa da adição de vetores diz que a ordem dos vetores em uma soma é irrelevante. Gráficamente, a Figura 3.11b mostra que a adição dos vetores na ordem inversa nos fornece o mesmo vetor resultante.

Cada solução foi escrita para seguir estritamente a Estratégia Geral de Resolução de Problemas, conforme descrita no Capítulo 2, a fim de reforçar os bons hábitos na resolução de problemas.

Cada passo da solução é detalhado em um formato de duas colunas. A coluna da esquerda fornece uma explicação para cada passo da matemática contida na coluna da direita para reforçar mais os conceitos da Física.

As perguntas “E se?” aparecem em cerca de 1/3 dos exemplos trabalhados e oferecem uma variação na situação apresentada no texto do exemplo. Por exemplo, este recurso pode explorar os efeitos da mudança das condições da situação, determinar o que acontece quando uma quantidade é tomada em um valor limite em particular, ou perguntar se mais informações podem ser determinadas sobre a situação do problema. Este recurso encoraja os estudantes a pensarem sobre os resultados do exemplo, ajudando na compreensão conceitual dos princípios.

Como mencionado, o conjunto de *Problemas* é organizado por seções em cada capítulo (aproximadamente dois terços dos problemas são conectados a seções específicas do capítulo), mas, dentro de cada seção, os problemas agora levam os estudantes a um pensamento de ordem superior ao, primeiro, apresentar todos os problemas diretos da seção, seguidos pelos problemas intermediários.

**Anexo de Matemática.** O anexo de Matemática (Anexo B), uma ferramenta valiosa para os estudantes, mostra os recursos matemáticos em um contexto físico. Ideal para estudantes que necessitam de uma revisão rápida de tópicos, tais como álgebra, trigonometria e cálculo.

## Aspectos Úteis

**Estilo.** Para facilitar a rápida compreensão, escrevemos o livro em um estilo claro, lógico e atrativo. Escolhemos um estilo de escrita que é um pouco informal e descontraído, e os estudantes encontrarão textos atraentes e agradáveis de ler. Os termos novos são cuidadosamente definidos, evitando a utilização de jargões.

**Definições e Equações Importantes.** A maioria das definições é colocada em negrito ou destacada com uma tela de fundo para dar mais ênfase e facilitar a revisão, assim como são também destacadas as equações importantes para facilitar a localização.

**Notas de margem.** Comentários e notas que aparecem na margem com um ícone ► podem ser utilizados para localizar afirmações, equações e conceitos importantes no texto.

**Uso Pedagógico da Cor.** Os leitores devem consultar a **cartela pedagógica colorida** para uma lista dos símbolos de código de cores utilizados nos diagramas do texto. O sistema é seguido consistentemente em todo o texto.

**Nível Matemático.** Introduzimos cálculo gradualmente, lembrando que os estudantes, em geral, fazem cursos introdutórios de Cálculo e Física ao mesmo tempo. A maioria dos passos é mostrada quando equações básicas são desenvolvidas, e frequentemente se faz referência aos anexos de Matemática do final do livro. Embora os vetores sejam abordados em detalhe no Capítulo 3, produtos de vetores são apresentados mais adiante no texto, onde são necessários para aplicações da Física. O produto escalar é apresentado no Capítulo 7, que trata da energia de um sistema; o produto vetorial é apresentado no Capítulo 11, que aborda o momento angular.

**Algarismos significativos.** Tanto nos exemplos trabalhados quanto nos problemas do final de capítulo, os algarismos significativos foram manipulados com cuidado. A maioria dos exemplos numéricos é trabalhada com dois ou três algarismos significativos, dependendo da precisão dos dados fornecidos. Os problemas do final de capítulo regularmente exprimem dados e respostas com três dígitos de precisão. Ao realizar cálculos estimados, normalmente trabalharemos com um único algarismo significativo. (Mais discussão sobre algarismos significativos encontra-se no Capítulo 1.)

**Unidades.** O sistema internacional de unidades (SI) é utilizado em todo o texto. O sistema comum de unidades nos Estados Unidos só é utilizado em quantidade limitada nos capítulos de Mecânica e Termodinâmica.

**Anexos.** Diversos anexos são fornecidos no começo e no final do livro. A maior parte do material anexo representa uma revisão dos conceitos de matemática e técnicas utilizadas no texto, incluindo notação científica, álgebra, geometria, trigonometria, cálculos diferencial e integral. A referência a esses anexos é feita em todo o texto. A maioria das seções de revisão de Matemática nos anexos inclui exemplos trabalhados e exercícios com respostas. Além das revisões de Matemática, os anexos contêm tabela de dados físicos, fatores de conversão e unidades no SI de quantidades físicas, além de uma tabela periódica dos elementos. Outras informações úteis – dados físicos e constantes fundamentais, uma lista de prefixos padrão, símbolos matemáticos, o alfabeto grego e abreviações padrão de unidades de medida – também estão disponíveis.

## Soluções de Curso que se Ajustam às suas Metas de Ensino e às Necessidades de Aprendizagem dos Estudantes

Avanços recentes na tecnologia educacional transformaram os sistemas de gestão de tarefas para casa em ferramentas poderosas e acessíveis que vão ajudá-lo a incrementar seu curso, não importando se você oferece um curso mais tradicional com base em texto, se está interessado em utilizar ou se atualmente utiliza um sistema de gestão de tarefas para casa, tal como o Enhanced WebAssign.

### Sistemas de Gestão de Tarefas para Casa

**Enhanced WebAssign.** A tarefa de casa on-line nunca foi tão fácil! Não importa se você é um veterano experiente ou um iniciante, o WebAssign é o líder de mercado neste tipo de recurso on-line e a solução perfeita para satisfazer suas necessida-



des de gestão das tarefas. Projetado por físicos para físicos, este sistema é um companheiro de ensino confiável e amigável. O **Enhanced WebAssign** está disponível **em inglês** para esta edição de *Física para Cientistas e Engenheiros*. O ingresso à ferramenta Enhanced WebAssign ocorre por meio de cartão de acesso. Para mais informações sobre o cartão e sua aquisição, contate vendas.brasil@cengage.com. A ferramenta oferece a liberdade de alocar:

- cada problema e pergunta do final de capítulo;
- os problemas mais frequentemente atribuídos por seus colegas no Enhanced WebAssign (o conjunto de problemas em cada capítulo sombreado em azul), melhorados com um feedback preciso e/ou um tutorial “Master It” ou um vídeo de resolução “Watch It”. Eis um exemplo de feedback preciso:

Os problemas mais amplamente enfrentados no Enhanced WebAssign incluem feedback para tratar dos erros mais comuns que os estudantes cometem. Esta resposta foi desenvolvida por professores com experiência de vários anos em sala de aula.

A fish swimming in a horizontal plane has velocity  $\vec{v}_i = (+1\hat{i} + 1\hat{j})$  m/s at a point in the ocean where the position relative to a certain rock is  $\vec{r}_i = (10\hat{i} - 4\hat{j})$  m. After the fish swims with constant acceleration for 20 s, its velocity is  $\vec{v}_f = (20\hat{i} - 4\hat{j})$  m/s.

(a) What are the components of the acceleration?

$a_x = 3$    $\text{m/s}^2$  ✗

You appear to have interchanged the position and velocity values.

$a_y = 05$    $\text{m/s}^2$  ✗

Acceleration is determined from the change in velocity in this time interval.

(b) What is the direction of the acceleration with respect to unit vector  $\hat{i}$ ?

$-358.5$    $^\circ$  (counterclockwise from the  $+\hat{x}$ -axis is positive) ✗

You appear to have correctly calculated the angle using your incorrect values from part (a).

(c) If the fish maintains constant acceleration, where is it at  $t = 20$  s?

$x =$    $\text{m}$  ✗

$y =$    $\text{m}$  ✗

In what direction is it moving?

$^\circ$  (counterclockwise from the  $+\hat{x}$ -axis is positive) ✗

Need Help? [Read It](#) [Watch It](#) [Master It](#) [Chat About It](#)

- tutoriais Master It, para ajudar os estudantes a trabalhar no problema um passo de cada vez. Um exemplo de tutorial Master It:

**Master It**

A fish swimming in a horizontal plane has velocity  $\vec{v}_i = (3.00\hat{i} + 1.00\hat{j})$  m/s at a point in the ocean where the position relative to a certain rock is  $\vec{r}_i = (6.00\hat{i} - 3.7\hat{j})$  m. After the fish swims with constant acceleration for 12.0 s, its velocity is  $\vec{v}_f = (22.0\hat{i} - 15\hat{j})$  m/s.

(a) What are the components of the acceleration?

(b) What is the direction of the acceleration with respect to unit vector  $\hat{i}$ ?

(c) If the fish maintains constant acceleration, where is it at  $t = 21.0$  s?

**Part 1 of 7 - Conceptualize**

The fish is speeding up and changing direction. We choose to write separate equations about the  $x$  and  $y$  components of its motion.

[Continue](#)

**Tutoriais Master**

It ajudam os estudantes a organizar o que necessitam para resolver um problema com as seções *Conceitualização* e *Categorização* antes de trabalhar em cada etapa.

**Part 2 of 7 - Categorize**

Model the fish as a particle under constant acceleration. We use our old standard equations for constant-acceleration straight line motion, with  $x$  and  $y$  subscripts to make them apply to parts of the whole motion.

**Part 3 of 7 - Analyze (a)**

At  $t = 0$ , the initial velocity  $\vec{v}_i = (3.00\hat{i} + 1.00\hat{j})$  m/s and the initial position vector  $\vec{r}_i = (6.00\hat{i} - 3.7\hat{j})$  m

At the first 'final' point we consider, 12.0 s later,  $\vec{v}_f = (22.0\hat{i} - 15\hat{j})$  m/s

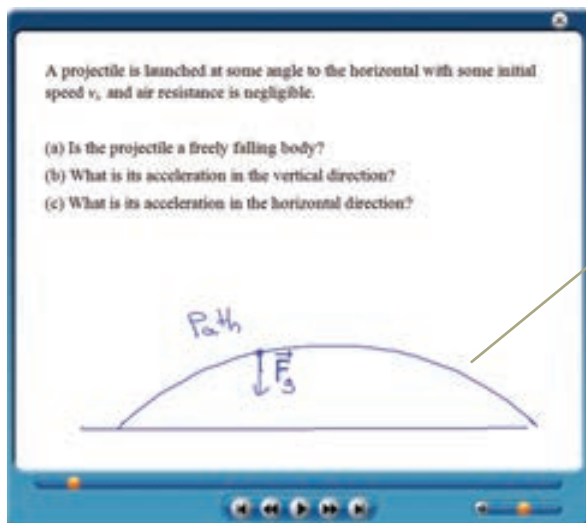
$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{22.0 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}}{12.0 \text{ s}} = 1.1 \text{ m/s}^2$  ✗

$a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{-15 \text{ m/s} - 1.00 \text{ s}}{12.0 \text{ s}} = -1.4 \text{ m/s}^2$  ✗

[Submit](#) [Skip](#)

**Tutoriais Master It** ajudam os estudantes a trabalhar em cada passo do problema. (em inglês)

- vídeos de resolução Watch It, que explicam estratégias fundamentais de resolução de problemas para ajudar os alunos a passarem por todas as suas etapas. Além disso, os professores podem optar por incluir sugestões de estratégias de resolução de problemas. Uma tela de uma resolução Watch It, aparece abaixo:



Os vídeos de resolução **Watch It** ajudam os estudantes a visualizar os passos necessários para resolver um problema. (em inglês)

- cada exemplo trabalhado, melhorado com sugestões e feedback, para ajudar a reforçar as habilidades de resolução de problemas dos estudantes
- cada Teste Rápido oferece aos estudantes uma grande oportunidade de testar sua compreensão conceitual

Também disponíveis no Enhanced WebAssign estão:

- Figuras Ativas animadas, melhoradas com sugestões e feedback, para ajudar os estudantes a desenvolver suas habilidades de visualização
- uma revisão de matemática para ajudar os estudantes a praticarem os principais conceitos quantitativos de álgebra, trigonometria e cálculo.

Visite [www.webassign.net](http://www.webassign.net) para saber mais sobre o Enhanced WebAssign (em inglês).

## Opções de Ensino

Os tópicos nesta coleção são apresentados na seguinte sequência: mecânica clássica, oscilações e ondas mecânicas, calor e termodinâmica, seguidos por eletricidade e magnetismo, ondas eletromagnéticas, óptica, relatividade e Física Moderna. Esta apresentação representa uma sequência tradicional, com o assunto de ondas mecânicas sendo apresentado antes de eletricidade e magnetismo. Alguns professores podem preferir discutir tanto mecânica como ondas eletromagnéticas após a conclusão de eletricidade e magnetismo. Neste caso, os Capítulos 2 a 4 do Volume 2 poderiam ser abordados com o Capítulo 12 do Volume 3. O capítulo sobre relatividade é colocado perto do final do livro, pois este tópico é frequentemente tratado como uma introdução à era da “Física Moderna”. Se houver tempo, os professores podem escolher cobrir o Capítulo 5 do Volume 4 após completar o Capítulo 13 do Volume 1 como conclusão ao material sobre mecânica newtoniana. Para os professores que trabalham numa sequência de dois semestres, algumas seções e capítulos poderiam ser excluídos sem qualquer perda de continuidade.

## Agradecimentos

A coleção *Física para Cientistas e Engenheiros* foi preparada com a orientação e assistência de muitos professores, que revisaram seleções do manuscrito, o texto de pré-revisão, ou ambos. Queremos agradecer aos seguintes professores e expressar nossa gratidão por suas sugestões, críticas e incentivo:

Jennifer Blue, *Miami University, de Ohio*

Norbert Chencinski, *College of Staten Island/The City University, de Nova York*

Jeffrey Christafferson, *Ferris State University*

Brent A. Corbin, *University of California, de Los Angeles*



Michael Dennin, *University of California, de Irvine*  
 Elena S. Flitsiyan, *University of Central Florida*  
 Chris Littler, *University of North Texas*  
 Steven Morris, *Los Angeles Harbor College*  
 Vahé Perroomian, *University of California, de Los Angeles*  
 Alexander L. Rudolph, *California State Polytechnic University, de Pomona*  
 Marlin L. Simon, *Auburn University*  
 Edward A. Whittaker, *Stevens Institute of Technology*

Antes do nosso trabalho nesta revisão, realizamos um levantamento entre professores para verificar como eles utilizaram as perguntas e problemas do final de capítulo em suas aulas. Ficamos espantados não apenas pelo número de professores que queriam participar da pesquisa, mas também pelos seus comentários perspicazes. Suas opiniões e sugestões ajudaram a compor a revisão das perguntas e problemas do final de capítulo nesta edição e, portanto, gostaríamos de agradecer aos que participaram do levantamento:

Wagih Abdel-Kader, *South Carolina State University*; Elise Adamson, *Wayland Baptist University*; Shireen Adenwalla, *University of Nebraska-Lincoln*; Rhett Allain, *Southeastern Louisiana University*; David S. Armstrong, *College of William & Mary*; Robert Astalos, *Adams State College*; Abdel Bachri, *Southern Arkansas University*; Colley Baldwin, *Medgar Evers College*; Steve Barnes, *California State University, San Bernardino*; Robert Bass, *Gardner-Webb University*; Chris Berven, *University of Idaho*; Andrew Blauch, *Charleston Southern University*; Paul Bloom, *North Central College*; Carolyn Boesse, *McLennan Community College*; Mary Boleware, *Jones County Junior College*; Catalina Boudreaux, *University of Texas, San Antonio*; John Carzoli, *Oakton Community College*; Ken Caviness, *Southern Adventist University*; Eugene Chaffin, *Bob Jones University*; Robert Chavez, *College of Marin*; Norbert Chencinski, *College of Staten Island, The City University of New York*; Kelvin Chu, *University of Vermont*; Sr. Marie Anselm Cooper, *Immaculata University*; Brent Corbin, *University of California, Los Angeles*; Kevin Cornelius, *Ouachita Baptist University*; Sarah Crowe, *University of Kentucky*; Linda S. Dake, *Utica College*; Ethan Deneault, *University of Tampa*; Gregory Derry, *Loyola College*; Joseph Di Rienzi, *College of Notre Dame of Maryland*; Ryan Droste, *Trident Technical College*; Gintaras Duda, *Creighton University*; Mike Durren, *Lake Michigan College*; John Edwards, *Piedmont Technical College*; Mark Edwards, *Hofstra University*; Efremfon F. Ekpo, *Bethune-Cookman University*; Michael Fauerbach, *Florida Gulf Coast University*; Nail Fazleev, *University of Texas, Arlington*; Terrence F. Flower, *College of Saint Catherine*; Marco Fornari, *Central Michigan University*; Tom French, *Montgomery County Community College*; Richard Gelderman, *Western Kentucky University*; Anthony Gerig, *Viterbo University*; Mikhail Goloubey, *Bowie State University*; Joshua Guttman, *Bergen Community College*; Dean Hamden, *Montclair State University*; Mark Hardies, *St. Petersburg College*; Kathleen Harper, *The Ohio State University*; Wayne Hayes, *Greenville Technical College*; Paul Henriksen, *James Madison University*; David Heskett, *University of Rhode Island*; Scott Hildreth, *Chabot College*; Tracy Hodge, *Berea College*; Dawn Hollenbeck, *Rochester Institute of Technology*; William Hollerman, *University of Louisiana, Lafayette*; George K. Horton, *Rutgers University*; David C. Ingram, *Ohio University*; Shawn Jackson, *University of Arizona*; Mario Klaric, *Midlands Technical College*; Burair Kothari, *Indiana University*; Thomas Krause, *Towson University*; Fred Kuttner, *University of California, Santa Cruz*; Douglas Kurtze, *Saint Joseph's University*; Dan Lawrence, *Northwest Nazarene University*; Lynne Lawson, *Providence College*; David Locke, *College of San Mateo*; Thomas Lockhart, *University of Wisconsin-Eau Claire*; Virginia Long, *Colby College*; Igor Makasyuk, *San Francisco State University*; Jimmy McCoy, *Tarleton State University*; Kenneth W. McLaughlin, *Loras College*; Rahul Mehta, *University of Central Arkansas*; Dominick Misciascio, *Mercer County Community College*; Sudipa Mitra-Kirtley, *Rose-Hulman Institute of Technology*; Poovan Murugesan, *San Diego City College*; Robert Napora, *Purdue University-Calumet*; Joseph L. Nothnagel, *McHenry Community College*; Lauren Novatne-Harris, *Reedley College*; Terry F. O'Dwyer, *Nassau Community College*; Adebajo Oriade, *Bethany College*; Michael Panunto, *Butte College*; John Phillips, *Capital University*; Robert Pompei, *Binghamton University, State University of New York*; Dale Powers, *Elmira College*; Richard Powers, *Los Angeles Trade Technical College*; Stanley Radford, *The College at Brockport, State University of New York*; Beatrice Rasmussen, *University of Texas, Dallas*; Cameron Reed, *Alma College*; Richard Rees, *Westfield State College*; Ken Reyzer, *Cuyamaca College*; Thomas R. Roose, *Trinity Christian College*; Nanjundiah Sadanand, *Central Connecticut State University*; Joshua Sasmor, *Seton Hill University*; Andria Schwartz, *Quinsigamond Community College*; Mariana Sendova, *New College of Florida*; Henry R. Setze, *Pearl River Community College*; Anwar Shiekh, *Diné College*; Gurbax Singh, *University of Maryland Eastern Shore*; Xiang-ning Song, *Richland College*; Lawrence P. Staunton, *Drake University*; Glenn B. Stracher, *East Georgia College*; Jeff Sundquist, *Palm Beach Community College*; Gerald Taylor, *James Madison University*; Valentina Tobos, *Lawrence Tech University*; John Vassiliou, *Villanova University*; Jog-indra Wadehra, *Wayne State University*; Bill Warren, *Lord Fairfax Community College*; Michael Weber, *Brigham Young University-Hawaii*; Zodiac Webster, *Columbus State University*; Margaret Wessling, *Pierce College*; Joseph O. West, *Indiana State University*; Dennis P. Weygand, *Thomas Nelson Community College*; Tom Wilbur, *Anne Arundel Community College*; Weldon Wilson, *University of Central Oklahoma*; Stephen Wimpenny, *University of California, Riverside*; Frederick Wolf, *Keene State College*; Alexander Wurm, *Western New England College*; Robert Zbikowski, *Hibbing Community College*.

A precisão deste livro foi cuidadosamente verificada por Grant Hart, *Brigham Young University*; Michael Kotlarchyk, *Rochester Institute of Technology*; Brian A. Raue, *Florida International University*; James E. Rutledge, *University of California, Irvine*; Greg Severn, *University of San Diego*; Harry W. K. Tom, *University of California, Riverside*; e Som Tyagi, *Drexel University*. Agradecemos-lhes por seus esforços sob a pressão do cronograma.

Vahé Peroomian revisou os conjuntos de perguntas e problemas do final de capítulo e ofereceu sugestões valiosas para melhorá-los; estamos muito gratos por essa ajuda. Também agradecemos a Ralph McGrew por escrever alguns problemas novos e pela sugestão de melhorias no conteúdo do livro didático. Belal Abas, Zinoviy Akkerman, Eric Boyd, Hal Falk, Melanie Martin, Steve McCauley e Glenn Stracher fizeram correções nos problemas tirados das edições anteriores.

Agradecimentos especiais e reconhecimento à equipe profissional da Brooks/Cole Cengage Learning – em particular, Mary Finch, Ed Dodd, Brandi Kirksey (que gerenciou o programa auxiliar e muito mais), Cathy L. Brooks, Robyn Young, Joshua Duncan, Rebecca Berardy Schwartz, Sam Subity, Nicole Mollica e Michelle Julet – seu ótimo trabalho durante o desenvolvimento, produção e promoção deste livro didático. Reconhecemos o qualificado serviço de produção e o excelente trabalho de arte prestado pela equipe da Lachina Publishing Services e Dartmouth Publishing, Inc., e os dedicados esforços de pesquisa de fotos de Michelle Vitiello, do Bill Smith Group.

Finalmente, estamos profundamente em débito com nossas esposas, filhos e netos por seu amor, apoio e sacrifícios de longo prazo.

**John W. Jewett, Jr.**  
*Anaheim, Califórnia*

**Raymond A. Serway**  
*St. Petersburg, Flórida*

# Ao Estudante

**É apropriado oferecer algumas palavras de conselho que sejam úteis para você, estudante.** Antes de fazê-lo, supomos que tenha lido o Prefácio, que descreve as várias características deste livro e dos materiais de apoio que o ajudarão durante o curso.

## Como Estudar

---

Com frequência, os estudantes perguntam aos professores: “Como eu deveria estudar Física e me preparar para as provas?”. Não há resposta simples para esta pergunta, mas podemos oferecer algumas sugestões com base em nossas experiências de ensino e aprendizagem durante anos.

Primeiro, mantenha uma atitude positiva em relação ao tema, tendo em mente que a Física é a mais fundamental das ciências naturais. Outros cursos de ciência no futuro utilizarão os mesmos princípios físicos, portanto, é importante entender e ser capaz de aplicar os vários conceitos e teorias discutidos neste livro.

## Conceitos e Princípios

---

É essencial entender os conceitos e princípios básicos antes de tentar resolver os problemas. Você poderá alcançar esta meta com a leitura cuidadosa do capítulo do livro antes de assistir à aula sobre o assunto em questão. Ao ler o texto, anote os pontos que não lhe estão claros. Certifique-se, também, de tentar responder às perguntas dos Testes Rápidos quando a elas chegar durante a leitura. Trabalhamos muito para preparar perguntas que possam ajudá-lo a avaliar sua compreensão do material. Estude cuidadosamente os recursos “**E se?**” que aparecem em muitos dos exemplos trabalhados. Eles ajudarão a estender sua compreensão além do simples ato de chegar a um resultado numérico. As Prevenções de Armadilhas também ajudarão a mantê-lo longe dos erros mais comuns na Física. Durante a aula, tome nota atentamente e faça perguntas sobre as ideias que não entender com clareza. Tenha em mente que poucas pessoas são capazes de absorver todo o significado de um material científico após uma única leitura; várias leituras do texto, juntamente com suas anotações, podem ser necessárias. As aulas e o trabalho em laboratório suplementam o livro, e devem esclarecer as partes mais difíceis do assunto. Evite a simples memorização, porque, mesmo que bem-sucedida em relação às passagens do texto, equações e derivações, não indica necessariamente que você entendeu o assunto. Esta compreensão se dará melhor por meio de uma combinação de hábitos de estudo eficientes, discussões com outros estudantes e com professores, e sua capacidade de resolver os problemas apresentados no livro-texto. Faça perguntas sempre que acreditar que o esclarecimento de um conceito é necessário.

## Horário de Estudo

---

É importante definir um horário regular de estudo, de preferência diariamente. Leia o programa do curso e cumpra o cronograma estabelecido pelo professor. As aulas farão muito mais sentido se você ler o material correspondente à aula *antes* de assisti-la. Como regra geral, seria bom dedicar duas horas de estudo para cada hora de aula. Caso tenha algum problema com o curso, peça a ajuda do professor ou de outros estudantes que fizeram o curso. Se achar necessário, você também pode recorrer à orientação de estudantes mais experientes. Com muita frequência, os professores oferecem aulas

de revisão além dos períodos de aula regulares. Evite a prática de deixar o estudo para um dia ou dois antes da prova. Muito frequentemente esta prática tem resultados desastrosos. Em vez de empreender uma noite toda de estudo antes de uma prova, revise brevemente os conceitos e equações básicos, e tenha uma boa noite de descanso.

## Use os Recursos

---

Faça uso dos vários recursos do livro discutidos no Prefácio. Por exemplo, as notas de margem são úteis para localizar e descrever equações e conceitos importantes, e o **negrito** indica definições importantes. Muitas tabelas úteis estão contidas nos anexos, mas a maioria é incorporada ao texto, onde são mencionadas com mais frequência. O Anexo B é uma revisão conveniente das ferramentas matemáticas utilizadas no texto.

O sumário, no começo de cada capítulo, fornece uma visão geral de todo o texto, e o índice remissivo permite localizar um material específico rapidamente. Notas de rodapé são muitas vezes utilizadas para complementar o texto ou para citar outras referências sobre o assunto discutido.

Depois de ler um capítulo, você deve ser capaz de definir quaisquer quantidades novas apresentadas neste capítulo e discutir os princípios e suposições que foram utilizados para chegar a certas relações-chave. Você deve ser capaz de associar a cada quantidade física o símbolo correto utilizado para representar a quantidade e a unidade na qual ela é especificada. Além disso, deve ser capaz de expressar cada equação importante de maneira concisa e precisa.

## Resolução de Problemas

---

R. P. Feynman, prêmio Nobel de Física, uma vez disse: “Você não sabe nada até que tenha praticado”. Concordando com esta afirmação, aconselhamos que você desenvolva as habilidades necessárias para resolver uma vasta gama de problemas. Sua capacidade de resolver problemas será um dos principais testes de seus conhecimentos sobre Física; portanto, tente resolver tantos problemas quanto possível. É essencial entender os conceitos e princípios básicos antes de tentar resolvê-los. Uma boa prática consiste em tentar encontrar soluções alternativas para o mesmo problema. Por exemplo, podem-se resolver problemas de mecânica com a utilização das leis de Newton, mas frequentemente um método alternativo que se inspira nas considerações de energia é mais direto. Você não deve se enganar pensando que entende um problema meramente porque acompanhou sua resolução na aula. Mas, sim, ser capaz de resolver o problema e outros problemas similares sozinho.

A abordagem para resolver problemas deve ser cuidadosamente planejada. Um plano sistemático é especialmente importante quando um problema envolve vários conceitos. Primeiro, leia o problema várias vezes até que esteja confiante de que entendeu o que se está perguntando. Procure quaisquer palavras-chave que ajudarão a interpretar o problema e talvez permitir que sejam feitas algumas suposições. Sua capacidade de interpretar uma pergunta adequadamente é parte integrante da resolução do problema. Segundo, adquira o hábito de anotar as informações fornecidas em um problema e as quantidades que precisam ser encontradas; por exemplo, pode-se construir uma tabela listando as quantidades fornecidas e as quantidades a serem encontradas. Este procedimento é às vezes utilizado nos exemplos trabalhados do livro. Finalmente, depois que decidiu o método que acredita ser apropriado para um determinado problema, prossiga com sua solução. A Estratégia Geral de Resolução de Problemas o orientará nos problemas complexos. Se seguir os passos deste procedimento (*Conceitualização, Categorização, Análise, Finalização*), você facilmente chegará a uma solução e terá mais proveito de seus esforços. Essa estratégia, localizada no final do Capítulo 2, é utilizada em todos os exemplos trabalhados nos capítulos restantes, de maneira que você poderá aprender a aplicá-la. Estratégias específicas de resolução de problemas para certos tipos de situações estão incluídas no livro e aparecem com um título especial. Essas estratégias específicas seguem a essência da Estratégia Geral de Resolução de Problemas.

Frequentemente, os estudantes não reconhecem as limitações de certas equações ou leis físicas em uma situação específica. É muito importante entender e lembrar as suposições que fundamentam uma teoria ou formalismo em particular. Por exemplo, certas equações da cinemática aplicam-se apenas a uma partícula que se move com aceleração constante. Essas equações não são válidas para descrever o movimento cuja aceleração não é constante, tal como o de um objeto conectado a uma mola ou o de um objeto através de um fluido. Estude cuidadosamente o Modelo de Análise para Resolução de Problemas nos resumos do capítulo para saber como cada modelo pode ser aplicado a uma situação específica. Os modelos de análise fornecem uma estrutura lógica para resolver problemas e ajudam a desenvolver suas habilidades de pensar para que fiquem mais parecidas com as de um físico. Utilize a abordagem de modelo de análise para economizar tempo buscando a equação correta e resolva o problema com maior rapidez e eficiência.

## Experiências

---

Física é uma ciência baseada em observações experimentais. Portanto, recomendamos que você tente complementar o texto realizando vários tipos de experiências práticas, seja em casa ou no laboratório. Essas experiências podem ser utilizadas para testar as ideias e modelos discutidos em aula ou no livro-texto. Por exemplo, a tradicional mola de brinquedo é excelente para estudar as ondas progressivas; uma bola balançando no final de uma longa corda pode ser utilizada para investigar o movimento de pêndulo; várias massas presas no final de uma mola vertical ou elástico podem ser utilizadas para determinar sua natureza elástica; um velho par de óculos de sol polarizado, algumas lentes descartadas e uma lente de aumento são componentes de várias experiências de óptica; e uma medida aproximada da aceleração da gravidade pode ser determinada simplesmente pela medição, com um cronômetro, do intervalo de tempo necessário para uma bola cair de uma altura conhecida. A lista dessas experiências é infinita. Quando modelos físicos não estão disponíveis, seja criativo e tente desenvolver seus próprios modelos.

## Novos Meios

---

Se disponível, incentivamos muito a utilização do produto **Enhanced WebAssign**, que é disponibilizado em inglês com este livro. É bem mais fácil entender Física se você a vê em ação, e os materiais disponíveis no Enhanced WebAssign permitirão que você se torne parte desta ação. Para mais informações sobre como adquirir o cartão de acesso à ferramenta, contate vendas.brasil@cengage.com

Esperamos sinceramente que você considere a Física uma experiência excitante e agradável, e que se beneficie dessa experiência independente da profissão escolhida. Bem-vindo ao excitante mundo da Física!

*O cientista não estuda a natureza porque é útil; ele a estuda porque se realiza fazendo isso e tem prazer porque ela é bela. Se a natureza não fosse bela, não seria suficientemente conhecida, e se não fosse suficientemente conhecida, a vida não valeria a pena.*

—Henri Poincaré



# Oscilações e ondas mecânicas

## parte 1



Gotas de água causam a oscilação da superfície da água. Essas oscilações são associadas às ondas circulares se movendo para longe do ponto onde as gotas caem. Neste volume, vamos explorar os princípios relacionados a oscilações e ondas.

(© Photos.com, uma divisão da Getty Images. Todos os direitos reservados)

**Começamos este volume estudando um tipo especial de movimento, chamado *periódico* – o movimento repetido de um corpo no qual ele continua a retornar a uma posição após um intervalo de tempo fixo. Os movimentos repetitivos de tal corpo são chamados *oscilações*. Vamos focar um caso especial de movimento periódico, chamado *movimento harmônico simples*. Todos os movimentos periódicos podem ser modelados como combinações de movimentos harmônicos simples.**

O movimento harmônico simples também forma a base de nossa compreensão de *ondas mecânicas*. Ondas sonoras, sísmicas, em cordões esticados e na água são todas produzidas por alguma fonte de oscilação. Conforme uma

onda sonora viaja pelo ar, elementos do ar oscilam para a frente e para trás; conforme uma onda na água viaja por um lago, elementos da água oscilam para cima e para baixo, para trás e para a frente. O movimento dos elementos do meio tem forte semelhança com o movimento periódico de um pêndulo oscilatório ou de um corpo preso a uma mola.

Para explicar muitos outros fenômenos naturais, precisamos entender os conceitos de oscilações e ondas. Por exemplo, embora arranha-céus e pontes pareçam ser rígidos, eles oscilam, algo que os arquitetos e engenheiros que os planejam e constroem devem levar em consideração. Para entender como funcionam o rádio e a televisão, devemos compreender a origem e natureza das ondas eletromagnéticas, e como elas se propagam pelo espaço. Finalmente, muito do que os cientistas aprenderam sobre estrutura atômica vem de informações carregadas por ondas. Portanto, devemos primeiro estudar oscilações e ondas para compreender os conceitos e teorias da Física Atômica. ■



# Movimento oscilatório

- 1.1 Movimento de um corpo preso a uma mola
- 1.2 Modelo de análise: partícula em movimento harmônico simples
- 1.3 Energia do oscilador harmônico simples
- 1.4 Comparação entre movimento harmônico simples e movimento circular uniforme
- 1.5 O pêndulo
- 1.6 Oscilações amortecidas
- 1.7 Oscilações forçadas

**Movimento periódico é o movimento de um corpo que retorna regularmente** para uma posição após um intervalo de tempo fixo. Pensando um pouco, podemos identificar vários tipos de movimento periódico em nossa vida. Seu carro volta para a garagem todas as noites, assim como você sempre retorna para a mesa de jantar. Um candeeiro balança para a frente e para trás depois de levar uma batida, retornando à mesma posição com ritmo regular. A Terra retorna para a mesma posição em sua órbita ao redor do sol a cada ano, resultando na variação das quatro estações.

Além desses exemplos do cotidiano, numerosos outros sistemas exibem movimento periódico. As moléculas em um sólido oscilam sobre sua posição de equilíbrio; ondas eletromagnéticas, como ondas de luz, radar e ondas de rádio, são caracterizadas por vetores elétricos oscilatórios e de campo magnético; e circuitos de corrente alternada, tensão, corrente, e carga elétrica variam periodicamente com o tempo.

Um tipo especial de movimento periódico ocorre em sistemas mecânicos quando a força atuando sobre um corpo é proporcional à posição do corpo em relação a alguma posição de equilíbrio. Se essa força é sempre direcionada na direção da posição de equilíbrio, o movimento é chamado *movimento harmônico simples*, que é o foco primário deste capítulo.



Para reduzir o balanço de altos edifícios por causa do vento, amortecedores calibrados são colocados próximos a seu topo. Esses mecanismos incluem um corpo de grande massa que oscila, controlado por computador na mesma frequência que o edifício, reduzindo o balanço. A esfera suspensa de 730 toneladas mostrada na fotografia acima é parte de um sistema de amortecedores calibrados do Taipei Financial Center, que já foi um dos edifícios mais altos do mundo. (Ranjit Doroszkeiwicz/Alamy)

## 1.1 Movimento de um corpo preso a uma mola

Como um modelo de movimento harmônico simples, considere um bloco de massa  $m$  preso à ponta de uma mola, com o bloco livre para se mover sobre uma superfície horizontal, sem atrito (Figura Ativa 1.1). Quando a mola não está nem esticada nem comprimida, o bloco está em repouso na posição chamada **posição de equilíbrio** do sistema, que identificamos como  $x = 0$  (Figura Ativa 1.1b). Sabemos que tal sistema oscila para a frente e para trás se tirado de sua posição de equilíbrio.

Podemos compreender o movimento oscilatório do bloco na Figura Ativa 1.1 de maneira qualitativa, se lembrarmos que quando o bloco é deslocado para uma posição  $x$ , a mola exerce uma força sobre ele proporcional à posição, dada pela **Lei de Hooke** (ver Seção 7.4 do Volume 1 desta coleção):

$$F_M = -kx \quad (1.1)$$

Chamamos  $F_M$  **força restauradora**, porque ela sempre é direcionada para a posição de equilíbrio e, portanto, *oposta* ao deslocamento do bloco a partir do equilíbrio. Ou seja, quando o bloco é deslocado para a direita de  $x = 0$  na Figura Ativa 1.1a, a posição é positiva e a força restauradora é direcionada para a esquerda. Quando o bloco é deslocado para a esquerda de  $x = 0$  como na Figura 1.1c, a posição é negativa e a força restauradora é direcionada para a direita.

Quando o bloco é deslocado do ponto de equilíbrio e liberado, ele é uma partícula sob uma força resultante e, conseqüentemente, sofre uma aceleração. Aplicando a Segunda Lei de Newton ao movimento do bloco, com a Equação 1.1 fornecendo a força resultante na direção  $x$ , obtemos:

$$\begin{aligned} -kx &= ma_x \\ a_x &= -\frac{k}{m}x \end{aligned} \quad (1.2)$$

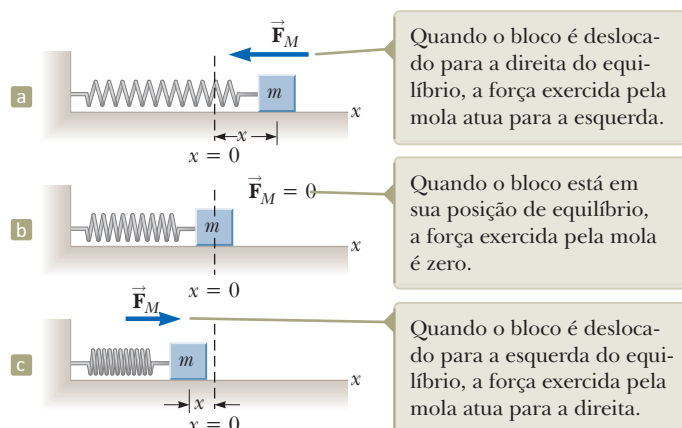
Isto é, a aceleração do bloco é proporcional a sua posição, e a direção da aceleração é oposta à do deslocamento do bloco a partir do equilíbrio. Sistemas que se comportam dessa maneira exibem **movimento harmônico simples**. Um corpo move-se com movimento harmônico simples sempre que sua aceleração for proporcional a sua posição e tiver direção oposta àquela do deslocamento a partir do equilíbrio.

Se o bloco na Figura Ativa 1.1 é deslocado para uma posição  $x = A$  e liberado do repouso, sua aceleração *inicial* é  $-kA/m$ . Quando o bloco passa pela posição de equilíbrio  $x = 0$ , sua aceleração é zero. Nesse instante, sua velocidade é máxima, porque a aceleração muda de sinal. O bloco então continua a se mover para a esquerda do equilíbrio com aceleração positiva, e finalmente chega a  $x = -A$ , quando sua aceleração é  $+kA/m$  e sua velocidade é zero novamente, conforme discutimos nas seções 7.4 e 7.9 do Volume 1 desta coleção. O bloco completa um ciclo completo de seu movimento retornando a sua posição original, passando novamente por  $x = 0$  com velocidade máxima. Portanto, o bloco oscila entre os pontos de retorno  $x = \pm A$ . Na ausência de atrito, esse movimento idealizado continuará para sempre, porque a força exercida pela mola é conservativa. Sistemas reais são geralmente sujeitos a atrito, então, não oscilam para sempre. Exploraremos os detalhes da situação com atrito na Seção 1.6.

### Prevenção de Armadilhas 1.1

#### A orientação da mola

A Figura Ativa 1.1 mostra uma mola *horizontal* com um bloco preso deslizando sobre uma superfície sem atrito. Outra possibilidade é um bloco pendurado de uma mola *vertical*. Todos os resultados discutidos para a mola horizontal são os mesmos para a vertical, com uma exceção: quando o bloco é colocado na mola vertical, seu peso faz que a mola se estenda. Se a posição de repouso do bloco for definida como  $x = 0$ , os resultados deste capítulo também se aplicam a este sistema vertical.



**FIGURA ATIVA 1.1**

Um bloco preso a uma mola se movendo sobre uma superfície sem atrito.

**Teste Rápido 1.1** Um bloco na extremidade de uma mola é puxado para a posição  $x = \pm A$  e liberado do repouso. Em um ciclo inteiro de seu movimento, por qual distância total o bloco viaja? (a)  $A/2$  (b)  $A$  (c)  $2A$  (d)  $4A$ .

## 1.2 Modelo de análise: partícula em movimento harmônico simples

O movimento descrito na seção anterior ocorre tão frequentemente, que identificamos o modelo da **partícula em movimento harmônico simples** para representar tais situações. Para desenvolver uma representação matemática para esse modelo, em geral escolhemos  $x$  como o eixo ao longo do qual a oscilação ocorre; então, vamos deixar a notação do subscrito  $x$  de lado nesta discussão. Lembre-se de que, por definição,  $a = dv/dt = d^2x/dt^2$ ; então podemos expressar a Equação 1.2 por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (1.3)$$

### Prevenção de Armadilhas 1.2

#### Aceleração não constante

A aceleração de uma partícula em movimento harmônico simples não é constante. A Equação 1.3 mostra que sua aceleração varia com a posição  $x$ . Então, *não podemos* aplicar as equações cinemáticas do Capítulo 2, do Volume 1 desta coleção a essa situação.

Se representarmos a proporção  $k/m$  com o símbolo  $\omega^2$  (escolhemos  $\omega^2$  em vez de  $\omega$  de modo a tornar a solução desenvolvida mais simples em forma), então:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (1.4)$$

e a Equação 1.3 pode ser representada na forma de:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x \quad (1.5)$$

Vamos encontrar uma solução matemática para a Equação 1.5, ou seja, uma função  $x(t)$  que satisfaça essa equação diferencial de segunda ordem e que seja a representação matemática da posição da partícula como uma função de tempo. Procuramos uma função cuja segunda derivada seja a mesma que a função original com um sinal negativo e multiplicada por  $\omega^2$ . As funções trigonométricas seno e cosseno exibem esse comportamento, então, podemos criar uma solução ao redor de uma delas, ou das duas. A função cosseno a seguir é uma solução para a equação diferencial:

### Posição versus tempo para uma partícula em movimento harmônico simples

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.6)$$

onde  $A$ ,  $\omega$  e  $\phi$  são constantes. Para mostrar explicitamente que essa solução satisfaz

à Equação 1.5, veja que:

$$\frac{dx}{dt} = A \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \phi) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (1.7)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A \frac{d}{dt} \sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.8)$$

### Prevenção de Armadilhas 1.3

#### Onde está o triângulo?

A Equação 1.6 inclui uma função trigonométrica, *função matemática* que pode ser usada quando se refere a um triângulo ou não. Neste caso, uma função cosseno tem o comportamento correto para representar a posição de uma partícula em movimento harmônico simples.

Comparando as equações 1.6 e 1.8, vemos que  $d^2x/dt^2 = -\omega^2x$ , e a Equação 1.5 é satisfeita.

Os parâmetros  $A$ ,  $\omega$  e  $\phi$  são constantes do movimento. Para dar significado a essas constantes, é conveniente formar uma representação gráfica do movimento plotando  $x$  como uma função de  $t$ , como na Figura Ativa 1.2a. Primeiro,  $A$ , chamado amplitude do movimento, é simplesmente o valor máximo da posição da partícula na direção  $x$  positiva ou negativa. A constante  $\omega$  é chamada de **frequência angular**, e tem unidades<sup>1</sup> de radianos por segundo. É uma medida de quão rapidamente as oscilações ocorrem; quanto mais oscilações por unidade de tempo, maior o valor de  $\omega$ . A partir da Equação 1.4, a frequência angular é:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.9)$$

<sup>1</sup> Vimos muitos exemplos nos quais avaliamos a função trigonométrica de um ângulo nos capítulos do Volume 1 desta coleção. O argumento de uma função trigonométrica, como seno ou cosseno, deve ser um número puro. O radiano é um número puro, porque é uma proporção de comprimentos. Ângulos em graus são números puros, porque o grau é uma "unidade" artificial; ele não é relacionado a medições de comprimentos. O argumento da função trigonométrica na Equação 1.6 deve ser um número puro. Então,  $\omega$  deve ser expresso em radianos por segundo (e não, por exemplo, em revoluções por segundo) se  $t$  é expresso em segundos. Além disso, outros tipos de funções como logaritmos e funções exponenciais exigem argumentos que sejam números puros.

O ângulo constante  $\phi$  é chamado **constante de fase** (ou ângulo de fase inicial) e, junto com a amplitude  $A$ , é determinado unicamente pela posição e velocidade da partícula em  $t = 0$ . Se a partícula está em sua posição máxima  $x = A$  em  $t = 0$ , a constante de fase é  $\phi = 0$ , e a representação gráfica do movimento é a mesma que a mostrada na Figura Ativa 1.2b. A quantidade  $(\omega t + \phi)$  é chamada **fase** do movimento. Veja que a função  $x(t)$  é periódica, e seu valor é o mesmo cada vez que  $\omega t$  aumenta em  $2\pi$  radianos.

As equações 1.1, 1.5 e 1.6 formam a base da representação matemática do modelo da partícula em movimento harmônico simples. Se você estiver analisando uma situação e descobrir que a força sobre um corpo modelado como uma partícula tem a forma matemática da Equação 1.1, saberá que o movimento é aquele de um oscilador harmônico simples, e que a posição da partícula é descrita pela Equação 1.6. Se analisar um sistema e descobrir que ele é descrito por uma equação diferencial na forma da Equação 1.5, o movimento é aquele de um oscilador harmônico simples. Se analisar uma situação e descobrir que a posição da partícula é descrita pela Equação 1.6, você saberá que a partícula tem movimento harmônico simples.

**Teste Rápido 1.2** Considere uma representação gráfica (Figura 1.3) de movimento harmônico simples conforme descrita matematicamente pela Equação 1.6. Quando a partícula está no ponto A em um gráfico, o que pode ser dito sobre sua posição e velocidade? (a) Ambas, posição e velocidade, são positivas. (b) A posição e a velocidade são ambas negativas. (c) A posição é positiva, e a velocidade é zero. (d) A posição é negativa, e a velocidade é zero. (e) A posição é positiva, e a velocidade é negativa. (f) A posição é negativa, e a velocidade é positiva.

**Teste Rápido 1.3** A Figura 1.4 mostra duas curvas representando partículas submetidas a movimento harmônico simples. A descrição correta desses dois movimentos é que o movimento harmônico simples da partícula B é: (a) de maior frequência angular e maior amplitude que o da partícula A, (b) de maior frequência angular e menor amplitude que o da partícula A, (c) de menor frequência angular e maior amplitude que o da partícula A, ou (d) de menor frequência angular e menor amplitude que o da partícula A.

Vamos investigar a descrição matemática do movimento harmônico simples mais detalhadamente. O **período**  $T$  do movimento é o intervalo de tempo necessário para a partícula completar um ciclo inteiro de seu movimento (Figura Ativa 1.2a). Isto é, os valores de  $x$  e  $v$  para um instante específico  $t$  são iguais aos valores de  $x$  e  $v$  no instante  $t + T$ . Como a fase aumenta em  $2\pi$  radianos em um intervalo de tempo de  $T$ :

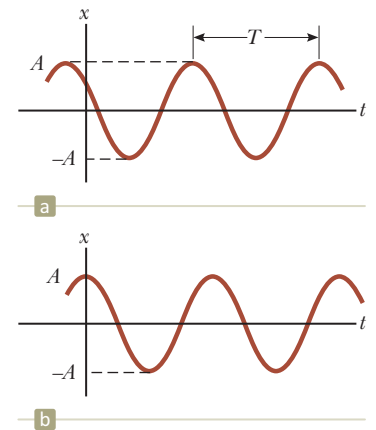
$$[\omega(t + T) + \phi] - (\omega t + \phi) = 2\pi$$

Simplificando essa expressão, temos  $\omega T = 2\pi$ , ou:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1.10)$$

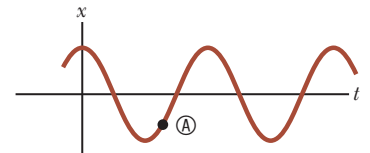
O inverso do período é chamado **frequência**  $f$  do movimento. Enquanto o período é o intervalo de tempo por oscilação, a frequência representa o número de oscilações que a partícula sofre por unidade de tempo:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1.11)$$

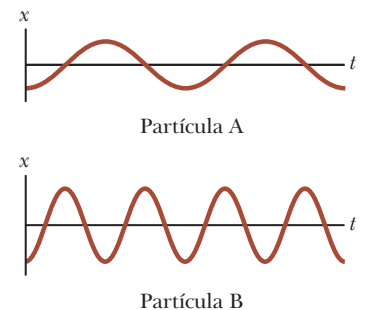


**FIGURA ATIVA 1.2**

(a) Um gráfico  $x - t$  para uma partícula submetida a movimento harmônico simples. A amplitude do movimento é  $A$ , e o período (definido na Equação 1.10) é  $T$ . (b) O gráfico  $x - t$  para o caso especial no qual  $x = A$  em  $t = 0$  e, portanto,  $\phi = 0$ .



**Figura 1.3** (Teste Rápido 1.2) Um gráfico  $x - t$  para uma partícula submetida a movimento harmônico simples. Em um instante específico, a posição da partícula é indicada por A no gráfico.



**Figura 1.4** (Teste Rápido 1.3) Dois gráficos  $x - t$  para partículas submetidas a movimento harmônico simples. As amplitudes e frequências são diferentes para as duas partículas.

**Prevenção de Armadilhas 1.4****Dois tipos de frequência**

Identificamos dois tipos de frequência para um oscilador harmônico simples:  $f$ , chamada simplesmente *frequência*, é medida em hertz, e  $\omega$ , a *frequência angular*, é medida em radianos por segundo. Saiba com certeza qual frequência está sendo discutida ou solicitada em um problema. As equações 1.11 e 1.12 mostram a relação entre as duas frequências.

As unidades de  $f$  são ciclos por segundo, ou **hertz** (Hz). Rearranjando a Equação 1.11, temos:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.12)$$

As equações 1.9 até 1.11 podem ser usadas para expressar o período e a frequência do movimento para uma partícula em movimento harmônico simples em termos das características  $m$  e  $k$  do sistema como:

**Período** ►

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.13)$$

**Frequência** ►

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.14)$$

Isto é, o período e a frequência dependem *somente* da massa da partícula e da constante de força da mola, e *não* de parâmetros do movimento, tais como  $A$  ou  $\phi$ . Como poderíamos esperar, a frequência é maior para uma mola mais rígida (maior valor de  $k$ ), e diminui com o aumento da massa da partícula.

Podemos obter a velocidade e a aceleração<sup>2</sup> de uma partícula submetida a movimento harmônico simples a partir das equações 1.7 e 1.8:

**Velocidade de uma partícula em movimento harmônico simples** ►

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (1.15)$$

**Aceleração de uma partícula em movimento harmônico simples** ►

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.16)$$

A partir da Equação 1.15, vemos que, como as funções seno e cosseno oscilam entre  $\pm 1$ , os valores extremos da velocidade  $v$  são  $\pm\omega A$ . Do mesmo modo, a Equação 1.16 mostra que os valores extremos da aceleração  $a$  são  $\pm\omega^2 A$ . Portanto, os valores *máximos* dos módulos da velocidade e aceleração são:

**Módulos máximos de velocidade e aceleração em movimento harmônico simples** ►

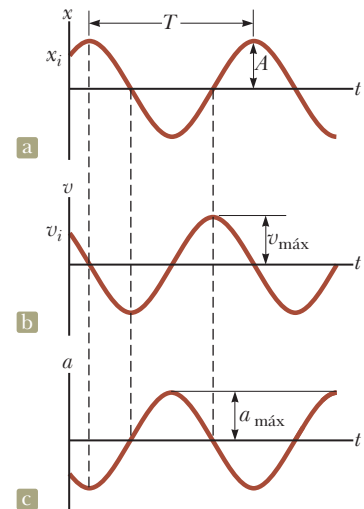
$$v_{\text{máx}} = \omega A = \sqrt{\frac{k}{m}} A \quad (1.17)$$

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 A = \frac{k}{m} A \quad (1.18)$$

A Figura 1.5a plota a posição *versus* tempo para um valor arbitrário da constante de fase. As curvas de velocidade-tempo e aceleração-tempo associadas são ilustradas nas figuras 1.5b e 1.5c, respectivamente. Elas mostram que a fase da velocidade difere da fase de posição por  $\pi/2$  rad, ou  $90^\circ$ . Ou seja, quando  $x$  é um máximo ou um mínimo, a velocidade é zero. Do mesmo modo, quando  $x$  é zero, a velocidade é máxima. Além disso, perceba que a fase de aceleração difere da posição por  $\pi$  radianos, ou  $180^\circ$ . Por exemplo, quando  $x$  é máximo,  $a$  tem módulo máximo na direção oposta.

**Teste Rápido 1.4** Um corpo de massa  $m$  é pendurado de uma mola e posto a oscilar. O período da oscilação é medido e registrado como  $T$ . O corpo de massa  $m$  é removido e substituído por outro de massa  $2m$ . Quando este é posto a oscilar, qual é o período do movimento?

- (a)  $2T$  (b)  $\sqrt{2}T$  (c)  $T$  (d)  $T/\sqrt{2}$  (e)  $T/2$



**Figura 1.5** Representação gráfica do movimento harmônico simples. (a) Posição *versus* tempo. (b) Velocidade *versus* tempo. (c) Aceleração *versus* tempo. Note que em qualquer instante especificado a velocidade está  $90^\circ$  fora de fase com a posição, e a aceleração está  $180^\circ$  fora de fase com a posição.

<sup>2</sup> Como o movimento de um oscilador harmônico simples ocorre em uma dimensão, denotamos a velocidade como  $v$  e a aceleração como  $a$ , com a direção indicada por um sinal positivo ou negativo, como no Capítulo 2 do Volume 1 desta coleção.



A Equação 1.6 descreve o movimento harmônico simples de uma partícula em geral. Vejamos agora como avaliar as constantes do movimento. A frequência angular  $\omega$  é avaliada usando a Equação 1.9. As constantes  $A$  e  $\phi$  são avaliadas a partir das condições iniciais, isto é, o estado do oscilador em  $t = 0$ .

Suponha que um bloco seja posto em movimento puxando-o do equilíbrio por uma distância  $A$  e liberando-o do repouso em  $t = 0$ , como na Figura Ativa 1.6. Precisamos então que as soluções para  $x(t)$  e  $v(t)$  (equações 1.6 e 1.15) obedeçam às condições iniciais de  $x(0) = A$  e  $v(0) = 0$ :

$$\begin{aligned}x(0) &= A \cos \phi = A \\v(0) &= -\omega A \sin \phi = 0\end{aligned}$$

Essas condições são satisfeitas se  $\phi = 0$ , dando  $x = A \cos \omega t$  como nossa solução. Para verificá-la, perceba que ela satisfaz a condição de que  $x(0) = A$  porque  $\cos 0 = 1$ .

Posição, velocidade e aceleração do bloco *versus* tempo são traçadas na Figura 1.7a para esse caso especial. A aceleração atinge valores extremos de  $\pm\omega^2 A$  quando a posição tem valores extremos de  $\pm A$ . Além disso, a velocidade tem valores extremos de  $\pm\omega A$ , ambos ocorrendo em  $x = 0$ . Então, a solução quantitativa está de acordo com nossa descrição qualitativa desse sistema.

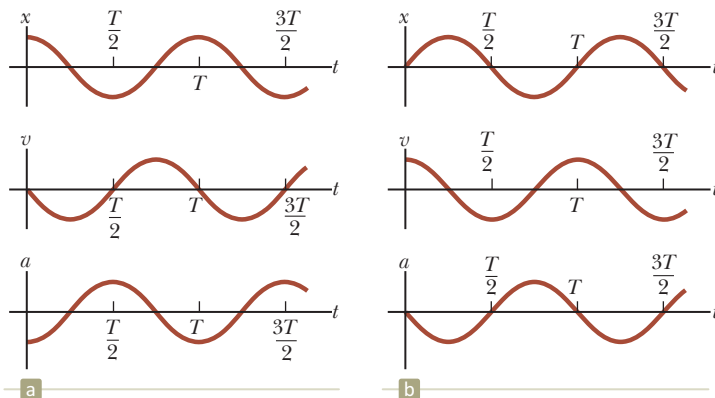
Consideremos outra possibilidade. Suponha que o sistema esteja oscilando e que definimos  $t = 0$  como o instante em que o bloco passa pela posição de repouso da mola enquanto se move para a direita (Figura Ativa. 1.8). Nesse caso, nossas soluções para  $x(t)$  e  $v(t)$  devem obedecer às condições iniciais de  $x(0) = 0$  e  $v(0) = v_i$ :

$$\begin{aligned}x(0) &= A \cos \phi = 0 \\v(0) &= -\omega A \sin \phi = v_i\end{aligned}$$

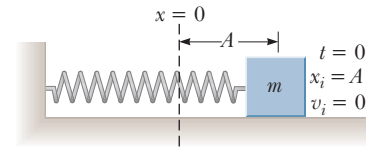
A primeira dessas condições informa que  $\phi = \pm\pi/2$ . Com essas opções para  $\phi$ , a segunda condição informa que  $A = Fv_i/\omega$ . Como a velocidade inicial é positiva e a amplitude deve ser positiva, devemos ter  $\phi = -\pi/2$ . Então, a solução é:

$$x = \frac{v_i}{\omega} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Os gráficos de posição, velocidade e aceleração *versus* tempo para essa escolha de  $t = 0$  são mostrados na Figura 1.7b. Observe que essas curvas são as mesmas que aquelas na Figura 1.7a, mas movidas para a direita por um quarto de ciclo. Esse movimento é descrito matematicamente pela constante de fase  $\phi = -\pi/2$ , que é um quarto de um ciclo inteiro de  $2\pi$ .

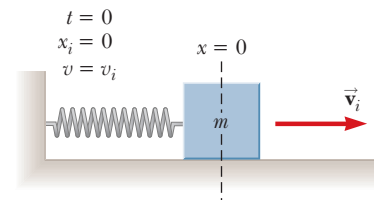


**Figura 1.7** (a) Posição, velocidade e aceleração *versus* tempo para o bloco na Figura Ativa 1.6 sob as condições iniciais  $t = 0$ ,  $x(0) = A$ , e  $v(0) = 0$ . (b) Posição, velocidade e aceleração *versus* tempo para o bloco na Figura Ativa 1.8 sob condições iniciais  $t = 0$ ,  $x(0) = 0$ , e  $v(0) = v_i$ .



**FIGURA ATIVA 1.6**

Um sistema bloco-mola que inicia seu movimento a partir do repouso com o bloco em  $x = A$  em  $t = 0$ .



**FIGURA ATIVA 1.8**

O sistema bloco-mola sofre oscilação, e  $t = 0$  é definido em um instante quando ele passa pela posição de equilíbrio  $x = 0$  e se move para a direita com velocidade  $v_i$ .

**Exemplo 1.1****Um sistema bloco-mola**

Um bloco de 200 g conectado a uma mola leve, para a qual a constante de força é 5,00 N/m, é livre para oscilar em uma superfície horizontal, sem atrito. O bloco é deslocado 5,00 cm do equilíbrio e liberado do repouso, como na Figura Ativa 1.6.

(A) Encontre o período de seu movimento.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Estude a Figura Ativa 1.6 e imagine o bloco movendo-se para a frente e para trás em movimento harmônico simples depois de liberado. Monte um modelo experimental na direção vertical pendurando um corpo pesado, como um grameador, em um elástico de borracha.

**Categorização** O bloco é modelado como uma partícula em movimento harmônico simples. Encontramos valores a partir das equações desenvolvidas nesta seção para o modelo de partícula em movimento harmônico simples, então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Use a Equação 1.9 para encontrar a frequência angular do sistema bloco-mola:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5,00 \text{ N/m}}{200 \times 10^{-3} \text{ kg}}} = 5,00 \text{ rad/s}$$

Use a Equação 1.13 para encontrar o período do sistema:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5,00 \text{ rad/s}} = 1,26 \text{ s}$$

(B) Determine a velocidade máxima do bloco.

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 1.17 para encontrar  $v_{\text{máx}}$ :

$$v_{\text{máx}} = \omega A = (5,00 \text{ rad/s})(5,00 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0,250 \text{ m/s}$$

(C) Qual é a aceleração máxima do bloco?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 1.18 para encontrar  $a_{\text{máx}}$ :

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 A = (5,00 \text{ rad/s})^2 (5,00 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1,25 \text{ m/s}^2$$

(D) Expresse posição, velocidade e aceleração como funções de tempo em unidades do Sistema Internacional (SI).

**SOLUÇÃO**

Encontre a constante de fase com a condição inicial de  $x = A$  em  $t = 0$ :

$$x(0) = A \cos \phi = A \rightarrow \phi = 0$$

Use a Equação 1.6 para escrever uma expressão para  $x(t)$ :

$$x = A \cos (\omega t + \phi) = 0,0500 \cos 5,00t$$

Use a Equação 1.15 para escrever uma expressão para  $v(t)$ :

$$v = -\omega A \sin (\omega t + \phi) = -0,250 \sin 5,00t$$

Use a Equação 1.16 para escrever uma expressão para  $a(t)$ :

$$a = -\omega^2 A \cos (\omega t + \phi) = -1,25 \cos 5,00t$$

**E SE?** E se o bloco fosse liberado da mesma posição inicial,  $x_i = 5,00 \text{ cm}$ , mas com velocidade inicial de  $v_i = -0,100 \text{ m/s}$ ? Que partes da solução mudam, e quais são as novas respostas para estas que mudam?

**Respostas** A parte (A) não muda porque o período é independente de como o oscilador é posto em movimento. As partes (B), (C) e (D) mudam.

Escreva expressões de posição e velocidade para tais condições iniciais:

$$(1) \quad x(0) = A \cos \phi = x_i$$

$$(2) \quad v(0) = -\omega A \sin \phi = v_i$$

Divida a Equação (2) pela Equação (1) para encontrar a constante de fase:

$$\frac{-\omega A \sin \phi}{A \cos \phi} = \frac{v_i}{x_i}$$

$$\text{tg } \phi = -\frac{v_i}{\omega x_i} = -\frac{-0,100 \text{ m/s}}{(5,00 \text{ rad/s})(0,0500 \text{ m})} = 0,400$$

$$\phi = \text{tg}^{-1}(0,400) = 0,121\pi$$

**1.1 cont.**

Use a Equação (1) para encontrar  $A$ :

$$A = \frac{x_i}{\cos \phi} = \frac{0,0500 \text{ m}}{\cos(0,121\pi)} = 0,0539 \text{ m}$$

Encontre a nova velocidade máxima:

$$v_{\text{máx}} = \omega A = (5,00 \text{ rad/s})(5,39 \times 10^{-2} \text{ m}) = 0,269 \text{ m/s}$$

Encontre a novo módulo da aceleração máxima:

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 A = (5,00 \text{ rad/s})^2 (5,39 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1,35 \text{ m/s}^2$$

Encontre novas expressões para a posição, velocidade e aceleração em unidades SI:

$$x = 0,0539 \cos(5,00t + 0,121\pi)$$

$$v = -0,269 \sin(5,00t + 0,121\pi)$$

$$a = -1,35 \cos(5,00t + 0,121\pi)$$

Como vimos nos Capítulos 7 e 8 do Volume 1 desta coleção, muitos problemas são mais fáceis de resolver usando uma abordagem de energia, em vez de uma baseada em variáveis de movimento. Este **E Se?** específico é mais fácil de resolver com uma abordagem de energia. Portanto, investigaremos a energia do oscilador harmônico simples na próxima seção.

**Exemplo 1.2****Cuidado com os buracos!**

Um carro com massa de 1.300 kg é construído de modo que sua estrutura seja suportada por quatro molas. Cada mola tem constante de força de 20.000 N/m. Duas pessoas dentro do carro têm massa combinada de 160 kg. Encontre a frequência de vibração do carro depois que ele passa sobre um buraco na estrada.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Pense em suas experiências com automóveis. Quando você se senta em um carro, ele se move uma pequena distância para baixo porque seu peso comprime as molas mais um pouco. Se você empurrar o para-choque frontal e soltá-lo, a frente do carro oscila algumas vezes.

**Categorização** Imaginamos o carro como sendo suportado por uma única mola, e o modelamos como uma partícula em movimento harmônico simples.

**Análise** Primeiro, determinamos a constante de mola efetiva das quatro molas combinadas. Para certa extensão  $x$  das molas, uma força combinada sobre o carro é a soma das forças das molas individuais.

Encontre uma expressão para a força total sobre o carro:

$$F_{\text{total}} = \sum(-kx) = -(\sum k)x$$

Nessa expressão,  $x$  foi fatorado de uma soma, porque é o mesmo para todas as quatro molas. A constante da mola efetiva para as molas combinadas é a soma das constantes de mola individuais.

Avalie a constante da mola efetiva:

$$k_{\text{ef}} = \sum k = 4 \times 20.000 \text{ N/m} = 80.000 \text{ N/m}$$

Use a Equação 1.14 para encontrar a frequência de vibração:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{ef}}}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{80.000 \text{ N/m}}{1.460 \text{ kg}}} = 1,18 \text{ Hz}$$

**Finalização** A massa que usamos aqui é aquela do carro mais as pessoas, porque é a massa total que está oscilando. Perceba também que exploramos somente o movimento do carro para cima e para baixo. Se uma oscilação é estabelecida na qual o carro balança para a frente e para trás, de modo que sua frente suba quando a traseira desce, a frequência será diferente.

**E SE?** Suponha que o carro pare no acostamento e as duas pessoas saiam. Uma delas empurra o carro para baixo e o solta, de modo que ele oscile verticalmente. A frequência da oscilação é a mesma que o valor que acabamos de calcular?

**Resposta** O sistema de suspensão do carro é o mesmo, mas a massa que está oscilando é menor; ela não inclui a massa das duas pessoas. Portanto, a frequência deveria ser mais alta. Vamos calcular a nova frequência, considerando uma massa de 1.300 kg:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{\text{ef}}}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{80.000 \text{ N/m}}{1.300 \text{ kg}}} = 1,25 \text{ Hz}$$

Como esperado, a nova frequência é um pouco mais alta.



## 1.3 Energia do oscilador harmônico simples

Examinemos a energia mecânica de um sistema no qual uma partícula sofre movimento harmônico simples, tal como o sistema bloco-mola ilustrado na Figura Ativa 1.1. Como a superfície não tem atrito, o sistema é isolado e esperamos que a energia mecânica total do sistema seja constante. Supondo que a mola não tenha massa, então a energia cinética do sistema corresponde somente àquela do bloco. Podemos usar a Equação 1.15 para expressar a energia cinética do bloco por:

**Energia cinética de um oscilador harmônico simples**

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (1.19)$$

A energia potencial elástica armazenada na mola para qualquer alongamento  $x$  é dada por  $\frac{1}{2}kx^2$  (ver Equação 7.22 do Volume 1 desta coleção). Usando a Equação 1.6, temos:

**Energia potencial de um oscilador harmônico simples**

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (1.20)$$

Vemos que  $K$  e  $U$  são *sempre* quantidades positivas ou zero. Como  $\omega^2 = k/m$ , podemos expressar a energia mecânica total do oscilador harmônico simples por:

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2[\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)]$$

A partir da identidade  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ , vemos que a quantidade em colchetes é unidade. Então, essa equação é reduzida para:

**Energia total de um oscilador harmônico simples**

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad (1.21)$$

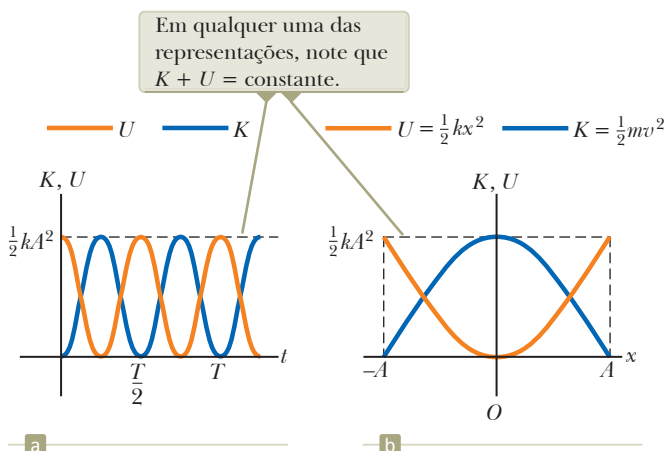
Isto é, a energia mecânica total de um oscilador harmônico simples é uma constante do movimento, e proporcional ao quadrado da amplitude. A energia mecânica total é igual à energia potencial máxima armazenada na mola quando  $x = \pm A$ , porque  $v = 0$  nestes pontos, e não há energia cinética. Na posição de equilíbrio, onde  $U = 0$  porque  $x = 0$ , a energia total, toda sob a forma de energia cinética, é novamente  $\frac{1}{2}kA^2$ .

Representações das energias cinética e potencial *versus* tempo aparecem na Figura Ativa 1.9a, em que consideramos  $\phi = 0$ . Em todos os instantes, a soma das energias cinética e potencial é uma constante igual a  $\frac{1}{2}kA^2$ , a energia total do sistema.

As variações de  $K$  e  $U$  com a posição  $x$  do bloco são traçadas na Figura Ativa 1.9b. A energia é continuamente transformada da potencial armazenada na mola na cinética do bloco.

A Figura Ativa 1.10 ilustra a posição, velocidade, aceleração, energia cinética e a energia potencial do sistema bloco-mola para um período inteiro do movimento. A maioria das ideias discutidas até agora estão incorporadas nessa importante figura. Estude-a cuidadosamente.

Finalmente, podemos obter a velocidade do bloco em uma posição arbitrária expressando a energia total do sistema em alguma posição arbitrária  $x$  como:



**FIGURA ATIVA 1.9**

(a) Energia cinética e energia potencial *versus* tempo para um oscilador harmônico simples com  $\phi = 0$ .  
(b) Energia cinética e energia potencial *versus* posição para um oscilador harmônico simples.

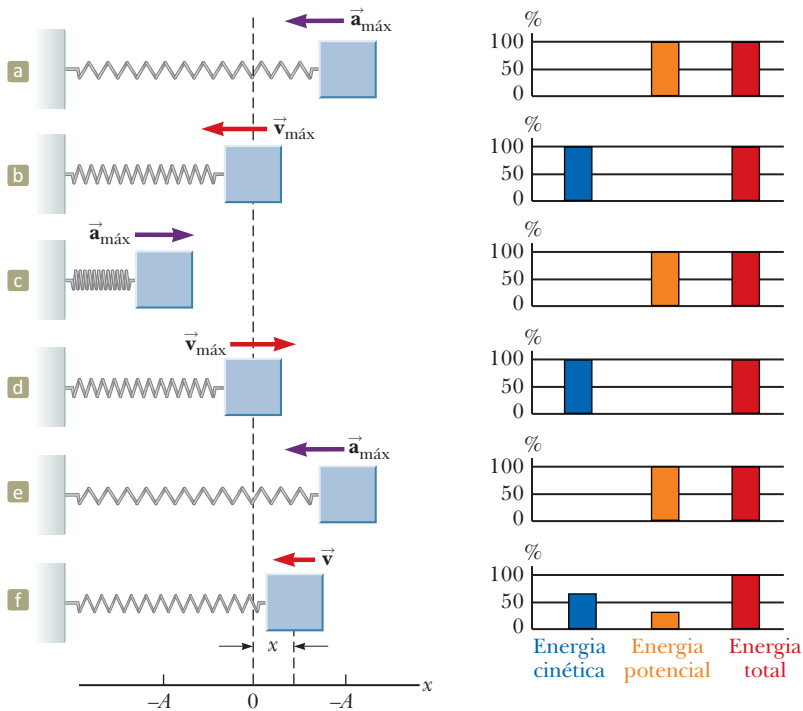


FIGURA ATIVA 1.10

De (a) até (e): Vários instantes no movimento harmônico simples para um sistema bloco-mola. Gráficos de barra de energia mostram a distribuição da energia do sistema em cada instante. Os parâmetros na tabela à direita se referem ao sistema bloco-mola, supondo que em  $t = 0$ ,  $x = A$ ; então,  $x = A \cos \omega t$ . Para esses cinco instantes especiais, um dos tipos de energia é zero. (f) Um ponto arbitrário no movimento do oscilador. O sistema possui tanto energia cinética quanto potencial nesse instante, como mostrado no gráfico de barra.

| $t$            | $x$  | $v$         | $a$           | $K$               | $U$               |
|----------------|------|-------------|---------------|-------------------|-------------------|
| 0              | $A$  | 0           | $-\omega^2 A$ | 0                 | $\frac{1}{2}kA^2$ |
| $\frac{T}{4}$  | 0    | $-\omega A$ | 0             | $\frac{1}{2}kA^2$ | 0                 |
| $\frac{T}{2}$  | $-A$ | 0           | $\omega^2 A$  | 0                 | $\frac{1}{2}kA^2$ |
| $\frac{3T}{4}$ | 0    | $\omega A$  | 0             | $\frac{1}{2}kA^2$ | 0                 |
| $T$            | $A$  | 0           | $-\omega^2 A$ | 0                 | $\frac{1}{2}kA^2$ |
| $t$            | $x$  | $v$         | $-\omega^2 x$ | $\frac{1}{2}mv^2$ | $\frac{1}{2}kx^2$ |

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

◀ **Velocidade como uma função da posição para um oscilador harmônico simples**

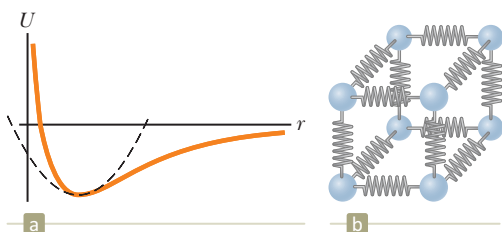
(1.22)

Quando a Equação 1.22 é verificada para a concordância com casos conhecidos, vê-se que a velocidade é máxima em  $x = 0$ , e zero nos pontos de retorno  $x = \pm A$ .

Você pode se perguntar por que estamos dedicando tanto tempo ao estudo de osciladores harmônicos simples. Fazemos isso porque são bons modelos de uma grande variedade de fenômenos físicos. Por exemplo, lembre-se do potencial de Lennard-Jones discutido no Exemplo 7.9 do Volume 1. Essa função complicada descreve as forças que mantêm átomos juntos.

A Figura 1.11a mostra que, para pequenos deslocamentos a partir da posição de equilíbrio, a curva de energia potencial para essa função aproxima-se de uma parábola, que representa a função de energia potencial para um oscilador harmônico simples. Podemos então modelar as complexas forças de ligação atômica como sendo em razão de molas minúsculas, como representado na Figura 1.11b.

As ideias apresentadas neste capítulo aplicam-se não somente a sistemas bloco-mola e átomos, mas também a uma grande variedade de situações que incluem *bungee jumping*, tocar um instrumento musical e ver a luz emitida por um laser. Você verá mais exemplos de osciladores harmônicos simples conforme trabalha este livro.



**Figura 1.11** (a) Se os átomos em uma molécula não se movem muito longe de suas posições de equilíbrio, um gráfico de energia potencial *versus* distância de separação entre átomos é semelhante ao de energia potencial *versus* posição para um oscilador harmônico simples (curva preta pontilhada). (b) As forças entre átomos em um sólido podem ser modeladas imaginando-se molas entre átomos vizinhos.

**Exemplo 1.3****Oscilações em uma superfície horizontal**

Um carrinho de 0,500 kg conectado a uma mola leve com constante de força 20,0 N/m oscila em um trilho de ar horizontal, sem atrito.

(A) Calcule a velocidade máxima do carrinho se a amplitude do movimento é de 3,00 cm.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** O sistema oscila exatamente da mesma maneira que o bloco na Figura Ativa 1.10; então, use essa figura em sua mentalização da imagem do movimento.

**Categorização** O carrinho é modelado como uma partícula em movimento harmônico simples.

**Análise** Use a Equação 1.21 para expressar a energia total do sistema do oscilador e iguale a energia à energia cinética do sistema quando o carrinho está em  $x = 0$ :

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{\text{máx}}^2$$

Resolva para a velocidade máxima e substitua os valores numéricos:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{k}{m}}A = \sqrt{\frac{20,0 \text{ N/m}}{0,500 \text{ kg}}}(0,0300 \text{ m}) = 0,190 \text{ m/s}$$

(B) Qual é a velocidade do carrinho quando a posição é 2,00 cm?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 1.22 para avaliar a velocidade:

$$\begin{aligned} v &= \pm \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \\ &= \sqrt{\frac{20,0 \text{ N/m}}{0,500 \text{ kg}}[(0,0300 \text{ m})^2 - (0,0200 \text{ m})^2]} \\ &= \pm 0,141 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Os sinais positivo e negativo indicam que o carrinho poderia estar se movendo para a direita ou para a esquerda neste instante.

(C) Compute as energias cinéticas e potenciais do sistema quando a posição do carrinho é 2,00 cm.

**SOLUÇÃO**

Use o resultado da parte (B) para avaliar a energia cinética em  $x = 0,0200 \text{ m}$ :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0,500 \text{ kg})(0,141 \text{ m/s})^2 = 5,00 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Avalie a energia potencial elástica em  $x = 0,0200 \text{ m}$ :

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(20,0 \text{ N/m})(0,0200 \text{ m})^2 = 4,00 \times 10^{-3} \text{ J}$$

**Finalização** A soma das energias cinética e potencial na parte (C) é igual à energia total, que pode ser encontrada a partir da Equação 1.21. Isso deve ser verdadeiro para *qualquer* posição do carrinho.

**E SE?** O carrinho, neste exemplo, poderia ter sido posto em movimento liberando-o do repouso em  $x = 3,00 \text{ cm}$ . E se o carrinho fosse liberado da mesma posição, mas com velocidade inicial de  $v = -0,100 \text{ m/s}$ ? Quais seriam as novas amplitude e velocidade máxima do carrinho?

**Resposta** Esta questão é do mesmo tipo da que perguntamos ao final do Exemplo 1.1, mas aqui aplicamos uma abordagem de energia.

Primeiro calcule a energia total do sistema em  $t = 0$ :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{2}(0,500 \text{ kg})(-0,100 \text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}(20,0 \text{ N/m})(0,0300 \text{ m})^2 \\ &= 1,15 \times 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

Equipare esta energia total à energia potencial do sistema quando o carrinho está no ponto final do movimento:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Resolva para a amplitude  $A$ :

$$A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2(1,15 \times 10^{-2} \text{ J})}{20,0 \text{ N/m}}} = 0,0339 \text{ m}$$

**1.3 cont.**

Equipare a energia total à energia cinética do sistema quando o carrinho está na posição de equilíbrio:

$$E = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

Resolva para a velocidade máxima:

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2(1,15 \times 10^{-2} \text{ J})}{0,500 \text{ kg}}} = 0,214 \text{ m/s}$$

A amplitude e a velocidade máxima são maiores que os valores anteriores porque o carrinho recebeu velocidade inicial em  $t = 0$ .

## 1.4 Comparação entre movimento harmônico simples e movimento circular uniforme

Alguns equipamentos comuns em nossa vida exibem um relacionamento entre movimentos oscilatório e circular. Por exemplo, considere o mecanismo de acionamento de uma máquina de costura não elétrica na Figura 1.12. O operador da máquina coloca seus pés sobre o pedal e os balança para a frente e para trás. Esse movimento oscilatório faz que uma grande roda à direita tenha movimento circular. A correia vermelha apresentada na fotografia transfere esse movimento circular para o mecanismo da máquina de costura (acima da foto) e, eventualmente, resulta em um movimento oscilatório da agulha de costura. Nesta seção, exploraremos o relacionamento interessante entre esses dois tipos de movimento.

A Figura Ativa 1.13 é a visão de uma configuração experimental que mostra esse relacionamento. Uma bola é presa à borda de uma plataforma giratória de raio  $A$ , que é iluminada de cima por uma lâmpada. A bola lança uma sombra sobre a tela. Conforme a plataforma giratória roda com velocidade angular constante, a sombra da bola move-se para a frente e para trás em movimento harmônico simples.

Considere uma partícula situada no ponto  $P$  na circunferência de um círculo de raio  $A$ , como na Figura 1.14a, com a linha  $OP$  formando um ângulo  $\phi$  com o eixo  $x$  em  $t = 0$ . Nós o chamaremos *círculo de referência* para comparar o movimento harmônico simples com o circular uniforme, escolhendo  $P$  em  $t = 0$  como nossa posição de referência. Se a partícula se move ao longo do círculo com velocidade angular constante  $\omega$  até que  $OP$  forme um ângulo  $\theta$  com o eixo  $x$ , como na Figura 1.14b, em algum instante  $t > 0$  o ângulo entre  $OP$  e o eixo  $x$  é  $\theta = \omega t + \phi$ . Como a partícula se move ao longo do círculo, a projeção de  $P$  sobre o eixo  $x$ , chamada ponto  $Q$ , move-se para a frente e para trás ao longo do eixo  $x$  entre os limites  $x = \pm A$ .

Note que os pontos  $P$  e  $Q$  sempre têm a mesma coordenada  $x$ . Do triângulo retângulo  $OPQ$ , vemos que essa coordenada  $x$  é:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.23)$$

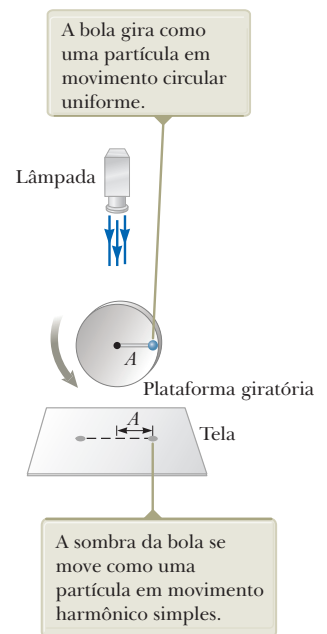
Essa expressão é a mesma que a Equação 1.6 e mostra que o ponto  $Q$  se move com movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$ . Portanto, o movimento harmônico simples ao longo de uma linha reta pode ser representado pela projeção do movimento circular uniforme ao longo do diâmetro de um círculo de referência.

A borda traseira do pedal vai para cima e para baixo conforme o pé da pessoa balança o pedal.



John W. Jewett, Jr.

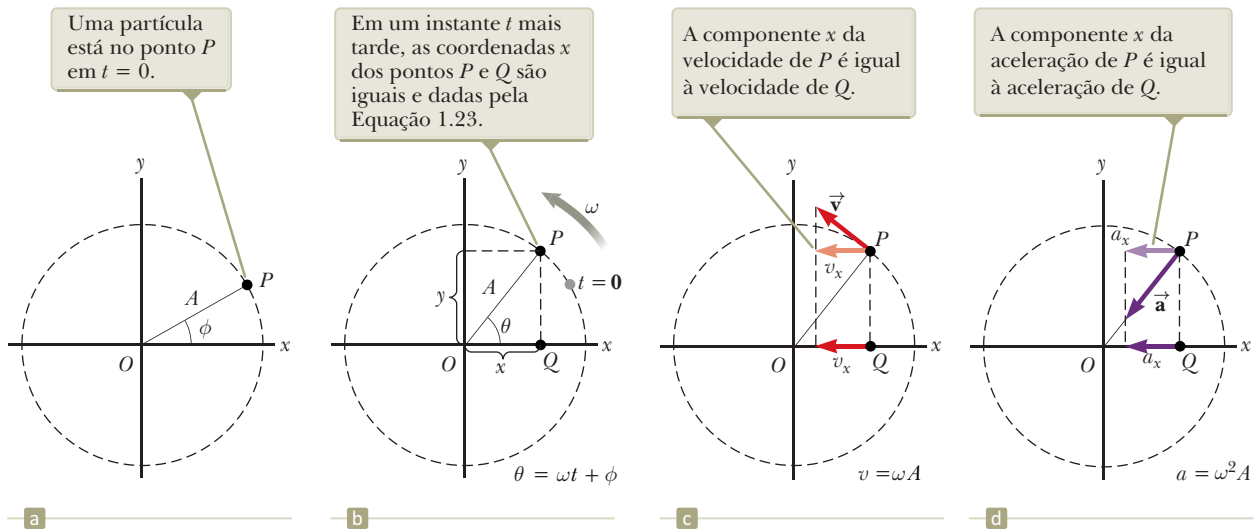
A oscilação do pedal causa o movimento circular da roda de acionamento e, eventualmente, resulta em um movimento adicional para cima e para baixo – aquele da agulha de costura.



**FIGURA ATIVA 1.13**

Uma configuração experimental para demonstrar a conexão entre os movimentos harmônico simples e circular uniforme.

**Figura 1.12** A base de uma máquina de costura movida a pedal do início do século XX. O pedal é a parte plana com o metal trabalhado.



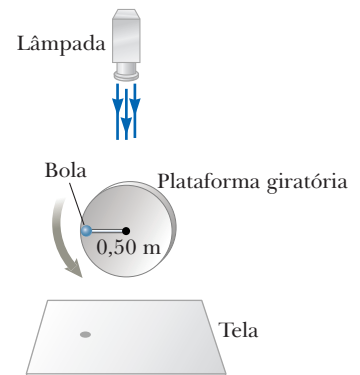
**Figura 1.14** Relação entre os movimentos circular uniforme de um ponto  $P$  e harmônico simples de um ponto  $Q$ . Uma partícula em  $P$  se move em um círculo de raio  $A$  com velocidade angular constante  $\omega$ .

Essa interpretação geométrica mostra que o intervalo de tempo para uma revolução completa do ponto  $P$  em um círculo de referência é igual ao período de movimento  $T$  para o movimento harmônico simples entre  $x = \pm A$ . Então, a velocidade angular  $\omega$  de  $P$  é a mesma que a frequência angular  $\omega$  do movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$  (pois usamos o mesmo símbolo). A constante de fase  $\phi$  para o movimento harmônico simples corresponde ao ângulo inicial que  $OP$  forma com o eixo  $x$ . O raio  $A$  do círculo de referência é igual à amplitude do movimento harmônico simples.

Como a relação entre as velocidades linear e angular para o movimento circular é  $v = r\omega$  (ver Equação 10.10 do Volume 1 desta coleção), a partícula se movendo em um círculo de referência de raio  $A$  tem velocidade de módulo  $\omega A$ . A partir da geometria na Figura 1.14c, vemos que a componente  $x$  dessa velocidade é  $-\omega A \sin(\omega t + \phi)$ . Por definição, o ponto  $Q$  tem uma velocidade dada por  $dx/dt$ . Diferenciando a Equação 1.23 com relação ao tempo, descobrimos que a velocidade de  $Q$  é a mesma que a componente  $x$  da velocidade de  $P$ .

A aceleração de  $P$  em um círculo de referência é direcionada radialmente para dentro na direção de  $O$ , e tem módulo  $v^2/A = \omega^2 A$ . A partir da geometria na Figura 1.14d, vemos que a componente  $x$  dessa velocidade é  $-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$ . Esse valor também é a aceleração do ponto projetado  $Q$  ao longo do eixo  $x$ , como você pode verificar tomando a segunda derivada da Equação 1.23.

**Teste Rápido 1.5** A Figura 1.15 mostra a posição de um corpo em movimento circular uniforme em  $t = 0$ . Uma luz brilha de cima e projeta, como movimento circular, a sombra do corpo em uma tela abaixo. Quais são os valores corretos para a *amplitude* e a *constante de fase* (relativa a um eixo  $x$  para a direita) do movimento harmônico simples de uma sombra? (a) 0,50 m e 0, (b) 1,00 m e 0, (c) 0,50 m e  $\pi$ , (d) 1,00 m e  $\pi$ .



**Figura 1.15** (Teste Rápido 1.5) Um corpo se move em movimento circular, lançando uma sombra na tela abaixo. Sua posição em um instante de tempo é mostrada.

### Exemplo 1.4

### Movimento circular com velocidade angular constante

A bola na Figura Ativa 1.13 gira em sentido anti-horário em um círculo de raio 3,00 m com velocidade angular constante de 8,00 rad/s. Em  $t = 0$ , sua sombra tem uma coordenada  $x$  de 2,00 m e está se movendo para a direita.

(A) Determine a coordenada  $x$  da sombra como uma função de tempo em unidades SI.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Certifique-se de que você entende a relação entre os movimentos circular da bola e o harmônico simples de sua sombra, conforme descrito na Figura Ativa 1.13. Note que a sombra *não está* na posição máxima em  $t = 0$ .

## 1.4 cont.

**Categorização** A bola na plataforma giratória é uma partícula em movimento circular uniforme. A sombra é modelada como uma partícula em movimento harmônico simples.

**Análise** Use a Equação 1.23 para escrever uma expressão para a coordenada  $x$  da bola em rotação:

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

Resolva para a constante de fase:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{x}{A}\right) - \omega t$$

Substitua os valores numéricos para as condições iniciais:

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{2,00\text{ m}}{3,00\text{ m}}\right) - 0 = \pm 48,2^\circ = \pm 0,841\text{ rad}$$

Se considerássemos  $\phi = +0,841\text{ rad}$  como nossa resposta, a sombra se moveria para a esquerda em  $t = 0$ . Como ela está se movendo para a direita em  $t = 0$ , devemos escolher  $\phi = -0,841\text{ rad}$ .

Escreva a coordenada  $x$  como uma função de tempo:

$$x = 3,00 \cos(8,00t - 0,841)$$

**(B)** Encontre os componentes  $x$  da velocidade e aceleração da sombra em qualquer instante  $t$ .

## SOLUÇÃO

Diferencie a coordenada  $x$  com relação ao tempo para encontrar a velocidade em qualquer instante em m/s:

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = (-3,00\text{ m})(8,00\text{ rad/s})\sin(8,00t - 0,841) \\ &= -24,0\sin(8,00t - 0,841) \end{aligned}$$

Diferencie a velocidade com relação ao tempo para encontrar a aceleração em qualquer instante em  $\text{m/s}^2$ :

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{dv_x}{dt} = (-24,0\text{ m/s})(8,00\text{ rad/s})\cos(8,00t - 0,841) \\ &= -192\cos(8,00t - 0,841) \end{aligned}$$

**Finalização** Esses resultados são igualmente válidos para a bola movendo-se em movimento circular uniforme e a sombra em movimento harmônico simples. Note que o valor da constante de fase coloca a bola no quarto quadrante do sistema de coordenadas  $xy$  da Figura 1.14, o que é consistente com a sombra ter um valor positivo para  $x$  e se mover na direção da direita.

## 1.5 O pêndulo

**Pêndulo simples** é outro sistema mecânico que exibe movimento periódico. Ele consiste em um peso semelhante a uma partícula de massa  $m$ , suspenso por um cordão leve de comprimento  $L$  fixado à extremidade superior, como mostrado na Figura Ativa 1.16. O movimento ocorre em um plano vertical e é movido pela força gravitacional. Mostraremos que, desde que o ângulo  $\theta$  seja pequeno (menor que aproximadamente  $10^\circ$ ), o movimento é muito próximo daquele do oscilador harmônico simples.

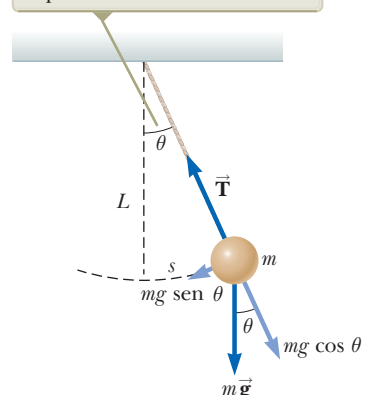
As forças atuando sobre o peso são a  $\vec{T}$  exercida pelo cordão e a gravitacional  $m\vec{g}$ . O componente tangencial  $mg \sin \theta$  da força gravitacional atua sempre na direção de  $\theta = 0$ , oposto ao deslocamento do peso a partir da posição mais baixa. Portanto, o componente tangencial é a força restauradora, e podemos aplicar a Segunda Lei de Newton para movimento na direção tangencial:

$$F_t = ma_t \rightarrow -mg \sin \theta = m \frac{d^2 s}{dt^2}$$

onde o sinal negativo indica que a força tangencial atua na direção da posição de equilíbrio (vertical), e  $s$  é a posição do peso medida ao longo do arco. Expressamos a aceleração tangencial como a segunda derivada da posição  $s$ . Como  $s = L\theta$  (Equação 10.1a no Volume 1 desta coleção, com  $r = L$ ) e  $L$  é constante, essa equação é reduzida para:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

Quando  $\theta$  é pequeno, o movimento de um pêndulo simples pode ser modelado como movimento harmônico simples pela posição de equilíbrio  $\theta = 0$ .



**FIGURA ATIVA 1.16**

Um pêndulo simples.

**Prevenção de Armadilhas 1.5****Movimento harmônico simples não verdadeiro**

O pêndulo *não* exibe movimento harmônico simples verdadeiro para *nenhum* ângulo. Se o ângulo é menor que  $10^\circ$ , o movimento é próximo e pode ser *modelado* como harmônico simples.

Considerando  $\theta$  como a posição, vamos comparar essa equação com a 1.3. Ela tem a mesma forma matemática? O lado direito é proporcional a  $\sin \theta$ , em vez de  $\theta$ ; então, não esperamos movimento harmônico simples, porque essa expressão não tem a mesma forma matemática que a Equação 1.3. Se supusermos que  $\theta$  é *pequeno* (menor que  $10^\circ$  ou  $0,2$  rad), no entanto, podemos usar a **aproximação do ângulo pequeno**, na qual  $\sin \theta \approx \theta$ , onde  $\theta$  é medido em radianos. A Tabela 1.1 mostra ângulos em graus e radianos e os senos desses ângulos. Desde que  $\theta$  seja menor que aproximadamente  $10^\circ$ , o ângulo em radianos e seu seno possuem o mesmo valor até uma precisão de menos de 1,0%.

Então, para ângulos pequenos, a equação de movimento torna-se:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \quad (\text{para valores pequenos de } \theta) \quad (1.24)$$

A Equação 1.24 tem a mesma forma matemática que a 1.3, então, concluímos que o movimento para pequenas amplitudes de oscilação pode ser modelado como movimento harmônico simples. Portanto, a solução da Equação 1.24 é  $\theta = \theta_{\text{máx}} \cos(\omega t + \phi)$ , onde  $\theta_{\text{máx}}$  é a *posição angular máxima* e a frequência angular  $\omega$  é:

**Frequência angular para um pêndulo simples**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (1.25)$$

O período do movimento é:

**Período de um pêndulo simples**

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1.26)$$

Em outras palavras, o período e a frequência de um pêndulo simples dependem somente do comprimento do cordão e da aceleração devido à gravidade. Como o período é independente da massa, concluímos que todos os pêndulos simples que sejam de igual comprimento e estejam na mesma localização (de modo que  $g$  seja constante) oscilam com o mesmo período.

O pêndulo simples pode ser usado como um marcador de tempo, porque seu período depende somente de seu comprimento e do valor local de  $g$ . Também é um aparelho conveniente para fazer medições precisas da aceleração da gravidade. Tais medições são importante porque variações nos valores locais  $g$  podem oferecer informações sobre a localização de óleo e outros recursos subterrâneos valiosos.

**Teste Rápido 1.6** Um relógio de pêndulo depende de seu período para manter a hora certa. (i) Suponha que esse relógio esteja calibrado corretamente e, então, uma criança levada desliza o peso do pêndulo para baixo na haste oscilatória. O relógio então funciona (a) devagar, (b) rápido ou (c) corretamente? (ii) Suponha que esse mesmo relógio seja calibrado corretamente no nível do mar e depois levado para o topo de uma montanha muito alta. O relógio então funciona (a) devagar, (b) rápido ou (c) corretamente?

**TABELA 1.1** Ângulos e senos de ângulos

| Ângulo em graus | Ângulo em radianos | Senos de ângulo | Percentual de diferença |
|-----------------|--------------------|-----------------|-------------------------|
| $0^\circ$       | 0,0000             | 0,0000          | 0,0%                    |
| $1^\circ$       | 0,0175             | 0,0175          | 0,0%                    |
| $2^\circ$       | 0,0349             | 0,0349          | 0,0%                    |
| $3^\circ$       | 0,0524             | 0,0523          | 0,0%                    |
| $5^\circ$       | 0,0873             | 0,0872          | 0,1%                    |
| $10^\circ$      | 0,1745             | 0,1736          | 0,5%                    |
| $15^\circ$      | 0,2618             | 0,2588          | 1,2%                    |
| $20^\circ$      | 0,3491             | 0,3420          | 2,1%                    |
| $30^\circ$      | 0,5236             | 0,5000          | 4,7%                    |



**Exemplo 1.5****Conexão entre comprimento e tempo**

Christian Huygens (1629-1695), o maior construtor de relógios da história, sugeriu que uma unidade internacional de comprimento poderia ser definida como o comprimento de um pêndulo simples com o período de exatamente 1 s. Quão mais curta seria nossa unidade de comprimento se a sugestão dele tivesse sido aceita?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Imagine um pêndulo que balança para a frente e para trás em exatamente 1 segundo. Com base em sua experiência na observação de corpos balançantes, você pode estimar o comprimento necessário? Pendure um pequeno corpo de um barbante e simule o pêndulo de 1 s.

**Categorização** Este exemplo envolve um pêndulo simples, então categorizamos o pêndulo como uma aplicação dos conceitos apresentados nesta seção.

**Análise** Resolva a Equação 1.26 para o comprimento e substitua os valores conhecidos:

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1,00\text{ s})^2 (9,80\text{ m/s}^2)}{4\pi^2} = 0,248\text{ m}$$

**Finalização** O comprimento do metro seria menos de um quarto de seu comprimento atual. O número de dígitos significativos também depende somente de quão precisamente conhecemos  $g$ , porque o tempo foi definido como sendo de exatamente 1 s.

**E SE?** E se Huygens tivesse nascido em outro planeta? Qual seria o valor para  $g$  naquele planeta para que o metro baseado em seu pêndulo tivesse o mesmo valor que nosso metro?

**Resposta** Resolva a Equação 1.26 para  $g$ :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 (1,00\text{ m})}{(1,00\text{ s})^2} = 4\pi^2 \text{ m/s}^2 = 39,5 \text{ m/s}^2$$

Nenhum planeta em nosso sistema solar tem aceleração de gravidade tão grande.

**O pêndulo físico**

Suponha que você equilibre um cabide de arame de modo que o gancho seja suportado por seu dedo indicador esticado. Quando dá ao cabide um pequeno deslocamento angular com sua outra mão e depois solta, ele oscila. Se um corpo pendurado oscila em um eixo fixo que não passa por seu centro de massa e o corpo não pode ser aproximado como um ponto de massa, não podemos tratar o sistema como um pêndulo simples. Nesse caso, o sistema é chamado **pêndulo físico**.

Considere um corpo rígido centrado em um ponto  $O$  a uma distância  $d$  do centro de massa (Figura 1.17). A força gravitacional proporciona um torque por um eixo através de  $O$ , e o módulo desse torque é  $mgd \sin \theta$ , onde  $\theta$  é como mostrado na Figura 1.17. Modelamos o corpo como um corpo rígido sob um torque resultante e usamos a forma rotacional da Segunda Lei de Newton,  $\Sigma \tau_{\text{ext}} = I\alpha$ , onde  $I$  é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo que passa através de  $O$ . O resultado é:

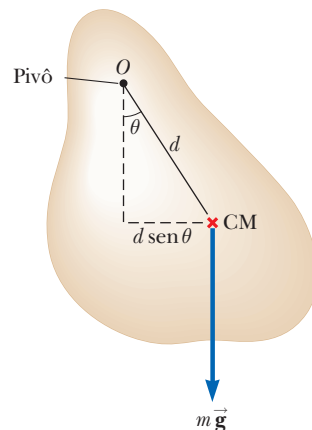
$$-mgd \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

O sinal negativo indica que o torque em relação a  $O$  tende a diminuir  $\theta$ . Isto é, a força gravitacional produz um torque restaurador. Se supusermos que  $\theta$  é pequeno, a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$  é válida e a equação de movimento é reduzida para:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\left(\frac{mgd}{I}\right)\theta = -\omega^2 \theta \quad (1.27)$$

Como essa equação tem a mesma forma matemática que a 1.3, sua solução é aquela do oscilador harmônico simples. Ou seja, a solução da Equação 1.27 é dada por  $\theta = \theta_{\text{máx}} \cos(\omega t + \phi)$ , onde  $\theta_{\text{máx}}$  é a posição angular máxima e:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$



**Figura 1.17** Um pêndulo físico centrado em  $O$ .

O período é:

Período de um pêndulo físico ►

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (1.28)$$

Esse resultado pode ser usado para medir o momento de inércia de um corpo rígido e plano. Se a localização do centro de massa – e, portanto, o valor de  $d$  – é conhecido, o momento de inércia pode ser obtido pela medição do período. Finalmente, note que a Equação 1.28 é reduzida para o período de um pêndulo simples (Equação 1.26) quando  $I = md^2$ , isto é, quando toda a massa está concentrada no centro de massa.

### Exemplo 1.6

### Uma barra balançando

Uma barra uniforme de massa  $M$  e comprimento  $L$  é centrada em uma extremidade e oscila em um plano vertical (Figura 1.18). Encontre o período da oscilação se a amplitude do movimento é pequena.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine uma barra balançando para a frente e para trás quando centrada em uma extremidade. Tente fazer isso com uma régua de um metro ou um pedaço de madeira.

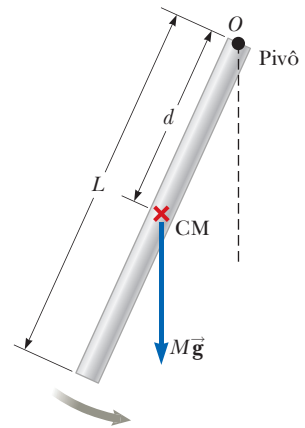
**Categorização** Como a barra não é uma partícula-ponto, a categorizamos como um pêndulo físico.

**Análise** No Capítulo 10 do Volume 1 desta coleção, vimos que o momento de inércia de uma barra uniforme em relação a um eixo que passa em uma extremidade é  $\frac{1}{3}ML^2$ . A distância  $d$  do pivô até o centro de massa da barra é  $L/2$ .

Substitua essas quantidades na Equação 1.28:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{Mg(L/2)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

**Finalização** Em um dos pousos na Lua, um astronauta andando na superfície tinha um cinto pendurado em sua roupa espacial que oscilava como um pêndulo físico. Um cientista na Terra observou esse movimento na televisão e o usou para estimar a aceleração da gravidade na Lua. Como o cientista fez esse cálculo?



**Figura 1.18** (Exemplo 1.6) Uma barra rígida oscilando sobre um pivô localizado em uma extremidade é um pêndulo físico com  $d = L/2$ .

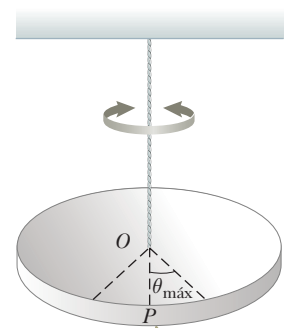
### O pêndulo de torção

A Figura 1.19 mostra um corpo rígido, como um disco, suspenso por um arame preso ao topo de um suporte fixo. Quando o corpo é torcido por um ângulo  $\theta$ , o arame torcido exerce sobre ele um torque restaurador que é proporcional à posição angular. Isto é:

$$\tau = -\kappa\theta$$

onde  $\kappa$  (letra grega capa) é chamada *módulo de rigidez* do arame de suporte, um análogo rotacional da constante de força  $k$  para uma mola. O valor de  $\kappa$  pode ser obtido aplicando um torque conhecido para torcer o arame através de um ângulo mensurável  $\theta$ . Aplicando a Segunda Lei de Newton para o movimento rotacional, descobrimos que:

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I\alpha \rightarrow -\kappa\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -\frac{\kappa}{I}\theta \end{aligned} \quad (1.29)$$



O corpo oscila por uma linha  $OP$  com amplitude  $\theta_{\text{máx}}$ .

**Figura 1.19** Um pêndulo de torção.

Novamente, esse resultado é a equação de movimento para um oscilador harmônico simples, com  $\omega = \sqrt{\kappa/I}$  e um período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}}$$

(1.30)

◀ Período de um pêndulo de torção

Esse sistema é chamado *pêndulo de torção*. Não há restrição de pequeno ângulo nessa situação, desde que o limite elástico do arame não seja excedido.

## 1.6 Oscilações amortecidas

Os movimentos oscilatórios que consideramos até agora foram para sistemas ideais, ou seja, sistemas que oscilam indefinidamente sob a ação de uma única força restauradora linear. Em muitos sistemas reais, forças não conservativas – como o atrito ou a resistência do ar – retardam o movimento. Consequentemente, a energia mecânica do sistema diminui com o tempo, e o movimento é chamado *amortecido*. A energia mecânica perdida é transformada em energia interna no corpo e no meio retardador. A Figura 1.20 representa um desses sistemas: um corpo preso a uma mola e submerso em um líquido viscoso. A fotografia de abertura deste capítulo mostra, na prática, oscilações amortecidas. Os aparelhos tipo pistão embaixo da esfera são amortecedores que transformam a energia mecânica da esfera oscilatória em energia interna.

Um tipo comum de força de retardo é aquele discutido na Seção 6.4 do Volume 1 desta coleção, onde a força é proporcional à velocidade do corpo em movimento e atua na direção oposta à velocidade do corpo com relação ao meio. Essa força de retardo é observada frequentemente quando um corpo se move pelo ar, por exemplo. Como a força de retardo pode ser expressada por  $\vec{R} = -b\vec{v}$  (onde  $b$  é uma constante chamada *coeficiente de amortecimento*) e a força restauradora do sistema é  $-kx$ , podemos escrever a Segunda Lei de Newton como:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -kx - bv_x = ma_x \\ -kx - b\frac{dx}{dt} &= m\frac{d^2x}{dt^2}\end{aligned}\quad (1.31)$$

A solução para essa equação requer matemática que pode não lhe ser familiar; vamos afirmá-la aqui sem provas. Quando a força de retardo é pequena comparada à força restauradora máxima – isto é, quando  $b$  é pequeno –, a solução para a Equação 1.31 é:

$$x = Ae^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.32)$$

onde a frequência angular de oscilação é:

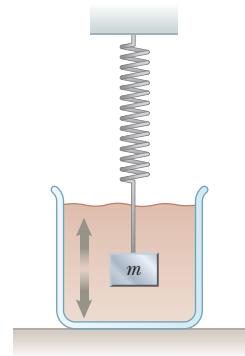
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad (1.33)$$

Esse resultado pode ser verificado substituindo a Equação 1.32 na 1.31. É conveniente expressar a frequência angular de um oscilador amortecido na forma:

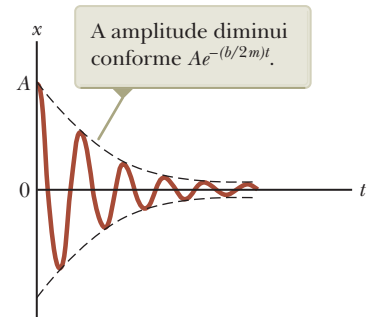
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

onde  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  representa a frequência angular na ausência de uma força de retardo (o oscilador não amortecido), chamada **frequência natural** do sistema.

A Figura Ativa 1.21 mostra a posição como uma função do tempo para um corpo oscilando na presença de uma força de retardo. Quando essa força é pequena, o caráter oscilatório do movimento é preservado, mas a amplitude diminui exponencialmente, fazendo que o movimento se torne indetectável no final. Qualquer sistema

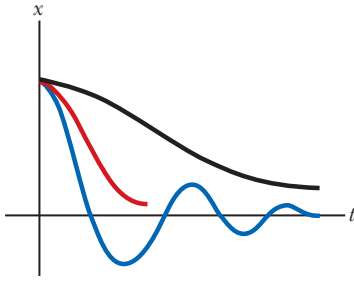


**Figura 1.20** Exemplo de um oscilador amortecido é um corpo preso a uma mola e submerso em um líquido viscoso.



**FIGURA ATIVA 1.21**

Gráfico de posição *versus* tempo para um oscilador amortecido.



**Figura 1.22** Gráficos de posição *versus* tempo para um oscilador subamortecido (curva azul), outro criticamente amortecido (curva vermelha), e um terceiro superamortecido (curva preta).

que se comporta dessa maneira é conhecido como **oscilador amortecido**. As linhas pretas pontilhadas na Figura Ativa 1.21, que definem a *envoltória* da curva oscilatória, representam o fator exponencial na Equação 1.32. Essa envoltória mostra que a amplitude diminui exponencialmente com o tempo. Para movimentos com certa constante de mola e massa do corpo, as oscilações são mais rapidamente amortecidas para valores maiores da força de retardo.

Quando o módulo da força de retardo é pequeno, de modo que  $b/2m < \omega_0$ , diz-se que o sistema é **subamortecido**. O movimento resultante é representado pela curva azul na Figura 1.22. Com um aumento no valor de  $b$ , a amplitude das oscilações diminui mais e mais rapidamente. Quando  $b$  alcança um valor crítico  $b_c$  tal que  $b_c/2m = \omega_0$ , o sistema não oscila e é chamado **criticamente amortecido**. Nesse caso, o sistema, uma vez liberado do repouso em alguma posição de não equilíbrio, aproxima-se, mas não passa pela posição de equilíbrio. O gráfico de posição *versus* tempo para esse caso é a curva vermelha na Figura 1.22.

Se o meio é tão viscoso que a força de retardo é grande comparada à restauradora – isto é, se  $b/2m > \omega_0$  –, o sistema é **superamortecido**. Novamente, o sistema deslocado, quando livre para se mover, não oscila, mas simplesmente retorna a sua posição de equilíbrio. Conforme o amortecimento aumenta, o intervalo de tempo necessário para o sistema atingir o equilíbrio também aumenta, conforme indicado pela curva preta na Figura 1.22. Para sistemas criticamente amortecidos e superamortecidos, não há frequência angular  $\omega$ , e a solução na Equação 1.32 não é válida.

## 1.7 Oscilações forçadas

Vimos que a energia mecânica de um oscilador amortecido diminui com o tempo como resultado de uma força resistiva. É possível compensar essa diminuição em energia aplicando uma força externa periódica que realiza trabalho positivo sobre o sistema. Em qualquer instante, energia pode ser transferida para o sistema por uma força aplicada que atua na direção do movimento do oscilador. Por exemplo, uma criança em um balanço pode ser mantida em movimento por “empurrões” dados no tempo certo. A amplitude do movimento permanece constante se a entrada de energia por ciclo de movimento é exatamente igual à diminuição de energia mecânica em cada ciclo que resulta de forças resistivas.

Um exemplo comum de oscilador forçado é do tipo amortecido acionado por uma força externa que varia periodicamente, tal como  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ , onde  $F_0$  é a constante e  $\omega$  é a frequência angular da força propulsora. Em geral, a frequência  $\omega$  da força propulsora é variável, enquanto a frequência natural  $\omega_0$  do oscilador é fixada pelos valores de  $k$  e  $m$ . Nessa situação, a Segunda Lei de Newton resulta em:

$$\sum F_x = ma_x \rightarrow F_0 \sin \omega t - b \frac{dx}{dt} - kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1.34)$$

A solução dessa equação é relativamente longa e não será apresentada. Depois que uma força propulsora começa a atuar sobre um corpo inicialmente estacionário, a amplitude da oscilação aumenta. Depois de um período de tempo suficientemente longo, quando a entrada de energia da força propulsora por ciclo é igual à quantidade de energia mecânica transformada em energia interna para cada ciclo, uma condição de estado estável é alcançada, na qual as oscilações prosseguem com amplitude constante. Nessa situação, a solução da Equação 1.34 é:

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.35)$$

onde:

**Amplitude de um oscilador forçado** ►

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \quad (1.36)$$

e onde  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  é a frequência natural do oscilador não amortecido ( $b = 0$ ).

As equações 1.35 e 1.36 mostram que o oscilador forçado vibra na frequência da força propulsora e que a amplitude do oscilador é constante para certa força propulsora, porque ele está sendo forçado no estado estacionário por uma força externa. Para pouco amortecimento, a amplitude é grande quando a frequência da força propulsora é próxima da frequência natural de oscilação, ou quando  $\omega \approx \omega_0$ . O aumento dramático de amplitude próximo da frequência natural é chamado **ressonância**, e a frequência natural  $\omega_0$  também é chamada **frequência de ressonância** do sistema.

O motivo para oscilações de grande amplitude na frequência de ressonância é que a energia está sendo transferida para o sistema sob as condições mais favoráveis. Podemos melhor compreender esse conceito considerando a primeira

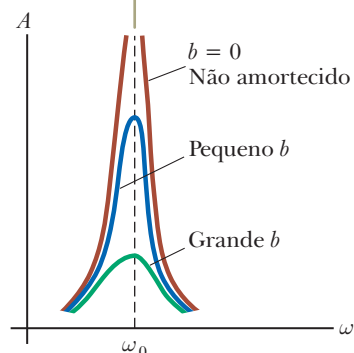
derivada de tempo de  $x$  na Equação 1.35, que dá uma expressão para a velocidade do oscilador. Descobrimos que  $v$  é proporcional a  $\sin(\omega t + \phi)$ , que é a mesma função trigonométrica que aquela descrevendo a força propulsora. Portanto, a força aplicada  $\vec{F}$  está em fase com a velocidade. A taxa do trabalho realizado em um oscilador por  $\vec{F}$  é igual ao produto escalar  $\vec{F} \cdot \vec{v}$ ; essa taxa é a potência enviada para um oscilador. Pelo fato de o produto  $\vec{F} \cdot \vec{v}$  ser um máximo quando  $\vec{F}$  e  $\vec{v}$  estão em fase, concluímos que, na ressonância, a força aplicada está em fase com a velocidade e a potência transferida para o oscilador é máxima.

A Figura 1.23 é um gráfico da amplitude como função da frequência propulsora para um oscilador forçado com e sem amortecimento. Note que a amplitude aumenta com menor amortecimento ( $b \rightarrow 0$ ) e a curva de ressonância fica mais larga conforme o amortecimento aumenta. Na ausência de uma força amortecedora ( $b = 0$ ), vemos, a partir da Equação 1.36, que a amplitude de estado estacionário se aproxima do infinito conforme  $\omega$  se aproxima de  $\omega_0$ . Em outras palavras, se não há perdas no sistema e continuamos a forçar um oscilador inicialmente sem movimento com uma força periódica que está em fase com a velocidade, a amplitude do movimento aumenta sem limites (veja a curva vermelho-amarronzada na Figura 1.23). Esse aumento sem limite não ocorre na prática porque, na realidade, sempre há algum amortecimento presente.

Esta coleção mostra que a ressonância aparece em outras áreas da Física. Por exemplo, alguns circuitos elétricos têm frequências naturais e podem ser postos em ressonância forte variando a tensão aplicada a certa frequência. Uma ponte tem frequências naturais que podem ser postas em ressonância por uma força propulsora adequada. Um exemplo dramático de tal ressonância ocorreu em 1940, quando a ponte Tacoma Narrows Bridge, no Estado de Washington, foi destruída por vibrações ressonantes. Embora os ventos não fossem particularmente fortes naquela ocasião, o “bater” do vento de um lado para outro da ponte (pense no “bater” de uma bandeira com vento forte) proporcionou uma força propulsora periódica cuja frequência se igualava à da ponte. As oscilações resultantes da ponte levaram a seu colapso porque o desenho da ponte tinha características de segurança inadequadas.

Muitos outros exemplos de vibrações ressonantes podem ser citados. Uma, que você pode ter experimentado, é o “canto” dos fios telefônicos no vento. Máquinas geralmente quebram se uma parte vibrante está em ressonância com alguma outra em movimento. Soldados atravessando uma ponte com marcha cadenciada criam vibrações ressonantes na estrutura que podem levá-la a entrar em colapso. Sempre que algum sistema físico real é forçado próximo de sua frequência de ressonância, pode-se esperar oscilações de amplitudes muito grandes.

Quando a frequência  $\omega$  da força propulsora é igual à natural  $\omega_0$  do oscilador, ocorre ressonância.



**Figura 1.23** Gráfico de amplitude versus frequência para um oscilador amortecido quando uma força propulsora periódica está presente. Note que o formato da curva de ressonância depende da intensidade do coeficiente de amortecimento  $b$ .

## Resumo

### Conceitos e princípios

A energia cinética e a energia potencial para um corpo de massa  $m$  oscilando na extremidade de uma mola com constante de força  $k$  variam com o tempo e são dados por:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (1.19)$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (1.20)$$

A energia total de um oscilador harmônico simples é uma constante do movimento, dada por:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad (1.21)$$

Um **pêndulo simples** de comprimento  $L$  se move com movimento harmônico simples por pequenos deslocamentos angulares a partir da vertical. Seu período é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1.26)$$

**Pêndulo físico** é um corpo estendido que, para pequenos deslocamentos angulares, move-se com movimento harmônico simples sobre um pivô que não passa pelo centro de massa. O período desse movimento é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (1.28)$$

onde  $I$  é o momento de inércia do corpo em relação a um eixo que passa pelo pivô, e  $d$  é a distância do pivô até o centro de massa do corpo.

Se um oscilador experimenta uma força amortecedora  $\vec{R} = -b\vec{v}$ , sua posição para um pequeno amortecimento é descrita por:

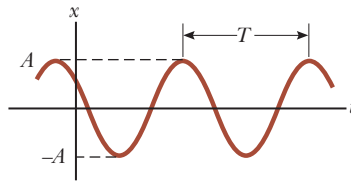
$$x = Ae^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.32)$$

onde:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad (1.33)$$

Se um oscilador é sujeito a uma força propulsora senoidal descrita por  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ , ele exibe **ressonância**, em que a amplitude é maior quando a frequência propulsora  $\omega$  iguala-se à frequência natural  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  do oscilador.

## Modelo de Análise para Resolução de Problemas



**Partícula em movimento harmônico simples** Se uma partícula é sujeita a uma força com a forma da Lei de Hooke  $F = -kx$ , ela exibe **movimento harmônico simples**. Sua posição é descrita por:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.6)$$

onde  $A$  é a **amplitude** do movimento;  $\omega$ , a **frequência angular**, e  $\phi$ , a **constante de fase**. O valor de  $\phi$  depende da posição e velocidade iniciais do oscilador.

O **período** da oscilação é:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.13)$$

e o inverso do período é a **frequência**.

## Perguntas Objetivas

- Se um pêndulo simples oscila com pequena amplitude e seu comprimento é dobrado, o que acontece com a frequência de seu movimento? (a) Dobra. (b) Fica  $\sqrt{2}$  vezes o tamanho. (c) Fica metade do tamanho. (d) Fica  $1/\sqrt{2}$  vezes o tamanho. (e) Permanece a mesma.
- Qual das seguintes afirmativas *não* é verdadeira para um sistema massa-mola que se move com movimento harmônico simples na ausência de atrito? (a) A energia total do sistema permanece constante. (b) A energia do sistema é continuamente transformada entre energia cinética e potencial. (c) A energia total do sistema é proporcional ao quadrado da amplitude. (d) A energia potencial armazenada no sistema é maior quando a massa passa pela posição de equilíbrio. (e) A velocidade da massa oscilatória tem seu valor máximo quando a massa passa pela posição de equilíbrio.
- A posição de um corpo se movendo com movimento harmônico simples é dada por  $x = 4 \cos(6\pi t)$ , onde  $x$  é dado em metros e  $t$  em segundos. Qual é o período do sistema em oscilação? (a) 4 s. (b)  $\frac{1}{6}$  s. (c)  $\frac{1}{3}$  s. (d) 6π s. (e) impossível determinar a partir da informação dada.
- Um sistema corpo-mola movendo-se com movimento harmônico simples tem uma amplitude  $A$ . Quando a energia cinética do corpo é igual ao dobro da energia potencial armazenada na mola, qual é a posição  $x$  do corpo? (a)  $A$ . (b)  $\frac{1}{3}A$ . (c)  $A/\sqrt{3}$ . (d) 0. (e) Nenhuma das anteriores.
- Uma partícula em uma mola se move em movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$  entre os pontos de retorno em  $x_1 = 100$  cm e  $x_2 = 140$  cm. (i) Em qual das seguintes posições a partícula tem velocidade máxima? (a) 100 cm. (b) 110 cm. (c) 120 cm. (d) Em nenhuma dessas posições. (ii) Em que posição ela tem aceleração máxima? Escolha as respostas dentre as da parte (i). (iii) Em que posição a maior força resultante é exercida sobre a partícula? Escolha as respostas dentre as da parte (i).
- Um vagão de trem, com massa  $3,0 \times 10^5$  kg, vai em ponto morto por um trilho nivelado a 2,0 m/s quando colide elasticamente com um para-choque cheio de molas no final do trilho. Se a constante de mola do para-choque é  $2,0 \times 10^6$  N/m, qual é a compressão máxima da mola durante a colisão? (a) 0,77 m. (b) 0,58 m. (c) 0,34 m. (d) 1,07 m. (e) 1,24 m.



- Um sistema bloco-mola vibrando em uma superfície horizontal, sem atrito, com amplitude de 6,0 cm, tem energia de 12 J. Se o bloco é substituído por outro cuja massa é o dobro da do original e a amplitude do movimento é 6,0 cm de novo, qual é a energia do sistema? (a) 12 J. (b) 24 J. (c) 6 J. (d) 48 J. (e) Nenhuma das anteriores.
- Um sistema massa-mola se move com movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$  entre os pontos de retorno em  $x_1 = 20$  cm e  $x_2 = 60$  cm. Para partes (i) até (iii), escolha a partir das cinco possibilidades a seguir. (i) Em que posição a partícula tem maior módulo de momento? (a) 20 cm. (b) 30 cm. (c) 40 cm. (d) Alguma outra posição. (e) O maior valor ocorre em pontos múltiplos. (ii) Em que posição a partícula tem maior energia cinética? (iii) Em que posição o sistema partícula-mola tem a maior energia total?
- Um corpo de massa 0,40 kg, pendurado de uma mola com constante de 8,0 N/m, é posto em movimento harmônico simples para cima e para baixo. Qual é o módulo da aceleração do corpo quando ele está em seu deslocamento máximo de 0,10 m? (a) Zero. (b) 0,45 m/s<sup>2</sup>. (c) 1,0 m/s<sup>2</sup>. (d) 2,0 m/s<sup>2</sup>. (e) 2,4 m/s<sup>2</sup>.
- Se um corpo de massa  $m$  preso a uma mola leve é substituído por outro de massa  $9m$ , a frequência do sistema vibratório muda por qual fator? (a)  $\frac{1}{9}$ . (b)  $\frac{1}{3}$ . (c) 3,0. (d) 9,0. (e) 6,0.
- Você fica em pé na ponta de um trampolim e se balança para fazê-lo oscilar. A resposta máxima em termos de amplitude de oscilação da ponta do trampolim é quando você se balança com frequência  $f$ . Agora, você se move para o meio da prancha do trampolim e repete a experiência. A frequência de ressonância para oscilações forçadas nesse ponto é (a) mais alta, (b) mais baixa ou (c) a mesma que em  $f$ ?
- Você prende um bloco na ponta de baixo de uma mola pendurada verticalmente, e o deixa se mover para baixo lentamente, enquanto vê que ele fica pendurado em repouso com a mola esticada por 15,0 cm. Então, você levanta o bloco de volta para a posição inicial e o libera do repouso com a mola encolhida. Que máxima distância o bloco se move para baixo? (a) 7,5 cm. (b) 15,0 cm. (c) 30,0 cm. (d) 60,0 cm. (e) A distância não pode ser determinada sem saber a massa e a constante da mola.
- A extremidade superior da mola é fixa. Um bloco é pendurado na extremidade de baixo, como na Figura PO1.13a, e a frequência de oscilação do sistema é medida. O bloco, um segundo bloco idêntico e a mola são carregados para

cima em uma nave espacial que orbita a Terra. Os dois blocos são presos às extremidades da mola. Ela é comprimida sem que as espirais adjacentes se toquem (Figura PO1.13b), e o sistema é liberado para oscilar enquanto flutua dentro da cabine da nave (Figura PO1.13c). Qual é a frequência de oscilação para esse sistema em termos de  $f$ ? (a)  $f/2$ . (b)  $f/\sqrt{2}$ . (c)  $f$ . (d)  $\sqrt{2}f$ . (e)  $2f$ .

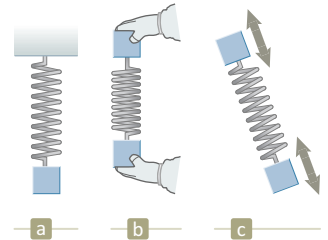


Figura PO1.13

- Para um oscilador harmônico simples, responda sim ou não para as seguintes questões. (a) As quantidades posição e velocidade podem ter o mesmo sinal? (b) A velocidade e a aceleração podem ter o mesmo sinal? (c) A posição e a aceleração podem ter o mesmo sinal?
- Um pêndulo simples tem um período de 2,5 s. (i) Qual é seu período se seu comprimento fica quatro vezes maior? (a) 1,25 s. (b) 1,77 s. (c) 2,5 s. (d) 3,54 s. (e) 5 s. (ii) Qual é seu período se o comprimento é mantido constante no seu valor inicial e a massa do peso suspenso é quatro vezes maior? Escolha a partir das mesmas possibilidades.
- Um pêndulo simples é suspenso do teto de um elevador estacionário, e o período é determinado. (i) Quando o elevador acelera para cima, o período é (a) maior, (b) menor, ou (c) inalterado? (ii) Quando o elevador tem aceleração para baixo, o período é (a) maior, (b) menor ou (c) inalterado? (iii) Quando o elevador se move com velocidade constante para cima, o período do pêndulo é (a) maior, (b) menor ou (c) inalterado?
- Um bloco de massa  $m = 0,1$  kg oscila com amplitude  $A = 0,1$  m na extremidade de uma mola com constante de força  $k = 10$  N/m em uma superfície horizontal, sem atrito. Classifique os períodos das seguintes situações, do maior para o menor. Se os períodos forem iguais, mostre essa igualdade em sua classificação. (a) O sistema é como descrito acima. (b) O sistema é como descrito na situação (a), mas a amplitude é 0,2 m. (c) A situação é como descrita na situação (a), mas a massa é 0,2 kg. (d) A situação é como descrita na situação (a), mas a mola tem constante de força 20 N/m. (e) Uma pequena força resistiva torna o movimento subamortecido.

## Perguntas Conceituais

- (a) Se a coordenada de uma partícula varia como  $x = -A \cos \omega t$ , qual é a constante de fase na Equação 1.6? (b) Em que posição a partícula está em  $t = 0$ ?
- As equações listadas na Tabela 2.2 no Volume 1 desta coleção fornecem a posição como função de tempo, velocidade como função de tempo e velocidade como função de posição para um corpo movendo-se em linha reta com aceleração constante. A quantidade  $v_{xi}$  aparece em todas as equações. (a) Algumas dessas equações são aplicáveis ao corpo movendo-se em linha reta com movimento harmônico simples? (b) Usando um formato semelhante, faça uma tabela de equações descrevendo o movimento harmônico simples. Inclua equações que fornecem aceleração como função de tempo e aceleração como função de posição. Mencione as equações

de tal maneira que sejam igualmente aplicáveis a um sistema bloco-mola, a um pêndulo e a outros sistemas vibratórios. (c) Que quantidade aparece em todas as equações?

- Uma bola ricocheteando é um exemplo de movimento harmônico simples? O movimento diário de um estudante de casa para a escola e de volta para casa é um movimento harmônico simples? Por que sim? Por que não?
- Um estudante acha que qualquer vibração real deve ser amortecida. Ele está correto? Se estiver, descreva um raciocínio convincente. Se não, dê um exemplo de uma vibração real que tem amplitude constante para sempre se o sistema é isolado.
- A Figura PC1.5 mostra gráficos da energia potencial de quatro sistemas diferentes *versus* a posição da partícula em



cada sistema. Cada partícula é colocada em movimento com um empurrão em uma localização escolhida arbitrariamente. Descreva seu movimento subsequente em cada caso (a), (b), (c) e (d).

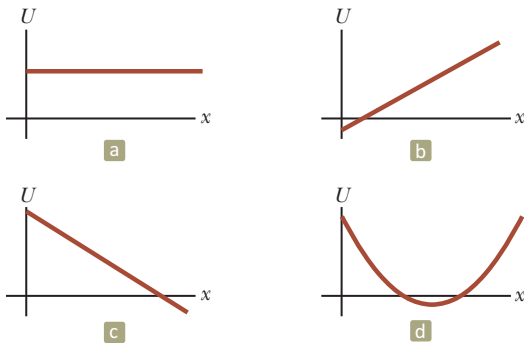


Figura PC1.5

- Um pêndulo simples pode ser modelado como exibindo movimento harmônico simples quando  $\theta$  é pequeno. O movimento é periódico quando  $\theta$  é grande?
- A energia mecânica de um sistema bloco-mola não amortecido é constante enquanto a energia cinética se transforma em energia potencial elástica e vice-versa. Para comparar, explique o que acontece com a energia de um oscilador amortecido em termos das energias mecânica, potencial e cinética.
- O peso de um pêndulo é feito de uma esfera cheia com água. O que aconteceria com a frequência de vibração desse pêndulo se houvesse um buraco na esfera, permitindo que a água vazasse lentamente?

- Você está olhando para uma árvore pequena e frondosa. Você não nota nenhuma brisa, e a maioria das folhas não se movimenta. No entanto, uma folha tremula loucamente para a frente e para trás. Após algum tempo, esta folha para de se mover e você nota uma folha diferente movendo-se muito mais que todas as outras. Explique o que pode causar o grande movimento dessa folha específica.
- Se um relógio de pêndulo mantém a hora certa na base de uma montanha, ele também vai mantê-la quando for movido para o topo da montanha? Explique.
- Oscilações amortecidas ocorrem para quaisquer valores de  $b$  e  $k$ ? Explique.
- É possível ter oscilações amortecidas quando um sistema está em ressonância? Explique.
- Considere o motor simplificado de pistão único na Figura PC1.13. Supondo que o volante gire com velocidade angular constante, explique por que a barra do pistão oscila em movimento harmônico simples.

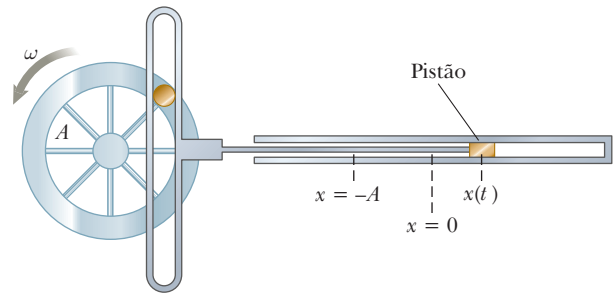


Figura PC1.13

## Problemas

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos on-line no Enhanced WebAssign (em inglês)

- denota problema direto;
- denota problema intermediário;
- denota problema de desafio;
- denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota "problemas emparelhados" que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

**Observação:** despreze a massa de todas as molas, exceto nos Problemas 64 e 75.

### Seção 1.1 Movimento de um corpo preso a uma mola

Problemas 16, 17, 18, 20 e 65 no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção também podem ser resolvidos com esta seção.

- Um bloco de 0,60 kg preso a uma mola com constante de força de 130 N/m é livre para se mover em uma superfície horizontal, sem atrito, como na Figura Ativa 1.1. O bloco é liberado do repouso quando a mola é esticada 0,13 m. No instante em que o bloco é liberado, encontre (a) a força sobre o bloco e (b) sua aceleração.
- Quando um corpo de 4,25 kg é colocado no topo de uma mola vertical, ela comprime uma distância de 2,62 cm. Qual é a constante de força da mola?

- A posição da partícula é dada pela expressão  $x = 4,00 \cos(3,00\pi t + \pi)$ , onde  $x$  é dado em metros e  $t$  em segundos. Determine (a) a frequência, (b) o período do movimento, (c) a amplitude do movimento, (d) a constante de fase e (e) a posição da partícula em  $t = 0,250$  s.

### Seção 1.2 Modelo de análise: partícula em movimento harmônico simples

- Um oscilador harmônico simples leva 12,0 s para completar cinco vibrações inteiras. Encontre (a) o período de seu movimento, (b) a frequência em hertz e (c) a frequência angular em radianos por segundo.
- Uma mola vertical estica 3,9 cm quando um corpo de 10 g é pendurado nela. O corpo é substituído por um bloco de massa 25 g que oscila para cima e para baixo em movimento harmônico simples. Calcule o período do movimento.

6. Um pistão em um motor a gasolina está em movimento harmônico simples. O motor funciona a uma taxa de 3.600 rev/min. Considerando os extremos de sua posição relativa a seu ponto central como  $\pm 5,00$  cm, encontre os módulos da (a) velocidade máxima e (b) aceleração máxima do pistão.
7. Um corpo de 1,00 kg é preso a uma mola horizontal. Ela é inicialmente esticada por 0,100 m, e o corpo é liberado do repouso ali. Ele prossegue para se mover sem atrito. A próxima vez em que a velocidade do corpo é zero é 0,500 s depois. Qual é a velocidade máxima do corpo?
8. Em um motor, um pistão oscila com movimento harmônico simples de modo que sua posição varia de acordo com a expressão:

$$x = 5,00 \cos \left( 2t + \frac{\pi}{6} \right)$$

onde  $x$  é dado em centímetros e  $t$  em segundos. Em  $t = 0$ , encontre (a) a posição da partícula, (b) sua velocidade e (c) sua aceleração. Encontre (d) o período e (e) a amplitude do movimento.

9. Um corpo de 7,00 kg é pendurado na extremidade de baixo de uma mola vertical presa a uma viga no alto. O corpo é posto em oscilações verticais com período de 2,60 s. Encontre a constante de força da mola.
10. **Q|C** Você prende um corpo à parte de baixo de uma mola vertical pendurada. Ele fica pendurado em repouso depois de estender a mola 18,3 cm. Você, então, faz o corpo oscilar. (a) Há informação suficiente para achar o período do corpo? (b) Explique sua resposta e diga o que for possível sobre seu período.
11. Uma partícula se movendo ao longo do eixo  $x$  em movimento harmônico simples começa de sua posição de equilíbrio, a origem, em  $t = 0$ , e se move para a direita. A amplitude de seu movimento é 2,00 cm, e a frequência é 1,50 Hz. (a) Encontre uma expressão para a posição da partícula como função de tempo. Determine (b) a velocidade máxima da partícula e (c) o menor tempo ( $t > 0$ ) no qual a partícula tem esta velocidade. Encontre (d) a aceleração positiva máxima da partícula e (e) o menor tempo ( $t > 0$ ) no qual a partícula tem esta aceleração. (f) Encontre a distância total percorrida pela partícula entre  $t = 0$  e  $t = 1,00$  s.
12. **Q|C** Uma bola jogada de uma altura de 4,00 m tem uma colisão elástica com o chão. Supondo que não haja perda de energia mecânica por causa da resistência do ar, (a) mostre que o movimento seguinte é periódico e (b) determine o período do movimento. (c) O movimento é harmônico simples? Explique.
13. **Revisão.** Uma partícula move-se ao longo do eixo  $x$ . Ela está inicialmente na posição 0,270 m, movendo-se com velocidade 0,140 m/s e aceleração  $-0,320$  m/s<sup>2</sup>. Suponha que ela se mova como uma partícula sob aceleração constante por 4,50 s. Encontre (a) sua posição e (b) sua velocidade ao final deste intervalo de tempo. Depois, suponha que ela se mova como uma partícula em movimento harmônico simples por 4,50 s, e  $x = 0$  está em sua posição de equilíbrio. Encontre (c) sua posição e (d) sua velocidade ao final deste intervalo de tempo.
14. Um flutuador de 1,00 kg preso a uma mola com constante de força de 25,0 N/m oscila em um trilho de ar horizontal, sem atrito. Em  $t = 0$ , o flutuador é liberado do repouso em  $x = -3,00$  cm (isto é, a mola é comprimida por 3,00 cm). Encontre (a) o período do movimento do flutuador, (b) os valores máximos de sua velocidade e aceleração e (c) a posição, velocidade e a aceleração como funções de tempo.

15. Um corpo de 0,500 kg preso a uma mola com a constante de força de 8,00 N/m vibra em movimento harmônico simples com amplitude de 10,0 cm. Calcule o valor máximo de sua (a) velocidade, (b) aceleração, (c) a velocidade, (d) a aceleração quando o corpo está 6,00 cm da posição de equilíbrio e (e) o intervalo de tempo necessário para que o corpo se mova de  $x = 0$  para  $x = 8,00$  cm.
16. **Q|C** (a) Uma mola pendurada é esticada por 35,0 cm quando um corpo de massa 450 g é pendurado nela em repouso. Nessa situação, definimos sua posição como  $x = 0$ . O corpo é puxado para baixo mais 18,0 cm e liberado do repouso para oscilar sem atrito. Qual é sua posição  $x$  em um instante 84,4 s depois? (b) Encontre a distância percorrida pelo corpo vibratório na parte (a). (c) **E Se?** Outra mola pendurada é esticada por 35,5 cm quando um corpo de massa 440 g é pendurado nela em repouso. Definimos essa nova posição como  $x = 0$ . Esse corpo é puxado para baixo mais 18,0 cm e liberado do repouso para oscilar sem atrito. Encontre sua posição 84,4 s depois. (d) Encontre a distância percorrida pelo corpo na parte (c). (e) Por que as respostas para as partes (a) e (c) são tão diferentes quando os dados iniciais nas partes (a) e (c) são tão parecidos e as respostas para as partes (b) e (d) são relativamente próximas? Essa circunstância revela alguma dificuldade fundamental para calcular o futuro?

### Seção 1.3 Energia do oscilador harmônico simples

17. **M** Para testar a resiliência de seu para-choque durante colisões de baixa velocidade, um automóvel de 1.000 kg é batido contra um muro de tijolos. Seu para-choque se comporta como uma mola com constante de força  $5,00 \times 10^6$  N/m e comprime 3,16 cm conforme o carro chega ao repouso. Qual era a velocidade do carro antes do impacto, supondo que não houve transferência nem transformação de energia mecânica durante o impacto com o muro?
18. Um bloco de 200 g é preso a uma mola horizontal e executa movimento harmônico simples com um período de 0,250 s. A energia total do sistema é 2,00 J. Encontre (a) a constante de força da mola e (b) a amplitude do movimento.
19. **Q|C S** Um oscilador harmônico simples de amplitude  $A$  tem energia total  $E$ . Determine (a) a energia cinética e (b) a energia potencial quando a posição é um terço da amplitude. (c) Para que valores da posição a energia cinética é igual à metade da potencial? (d) Há valores de posição em que a energia cinética é maior que a potencial máxima? Explique.
20. Um corpo de 2,00 kg é preso a uma mola e colocado em uma superfície horizontal, sem atrito. Uma força horizontal de 20,0 N é necessária para mantê-lo em repouso quando ele é puxado 0,200 m de sua posição de equilíbrio (a origem do eixo  $x$ ). O corpo é liberado do repouso a partir dessa posição esticada e, subsequentemente, sofre oscilações harmônicas simples. Encontre (a) a constante de força da mola, (b) a frequência das oscilações e (c) a velocidade máxima do corpo. (d) Onde ocorre essa velocidade máxima? (e) Encontre a aceleração máxima do corpo. (f) Onde ocorre a aceleração máxima? (g) Encontre a energia total do sistema oscilatório. Encontre (h) a velocidade e (i) a aceleração do corpo quando sua posição é igual a um terço do valor máximo.
21. Um corpo de 50,0 g conectado a uma mola com constante de força de 35,0 N/m oscila com amplitude de 4,00 cm em uma superfície horizontal, sem atrito. Encontre (a) a energia total do sistema e (b) a velocidade do corpo quando sua

posição é 1,00 cm. Encontre (c) a energia cinética e (d) a energia potencial quando sua posição é 3,00 cm.

22. Um corpo de 326 g é preso a uma mola horizontal e executa movimento harmônico simples com um período de 0,250 s. Se a energia total do sistema é 5,83 J, encontre (a) a velocidade máxima do corpo, (b) a constante de força da mola e (c) a amplitude do movimento.
23. **Q.C. Revisão.** Um bloco de 0,250 kg repousando em uma superfície horizontal, sem atrito, é preso a uma mola com constante de força 83,8 N/m, como na Figura P1.23. Uma força horizontal  $\vec{F}$  faz a mola esticar uma distância de 5,46 cm a partir de sua posição de equilíbrio. (a) Encontre o módulo de  $\vec{F}$ . (b) Qual é a energia total armazenada no sistema quando a mola é esticada? (c) Encontre o módulo da aceleração do bloco logo após a primeira força aplicada ser removida. (d) Encontre a velocidade do bloco quando ele chega pela primeira vez à posição de equilíbrio. (e) Se a superfície não é sem atrito, mas o bloco ainda alcança a posição de equilíbrio, sua resposta para a parte (d) seria maior ou menor? (f) Que outra informação seria necessária para encontrar a resposta verdadeira para a parte (d) nesse caso? (g) Qual é o maior valor do coeficiente de atrito que permitiria que o bloco alcançasse a posição de equilíbrio?

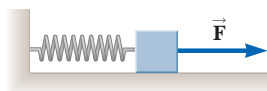


Figura P1.23

24. **GP Revisão.** Um saltador de *bungee jumping* de 65,0 kg pula de uma ponte com uma corda leve amarrada a seu corpo e à ponte. O comprimento da corda enrolada é 11,0 m. O saltador chega ao final de seu movimento 36,0 m abaixo da ponte antes de ricocheteiar para cima. Queremos saber o intervalo de tempo entre a saída da ponte e a chegada ao final do movimento. O movimento inteiro pode ser separado em uma queda livre de 11,0 m e uma seção de oscilação harmônica simples de 25,0 m. (a) Para a parte em queda livre, qual é o modelo de análise adequado para descrever o movimento? (b) Por qual intervalo de tempo ele fica em queda livre? (c) Para a parte do salto com oscilação harmônica simples, o sistema do saltador de *bungee jumping*, a mola e a Terra é isolado ou não isolado? (d) A partir de sua resposta para a parte (c), encontre a constante de mola da corda de *bungee jumping*. (e) Qual é a localização do ponto de equilíbrio onde a força da mola equilibra a gravitacional exercida sobre o saltador? (f) Qual é a frequência angular da oscilação? (g) Que intervalo de tempo é necessário para a corda esticar 25,0 m? (h) Qual é o intervalo de tempo total para a queda inteira de 36,0 m?

#### Seção 1.4 Comparação entre movimento harmônico simples e movimento circular uniforme

25. **Q.C.** Enquanto dirige atrás de um carro viajando a 3,00 m/s, você nota que um dos pneus do carro tem uma pequena protuberância em sua borda, como mostrado na Figura P1.25. (a) Explique por que a protuberância, de seu ponto de vista atrás do carro, executa movimento harmônico simples. (b) Se os raios dos pneus do carro são 0,300 m, qual é o período de oscilação da protuberância?



Figura P1.25

#### Seção 1.5 O pêndulo

O Problema 64 no Capítulo 1 do Volume 1 desta coleção também pode ser resolvido com esta seção.

26. “Pêndulo de segundos” é aquele que se move por sua posição de equilíbrio uma vez a cada segundo. (O período do pêndulo é precisamente 2 s.) Seu comprimento é 0,9927 m em Tóquio, Japão, e 0,9942 m em Cambridge, Inglaterra. Qual é a proporção das acelerações da gravidade nesses dois locais?
27. Um pêndulo físico em forma de corpo achatado move-se com movimento harmônico simples com frequência de 0,450 Hz. O pêndulo tem massa de 2,20 kg, e o pivô está localizado a 0,350 m do centro de massa. Determine o momento de inércia do pêndulo sobre o ponto pivotal.
28. **S** Um pêndulo físico em forma de corpo achatado move-se com movimento harmônico simples com frequência  $f$ . O pêndulo tem massa  $m$ , e o pivô está localizado a uma distância  $d$  do centro de massa. Determine o momento de inércia do pêndulo sobre o ponto pivotal.
29. Um pêndulo simples faz 120 oscilações completas em 3,00 min em um local onde  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ . Encontre (a) o período do pêndulo e (b) seu comprimento.
30. **S** Uma partícula de massa  $m$  desliza sem atrito dentro de uma tigela hemisférica de raio  $R$ . Mostre que, se a partícula começa do repouso com um pequeno deslocamento a partir do equilíbrio, ela se move em movimento harmônico simples com frequência angular igual àquela de um pêndulo simples de comprimento  $R$ . Isto é,  $\omega = \sqrt{g/R}$ .
31. **Revisão.** Um pêndulo simples tem comprimento de 5,00 m. Qual é seu período de pequenas oscilações se estiver localizado em um elevador (a) Acelerando para cima a  $5,00 \text{ m/s}^2$ ? (b) E se ele estiver acelerando para baixo a  $5,00 \text{ m/s}^2$ ? (c) Qual é o período desse pêndulo se for colocado em um caminhão que está acelerando horizontalmente a  $5,00 \text{ m/s}^2$ ?
32. **S** Considere o pêndulo físico da Figura 1.17. (a) Represente seu momento de inércia por um eixo passando pelo seu centro de massa e paralelo ao eixo passando por seu ponto pivotal como  $I_{CM}$ . Mostre que seu período é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{CM} + md^2}{mgd}}$$

onde  $d$  é a distância entre o ponto pivotal e o centro de massa. (b) Mostre que o período tem valor mínimo quando  $d$  satisfaz  $md^2 = I_{CM}$ .

33. **Q.C.** Um pêndulo simples tem massa de 0,250 kg e comprimento de 1,00 m. Ele é deslocado por um ângulo de  $15,0^\circ$  e depois solto. Usando o modelo de análise de uma partícula em movimento harmônico simples, quais são (a) a velocidade máxima do peso, (b) sua aceleração angular máxima e (c) a força restauradora máxima sobre o peso? (d) **E Se?** Resolva as partes (a) até (c) novamente usando modelos de análise apresentados em capítulos do Volume 1 desta coleção. (e) Compare as respostas.

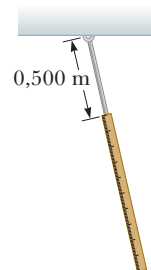


Figura P1.34

34. Uma barra rígida muito leve de comprimento 0,500 m se estende diretamente da extremidade de uma régua de metro. A combinação é presa em um pivô na extremidade superior da barra, como mostrado na Figura P1.34. A combi-

nação é então puxada por um pequeno ângulo e liberada. (a) Determine o período de oscilação do sistema. (b) Por qual porcentagem o período difere do de um pêndulo simples de comprimento 1,00 m?

35. A roda oscilatória de um relógio (Figura P1.35) tem período de oscilação de 0,250 s. Ela é construída de modo que sua massa de 20,0 g é concentrada ao redor de uma borda de raio 0,500 cm. Quais são (a) o momento de inércia da roda e (b) o módulo de rigidez da mola anexa?



Figura P1.35

36. Um pequeno corpo é preso à ponta de um barbante para formar um pêndulo simples. O período de seu movimento harmônico é medido para deslocamentos angulares pequenos e três comprimentos. Para comprimentos de 1,000 m, 0,750 m e 0,500 m, os intervalos de tempo totais para 50 oscilações de 99,8 s, 86,6 s e 71,1 s são medidos com um cronômetro. (a) Determine o período do movimento para cada comprimento. (b) Determine o valor médio de  $g$  obtido a partir dessas três medições independentes e compare com o valor aceito. (c) Trace  $T^2$  versus  $L$  e obtenha um valor para  $g$  a partir da inclinação de seu gráfico de melhor ajuste em linha reta. (d) Compare o valor encontrado na parte (c) com aquele obtido para a parte (b).

### Seção 1.6 Oscilações amortecidas

37. Um pêndulo com comprimento de 1,00 m é solto de um ângulo inicial de  $15,0^\circ$ . Após 1.000 s, sua amplitude foi reduzida pelo atrito para  $5,50^\circ$ . Qual é o valor de  $b/2m$ ?
38. **S** Mostre que a Equação 1.32 é a solução da 1.31, desde que  $b^2 < 4mk$ .
39. Um corpo de 10,6 kg oscila na extremidade de uma mola vertical que tem constante de mola de  $2,05 \times 10^4$  N/m. O efeito da resistência do ar é representado pelo coeficiente de amortecimento  $b = 3,00$  N  $\cdot$  s/m. (a) Calcule a frequência da oscilação amortecida. (b) Por qual porcentagem a amplitude da oscilação diminui em cada ciclo? (c) Encontre o intervalo de tempo que decorre enquanto a energia do sistema cai para 5,00% de seu valor inicial.
40. **S** Mostre que a taxa de variação no tempo da energia mecânica para um oscilador amortecido, sem propulsão, é dada por  $dE/dt = -bv^2$  e, portanto, é sempre negativa. Para fazer isso, diferencie a expressão para a energia mecânica de um oscilador,  $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ , e use a Equação 1.31.

### Seção 1.7 Oscilações forçadas

41. Um corpo de 2,00 kg preso a uma mola se move sem atrito ( $b = 0$ ) e é impulsionado por uma força externa dada pela expressão  $F = 3,00 \sin(2\pi t)$ , onde  $F$  é dada em newtons e  $t$  em segundos. A constante de força da mola é 20,0 N/m. Encontre (a) a frequência angular de ressonância do sistema, (b) a frequência angular do sistema impulsionado e (c) a amplitude do movimento.
42. Um bebê balança para cima e para baixo em seu berço. Sua massa é 12,5 kg, e o colchão do berço pode ser mode-

lado como uma mola leve com constante de força 700 N/m. (a) O bebê logo aprende a balançar com amplitude máxima e esforço mínimo dobrando seus joelhos com que frequência? (b) Se ele usasse o colchão como um trampolim – perdendo contato com o colchão por parte de cada ciclo –, de que amplitude mínima de oscilação precisaria?

43. Ao entrar em um restaurante fino, você nota que trouxe um pequeno temporizador eletrônico, em vez de seu celular. Frustrado, você joga o aparelho em um bolso lateral de seu paletó, sem perceber que ele está funcionando. O braço de sua cadeira aperta o tecido fino de seu paletó contra seu corpo em um ponto. Parte do tecido de seu paletó, com comprimento  $L$ , fica pendurada livremente abaixo desse ponto, com o temporizador na parte de baixo. Em um instante durante seu jantar, o temporizador toca um alerta e um vibrador liga e desliga com frequência de 1,50 Hz. Ele faz que a parte pendurada de seu paletó balance para a frente e para trás com amplitude consideravelmente alta, chamando a atenção de todos. Encontre o valor de  $L$ .
44. Um bloco pesando 40,0 N é suspenso de uma mola que tem constante de força de 200 N/m. O sistema não é amortecido ( $b = 0$ ) e está sujeito a uma força harmônica propulsora de frequência 10,0 Hz, resultando em movimento forçado de amplitude 2,00 cm. Determine o valor máximo da força propulsora.
45. **M** O amortecimento para um corpo de 0,150 kg pendurado em uma mola leve de 6,30 N/m é desprezível. Uma força sinusoidal com amplitude de 1,70 N impulsiona o sistema. Com que frequência a força fará o corpo vibrar com amplitude de 0,440 m?
46. **S** Considerando um oscilador forçado, sem amortecimento ( $b = 0$ ), mostre que a Equação 1.35 é a solução da 1.34, com amplitude dada pela 1.36.

### Problemas Adicionais

47. A massa de uma molécula de deutério ( $D_2$ ) é o dobro daquela de uma molécula de hidrogênio ( $H_2$ ). Se a frequência vibracional de  $H_2$  é  $1,30 \times 10^{14}$  Hz, qual é a de  $D_2$ ? Suponha que a “constante de mola” de forças de atração seja a mesma para as duas moléculas.
48. **Q/C Revisão.** Uma pedra repousa em uma calçada de concreto. Um terremoto ocorre, fazendo o chão se mover verticalmente em movimento harmônico simples com frequência constante de 2,40 Hz e amplitude aumentando gradativamente. (a) Com que amplitude o chão vibra quando a pedra começa a perder contato com a calçada? Outra pedra repousa no fundo de concreto de uma piscina cheia de água. O terremoto só produz movimento vertical; então, a água não se agita de um lado para o outro. (b) Apresente um argumento convincente de que, quando o chão vibra com a amplitude encontrada na parte (a), a pedra submersa quase não perde contato com o fundo da piscina.
49. **Q/C** Um corpo de massa  $m$  se move em movimento harmônico simples com amplitude 12,0 cm em uma mola leve. Sua aceleração máxima é 108 cm/s<sup>2</sup>. Considere  $m$  uma variável. (a) Encontre o período  $T$  do corpo. (b) Encontre sua frequência  $f$ . (c) Encontre sua velocidade máxima  $v_{\text{máx}}$ . (d) Encontre a energia total  $E$  do sistema corpo-mola. (e) Encontre a constante de força  $k$  da mola. (f) Descreva o padrão de dependência de cada uma das quantidades  $T$ ,  $f$ ,  $v_{\text{máx}}$ ,  $E$  e  $k$  com  $m$ .
50. **Q/C Revisão.** Este problema amplia o raciocínio do Problema 59 do Capítulo 9 do Volume 1 desta coleção. Dois flutuadores são postos em movimento em uma pista de ar. O flutuador 1 tem massa  $m_1 = 0,240$  kg e se move para a direita



com velocidade 0,740 m/s. Ele terá uma colisão traseira com o flutuador 2, de massa  $m_2 = 0,360$  kg, que inicialmente se move para a direita com velocidade 0,120 m/s. Uma mola leve com constante de força 45,0 N/m é presa à traseira do flutuador 2, como mostrado na Figura P9.59, no Volume 1 desta coleção. Quando o flutuador 1 toca a mola, uma supercola faz que ele adira instantânea e permanentemente a sua ponta da mola. (a) Encontre a velocidade comum que os dois flutuadores têm quando a mola tem compressão máxima. (b) Encontre a distância máxima de compressão da mola. O movimento depois que os flutuadores ficam ligados consiste de uma combinação de (1) o movimento com velocidade constante do centro de massa do sistema dos dois flutuadores encontrado na parte (a), e (2) movimento harmônico simples dos flutuadores em relação ao centro de massa. (c) Encontre a energia do movimento do centro de massa. (d) Encontre a energia da oscilação.

51. **M** Uma pequena bola de massa  $M$  é presa à ponta de uma barra uniforme de massa igual  $M$  e comprimento  $L$  que é centrada no topo (Figura P1.51). Determine as tensões na barra (a) no pivô e (b) no ponto  $P$  quando o sistema está estacionário. (c) Calcule o período de oscilação para pequenos deslocamentos a partir do equilíbrio e (d) determine esse período para  $L = 2,00$  m.

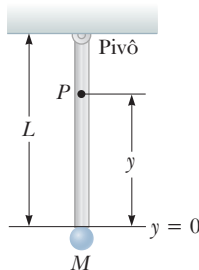


Figura P1.51

52. Um corpo preso a uma mola vibra com movimento harmônico simples como descrito na Figura P1.52. Para esse movimento, encontre (a) a amplitude, (b) o período, (c) a frequência angular, (d) a velocidade máxima (e) a aceleração máxima e (f) uma equação para sua posição  $x$  como função de tempo.

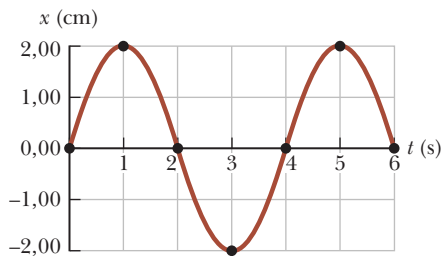
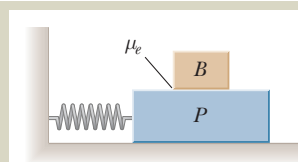


Figura P1.52

53. **Revisão.** Um grande bloco  $P$  preso a uma mola leve executa movimento harmônico simples horizontal conforme desliza por uma superfície sem atrito com frequência  $f = 1,50$  Hz. O bloco  $B$  repousa sobre ele, como mostrado na Figura P1.53, e o coeficiente de atrito estático entre os dois é  $\mu_e = 0,600$ . Qual é a amplitude de oscilação máxima que o sistema pode ter se o bloco  $B$  não cair?


Figura P1.53  
Problemas 53 e 54.

54. **S Revisão.** Um grande bloco  $P$  preso a uma mola leve executa movimento harmônico simples horizontal conforme desliza por uma superfície sem atrito com frequência  $f$ . O bloco  $B$  repousa sobre ele, como mostrado na Figura P1.53, e o coeficiente de atrito estático entre os dois é  $\mu_e$ . Qual é a amplitude de oscilação máxima que o sistema pode ter se o bloco  $B$  não cair?

55. **S** Um pêndulo de comprimento  $L$  e massa  $M$  tem uma mola com constante de força  $k$  conectada a ele a uma distância  $h$  abaixo de seu ponto de suspensão (Figura P1.55). Encontre a frequência de vibração do sistema para pequenos valores de amplitude (pequeno  $\theta$ ). Suponha que a barra de suspensão vertical de comprimento  $L$  seja rígida, mas despreze sua massa.

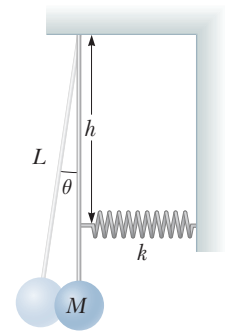


Figura P1.55

56. Um pêndulo simples com comprimento de 2,23 m e massa de 6,74 kg recebe uma velocidade inicial de 2,06 m/s em sua posição de equilíbrio. Suponha que ele seja submetido a movimento harmônico simples. Determine (a) seu período, (b) sua energia total e (c) seu deslocamento angular máximo.

57. Uma tábua horizontal de massa de 5,00 kg e comprimento de 2,00 m é presa por um pivô em uma extremidade. Sua outra extremidade é suportada por uma mola com constante de força 100 N/m (Figura P1.57). A tábua é deslocada por um pequeno ângulo  $\theta$  de sua posição horizontal de equilíbrio e liberada. Encontre a frequência angular com que a tábua se move com movimento harmônico simples.

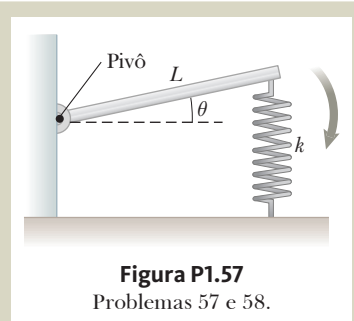


Figura P1.57

Problemas 57 e 58.

58. **S** Uma tábua horizontal de massa  $m$  e comprimento  $L$  é presa por um pivô em uma extremidade. Sua outra extremidade é suportada por uma mola com constante de força  $k$  (Figura P1.57). A tábua é deslocada por um pequeno ângulo  $\theta$  de sua posição horizontal de equilíbrio e liberada. Encontre a frequência angular com que a tábua se move com movimento harmônico simples.

59. **Q/C Revisão.** Uma partícula de massa 4,00 kg é presa a uma mola com constante de força de 100 N/m. Ela oscila em uma superfície horizontal, sem atrito, com amplitude de 2,00 m. Um corpo de 6,00 kg é solto verticalmente em cima de outro, de 4,00 kg, conforme ele passa por seu ponto de equilíbrio. Os dois corpos ficam juntos. (a) Qual é a nova amplitude do sistema vibratório depois da colisão? (b) Por que fator o período do sistema mudou? (c) Por quanto a energia do sistema muda como resultado da colisão? (d) Explique a mudança em energia.

60. Uma partícula com massa de 0,500 kg é presa a uma mola horizontal com constante de força de 50,0 N/m. No instante  $t = 0$ , ela tem sua velocidade máxima de 20,0 m/s e está se movendo para a esquerda. (a) Determine a equação de movimento da partícula, especificando sua posição como função do tempo. (b) Onde, no movimento, a energia potencial é três vezes a energia cinética? (c) Encontre o intervalo de tempo mínimo necessário para que a partícula se mova de  $x = 0$  até  $x = 1,00$  m. (d) Encontre o comprimento de um pêndulo simples com o mesmo período.

61. **Revisão.** A ponta de uma mola leve com constante de força  $k = 100$  N/m é presa a uma parede vertical. Um barbante leve é amarrado à outra ponta horizontal. Como mostrado na Figura P1.61, o barbante muda da horizontal para a ver-

tical conforme passa sobre uma roldana de massa  $M$  na forma de um disco sólido de raio  $R = 2,00$  cm. A roldana é livre para girar em um eixo macio e fixo. A seção vertical do barbante suporta um corpo de massa  $m = 200$  g. O barbante não escorrega em seu contato com a roldana. O corpo é puxado para baixo uma pequena distância e liberado. (a) Qual é a frequência angular  $\omega$  de oscilação do corpo em termos da massa  $M$ ? (b) Qual é o valor máximo possível da frequência angular de oscilação do corpo? (c) Qual é o valor máximo possível da frequência angular de oscilação do corpo se o raio da roldana é dobrado para  $R = 4,00$  cm?

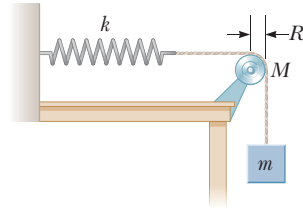


Figura P1.61

62. Considere o oscilador amortecido ilustrado na Figura 1.20. A massa do corpo é 375 g, a constante de mola é 100 N/m e  $b = 0,100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ . (a) Durante que intervalo de tempo a amplitude cai para a metade de seu valor inicial? (b) **E Se?** Durante que intervalo de tempo a energia mecânica cai para metade de seu valor inicial? (c) Mostre que, em geral, a taxa fracional com a qual a amplitude diminui em um oscilador harmônico amortecido é metade da taxa fracional com a qual a energia mecânica diminui.
63. **S** Uma bola de massa  $m$  é conectada a dois elásticos de borracha de comprimento  $L$ , cada um sob tensão  $T$ , como mostrado na Figura P1.63. A bola é deslocada por uma pequena distância  $y$  perpendicular ao comprimento dos elásticos. Supondo que a tensão não mude, mostre que (a) a força restauradora é  $-(2T/L)y$ , e (b) que o sistema exibe movimento harmônico simples com frequência angular  $\omega = \sqrt{2T/mL}$ .

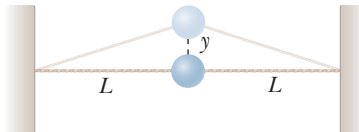


Figura P1.63

64. Quando um bloco de massa  $M$ , conectado à ponta de uma mola de massa  $m_M = 7,40$  g e constante de força  $k$ , é posto em movimento harmônico simples, o período de seu movimento é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M + (m_M/3)}{k}}$$

Um experimento em duas partes é conduzido com o uso de blocos de várias massas suspensos verticalmente da mola, como mostrado na Figura P1.64. (a) Extensões estáticas de 17,0; 29,3; 35,3; 41,3; 47,1 e 49,3 cm são medidas para valores de  $M$  de 20,0; 40,0; 50,0; 60,0; 70,0 e 80,0 g, respectivamente. Construa um gráfico de  $Mg$  versus  $x$  e faça uma regressão linear dos mínimos quadrados para os dados. (b) Da inclinação de seu gráfico, determine um valor para  $k$  para essa mola. (c) O sistema é posto em movimento harmônico simples, e períodos são medidos com um cronômetro. Com  $M = 80,0$  g, o intervalo de tempo total necessário para dez oscilações é medido como sendo 13,41 s.

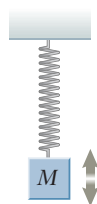


Figura P1.64

O experimento é repetido com valores de  $M$  de 70,0; 60,0; 50,0; 40,0 e 20,0 g, com intervalos de tempo correspondentes para dez oscilações de 12,52; 11,67; 10,67; 9,62 e 7,03 s. (d) Obtenha o valor experimental para  $T$  de cada uma dessas medições. (e) Trace um gráfico de  $T^2$  versus  $M$ , e (f) determine um valor para  $k$  a partir da inclinação da regressão linear dos mínimos quadrados pelos pontos de dados. (g) Compare esse valor de  $k$  com aquele obtido na parte (b). (h) Obtenha um valor para  $m_M$  de seu gráfico e compare-o com o valor dado de 7,40 g.

65. **Revisão.** Um balão leve cheio com hélio de densidade  $0,179 \text{ kg/m}^3$  é amarrado a um barbante leve de comprimento  $L = 3,00$  m. O barbante é amarrado ao chão formando um pêndulo simples "invertido" (Figura P1.65a). Se o balão for deslocado levemente do equilíbrio, como na Figura P1.65b, e liberado, (a) mostre que o movimento é harmônico simples e (b) determine o período do movimento. Considere a densidade de ar como sendo de  $1,20 \text{ kg/m}^3$ . *Dica:* use uma analogia com o pêndulo simples, e veja o Capítulo 14 do Volume 1 desta coleção. Suponha que o ar aplique uma força de empuxo no balão, mas não afete seu movimento de outras maneiras.

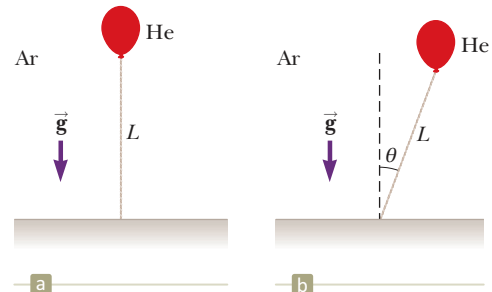


Figura P1.65

66. **Q.C** Pessoas que andam de moto e bicicletas aprendem a ficar atentas a elevações na estrada, especialmente *aqueles como uma cuba de lavar roupas*, condição em que muitos sulcos são desgastados na estrada. O que é tão ruim nisso? Uma motocicleta tem várias molas e amortecedores em sua suspensão, mas pode ser modelada com uma única mola suportando um bloco. Você pode estimar a constante de força pensando no quanto uma mola é comprimida quando uma pessoa pesada se senta no assento. Um motociclista viajando com alta velocidade em uma rodovia deve ser especialmente cuidadoso com lombadas que têm certa distância entre elas. Qual é a ordem de grandeza dessa distância de separação?
67. **S** Um bloco de massa  $m$  é conectado a duas molas com constantes de força  $k_1$  e  $k_2$  de duas maneiras, como mostrado na Figura P1.67. Nos dois casos, o bloco se move sobre uma mesa sem atrito depois de ser deslocado do equilíbrio e liberado. Mostre que nos dois casos o bloco exibe movimento harmônico simples com períodos:

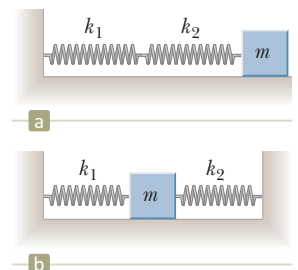


Figura P1.67

$$(a) T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}} \quad e \quad (b) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

68. **S** Seu dedo range contra um prato que você acabou de lavar. Seus tênis ranguem no piso do ginásio. Os pneus do carro chiam quando você põe em movimento ou para o carro abruptamente. Você pode fazer uma taça cantar passando seu dedo úmido pela sua borda. Quando giz range no quadro-negro, você pode ver que ele faz uma série de traços regularmente espaçados. Como esses exemplos sugerem, a vibração geralmente resulta quando o atrito atua sobre um corpo elástico em movimento. A oscilação não é movimento harmônico simples, mas chamado *adere e desliza*. Esse problema modela o movimento adere e desliza.

Um bloco de massa  $m$  é preso a um suporte fixo por uma mola horizontal com constante de força  $k$  e massa desprezível (Figura P1.68). A Lei de Hooke descreve a mola tanto em extensão quanto em compressão. O bloco fica em uma placa horizontal longa, com a qual tem o coeficiente de atrito estático  $\mu_e$  e um coeficiente de atrito cinético menor  $\mu_c$ . A placa se move para a direita com velocidade constante  $v$ . Suponha que o bloco passe a maior parte do tempo grudando na placa e se movendo para a direita com ela; então, a velocidade  $v$  é pequena em comparação à velocidade média que o bloco tem conforme desliza de volta para a esquerda. (a) Mostre que a extensão máxima da mola a partir da posição sem tensão é quase corretamente dada por  $\mu_e mg/k$ . (b) Mostre que o bloco oscila ao redor de uma posição de equilíbrio na qual a mola é esticada por  $\mu_c mg/k$ . (c) Trace o gráfico de posição *versus* tempo para o bloco. (d) Mostre que a amplitude do movimento do bloco é:

$$A = \frac{(\mu_e - \mu_c)mg}{k}$$

(e) Mostre que o período do movimento do bloco é:

$$T = \frac{2(\mu_e - \mu_c)mg}{vk} + \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

É o excesso de energia estática sobre o atrito cinético que é importante para a vibração. “A roda que geme ganha a graxa”, porque mesmo um fluido viscoso não pode exercer uma força de atrito estática.

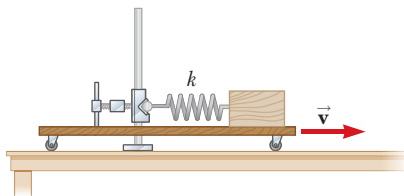


Figura P1.68

69. Duas bolas de aço idênticas, cada uma com massa de 67,4 g, movem-se em direções opostas a 5,00 m/s. Elas colidem de frente e quicam para longe uma da outra elasticamente. Apertando uma das bolas em um torno, enquanto faz medições da quantidade de compressão resultante, você descobre que a Lei de Hooke é um bom modelo do comportamento elástico da bola. Uma força de 16,0 kN exercida por cada garra da morsa reduz o diâmetro em 0,200 mm. Modele o movimento de cada bola, enquanto elas estão em contato, com metade de um ciclo de movimento harmônico simples. Calcule o intervalo de tempo durante o qual as bolas estão em contato. (Se você resolveu o Problema 57 no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção, compare seus resultados para este problema com seus resultados para aquele.)
70. Por que a seguinte situação é impossível? Seu trabalho envolve construir osciladores amortecidos muito pequenos. Um de

seus projetos envolve um oscilador mola-corpo com uma mola com constante de força  $k = 10,0$  N/m e um corpo de massa  $m = 1,00$  g. O objetivo de seu projeto é que o oscilador passe por muitas oscilações à medida que sua amplitude caia para 25,0% de seu valor inicial em um certo intervalo de tempo. Medições de seu último projeto mostram que a amplitude cai para 25,0% do valor em 23,1 ms. Esse intervalo de tempo é muito longo para o que é necessário em seu projeto. Para encurtar o intervalo de tempo, você dobra a constante de amortecimento  $b$  para o oscilador. Essa duplicação permite que você atinja o objetivo do seu projeto.

71. **S Revisão.** A boia de um lagosteiro é um cilindro de madeira sólido de raio  $r$  e massa  $M$ . Ela tem um peso em uma ponta de modo que flutua ereta na água do mar calmo, com densidade  $\rho$ . Um tubarão de passagem puxa a corda folgada que ancora a armadilha de lagostas, puxando a boia para baixo uma distância  $x$  de sua posição de equilíbrio e a solta. (a) Mostre que a boia vai executar movimento harmônico simples se as forças resistivas da água forem desprezadas. (b) Determine o período das oscilações.

### Problemas de Desafio

72. **S** Um disco menor de raio  $r$  e massa  $m$  é preso rigidamente a uma face de um segundo disco maior de raio  $R$  e massa  $M$ , como mostrado na Figura P1.72. O centro do disco pequeno é localizado na borda do grande. O disco grande é montado em seu centro sobre um eixo sem atrito. O conjunto é girado por um pequeno ângulo  $\theta$  a partir de sua posição de equilíbrio e liberado. (a) Mostre que a velocidade do centro do pequeno disco à medida que ele passa pela posição de equilíbrio é:

$$v = 2 \left[ \frac{Rg(1 - \cos \theta)}{(M/m) + (r/R)^2 + 2} \right]^{1/2}$$

(b) Mostre que o período do movimento do bloco é:

$$T = 2\pi \left[ \frac{(M + 2m)R^2 + mr^2}{2mgR} \right]^{1/2}$$

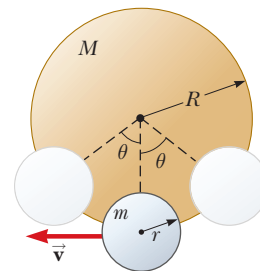


Figura P1.72

73. Um corpo de massa  $m_1 = 9,00$  kg está em equilíbrio quando conectado a uma mola leve de constante  $k = 100$  N/m, que está amarrada a uma parede, como mostrado na Figura P1.73a. Um segundo corpo,  $m_2 = 7,00$  kg, é empurrado lentamente contra  $m_1$ , comprimindo a mola uma quantidade  $A = 0,200$  m (ver Figura P1.73b). O sistema é, então, liberado, e os dois corpos começam a se mover para a direita na superfície sem atrito. (a) Quando  $m_1$  atinge o ponto de equilíbrio,  $m_2$  perde contato com ele (ver Figura P1.73c) e se move para a direita com velocidade  $v$ . Determine o valor de  $v$ . (b) A que distância estão os corpos quando a mola é



esticada completamente pela primeira vez (a distância  $D$  na Figura P1.73d)?

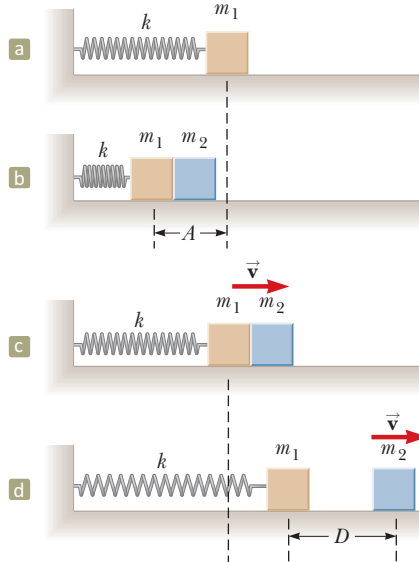


Figura P1.73

74. **S** **Revisão.** Por que a seguinte situação é impossível? Você está no negócio de entregas de pacotes em alta velocidade. Seu concorrente no edifício ao lado ganha direito de passagem para construir um túnel evacuado imediatamente acima do solo ao redor de toda a Terra. Lançando pacotes nesse túnel com a velocidade certa, seu concorrente consegue enviar pacotes para orbitar ao redor da Terra de modo que eles chegam ao lado exatamente oposto em um intervalo de tempo muito curto. Você tem uma ideia competitiva. Calculando que a distância *através* da Terra é mais curta que a *ao redor* da Terra, você obtém permissão para construir um túnel evacuado pelo centro da Terra (Figura P1.74). Jogando pacotes dentro desse túnel, eles caem para baixo e chegam ao outro lado de seu túnel, que é em um edifício bem ao lado do outro lado do túnel de seu concorrente. Como seus pacotes chegam ao outro lado da Terra em um intervalo de tempo mais curto, você ganha a competição e seu negócio prospera. *Observação:* um corpo a uma distância  $r$  do centro da Terra é puxado na direção de seu centro somente pela massa dentro da esfera de raio  $r$  (a região avermelhada na Figura P1.74). Suponha que a Terra tenha densidade uniforme.

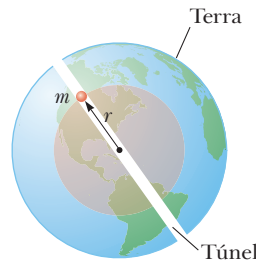


Figura P1.74

75. **S** Um bloco de massa  $M$  é conectado a uma mola de massa  $m$  e oscila em movimento harmônico simples em uma pista horizontal sem atrito (Figura P1.75). A constante de força da mola é  $k$ , e o comprimento de equilíbrio é  $\ell$ . Suponha que todas as porções da mola oscilem em fase e a velocidade do segmento da mola de comprimento  $dx$  seja proporcional à distância  $x$  a partir da extre-

midade fixa; isto é,  $v_x = (x/\ell)v$ . Note também que a massa do segmento da mola é  $dm = (m/\ell)dx$ . Encontre (a) a energia cinética do sistema quando o bloco tem velocidade  $v$  e (b) o período de oscilação.

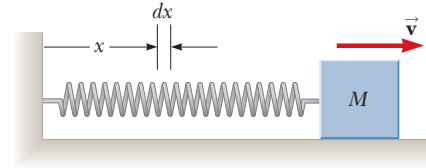


Figura P1.75

76. **Revisão.** Um sistema consiste em uma mola com constante de força  $k = 1.250$  N/m, comprimento  $L = 1,50$  m e um corpo de massa  $m = 5,00$  kg preso à extremidade (Figura P1.76). O corpo é colocado no nível do ponto de conexão com a mola esticada, na posição  $y_i = L$ , e depois liberado, de modo que balanceie como um pêndulo. (a) Encontre a posição  $y$  do corpo no ponto mais baixo. (b) O período do pêndulo será maior ou menor que o período de um pêndulo simples com a mesma massa  $m$  e comprimento  $L$ ? Explique.

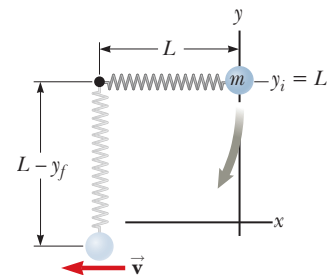


Figura P1.76

77. **S** Um recipiente cúbico, leve, de volume  $a^3$ , é inicialmente cheio com um líquido de densidade de massa  $\rho$ , como mostrado na Figura P1.77a. O cubo é inicialmente suportado por um barbante leve para formar um pêndulo simples de comprimento  $L_i$ , medido do centro de massa de um recipiente cheio, onde  $L_i \gg a$ . O líquido pode fluir para fora da base do recipiente com taxa constante  $(dM/dt)$ . Em qualquer instante  $t$ , o nível do líquido no recipiente é  $h$ , e o comprimento do pêndulo é  $L$  (medido com relação ao centro de massa instantâneo), como mostrado na Figura P1.77b. (a) Encontre o período do pêndulo como função do tempo. (b) Qual é o período do pêndulo depois que o líquido sai completamente do recipiente?

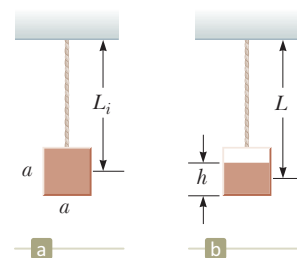


Figura P1.77

# Movimento ondulatório

- 2.1 Propagação de uma perturbação
- 2.2 Modelo de análise: ondas progressivas
- 2.3 A velocidade de ondas transversais em cordas
- 2.4 Reflexão e transmissão
- 2.5 Taxa de transferência de energia por ondas senoidais em cordas
- 2.6 A equação de onda linear

**Muitos de nós já tivemos uma experiência com ondas quando crianças, ao derrubarmos uma pedra em um lago.** No ponto onde a pedra atinge o lago, ondas circulares são criadas. Estas se movem para fora do ponto da criação em círculos que se expandem até atingir a margem. Se você examinar cuidadosamente o movimento de um pequeno corpo flutuando na água perturbada, verá que ele se move vertical e horizontalmente em relação a sua posição inicial, porém, não tem nenhum deslocamento resultante em relação ao ponto em que a pedra atingiu a água. Os pequenos elementos da água, em contato com o corpo, assim como todos os outros elementos da água na superfície do lago, comportam-se da mesma maneira. Isto é, a *onda* na água se move do ponto de origem até a margem, porém, a água não é carregada com ela.

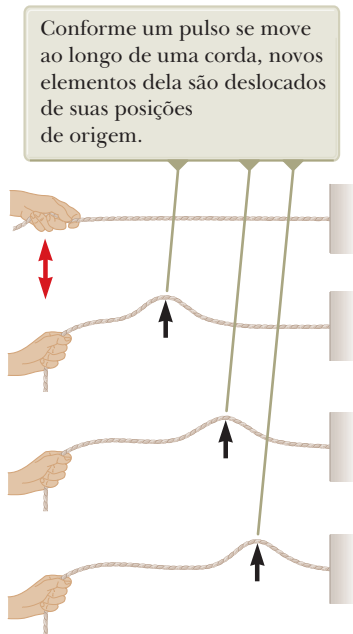
O mundo é cheio de ondas; seus tipos principais são as *mecânicas* e as *eletromagnéticas*. No caso das primeiras, algum meio físico está sendo perturbado; em nosso exemplo da pedra, elementos da água são perturbados. Ondas eletromagnéticas não necessitam de um meio para se propagar; alguns exemplos são a luz visível, ondas de rádio, sinais de televisão e raios X. Aqui, nesta parte do livro, estudaremos apenas as ondas mecânicas.

Considere novamente um pequeno corpo flutuando sobre a água. Fizemos que o corpo se movesse em um ponto na água pela queda de uma pedra em outro local.

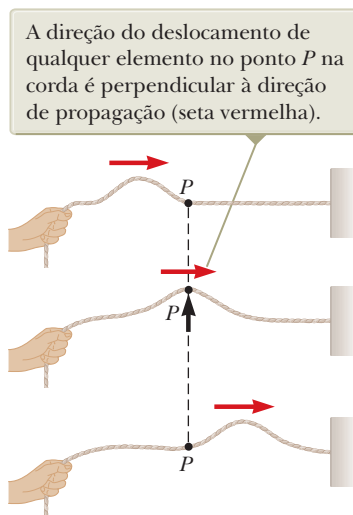
O corpo ganhou energia cinética por nossa ação, então, a energia tem de ser transferida de um ponto no qual a pedra cai para a posição do corpo. Essa característica é central no movimento ondular: *energia* é transferida por uma distância, mas a *matéria* não é.



Salva-vidas em New South Wales, na Austrália, treinam levando seus barcos até grandes ondas, água adentro, que se quebram perto da margem. Uma onda se movendo sobre a superfície da água é um exemplo de onda mecânica. (Travel Ink/Getty Images)



**Figura 2.1** Uma mão move o fim de uma corda esticada, uma vez para cima e para baixo (seta vermelha), fazendo que um pulso viaje ao longo da corda.



**Figura 2.2** O deslocamento de um elemento específico da corda por um pulso transversal viajando ao longo de uma corda esticada.

## 2.1 Propagação de uma perturbação

A introdução a este capítulo fez referência ao movimento ondulatório: a transferência de energia através do espaço sem o acompanhamento da transferência de matéria. Na lista de mecanismos de transferência de energia no Capítulo 8 do Volume 1 desta coleção, dois mecanismos – ondas mecânicas e radiação eletromagnética – dependem de ondas. Em contraste, no outro, transferência de matéria, a transferência de energia é acompanhada de um movimento da matéria através do espaço com nenhuma onda no processo.

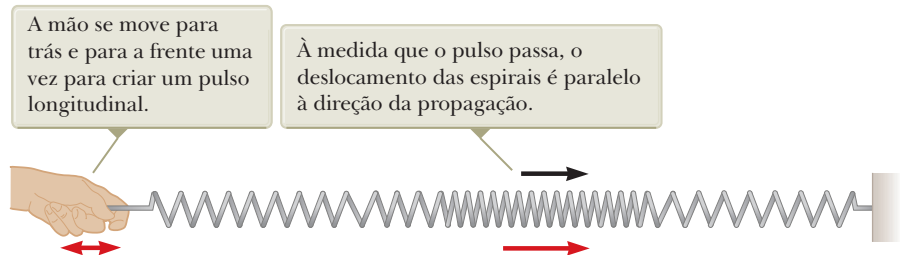
Todas as ondas mecânicas necessitam de (1) alguma fonte de distúrbio, (2) um meio contendo elementos que podem ser perturbados e (3) algum mecanismo físico pelo qual os elementos do meio podem influenciar uns aos outros. Uma forma de demonstrar o movimento ondulatório é chicotear o final de uma longa corda que está sob tensão e tem sua outra ponta fixada, como mostra a Figura 2.1. Dessa maneira, um único solavanco (chamado *pulso*) é formado e se move ao longo da corda com uma velocidade definida. A Figura 2.1 representa quatro “fotografias” consecutivas da criação e propagação de um pulso se movendo na corda. A mão é a fonte do distúrbio. A corda é o meio pelo qual o pulso se move – elementos individuais da corda são perturbados a partir de suas posições de equilíbrio. Ainda, os elementos estão conectados juntos, de modo a influenciar uns aos outros. O pulso tem uma altura e uma velocidade definidas de propagação ao longo do meio. A forma do pulso muda muito pouco na medida em que se move pela corda.<sup>1</sup>

Devemos priorizar o pulso se movendo através de um meio. Depois de explorarmos o comportamento de um pulso, voltaremos nossa atenção a uma *onda*, que é uma perturbação *periódica* se movendo através de um meio. Criamos um pulso em nossa corda chicoteando uma das suas pontas uma vez, como mostrado na Figura 2.1. Se movermos a ponta da corda para cima e para baixo, repetidamente, criaremos uma onda progressiva, que tem características que um pulso não tem. Exploraremos essas características na Seção 2.2.

À medida que o pulso na Figura 2.1 se move através da corda, cada elemento perturbado nela se move em direção *perpendicular* à direção da propagação. A Figura 2.2 ilustra esse ponto para um elemento específico, marcado como *P*. Note que nenhuma parte da corda se move na direção da propagação. Uma onda progressiva, ou um pulso, que faz que os elementos do meio perturbado se movam perpendicularmente à direção da propagação é chamada **onda transversal**.

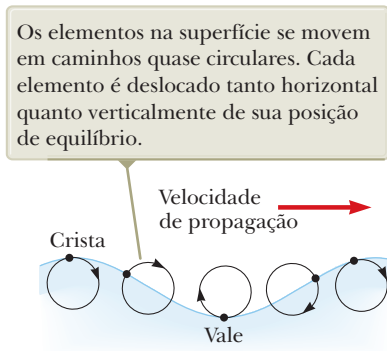
Compare essa onda com outro tipo de pulso, um se movendo para baixo em uma corda longa e esticada, como mostrado na Figura 2.3. A ponta esquerda da corda é empurrada levemente para a direita e, então, levemente empurrada para a esquerda. Esse movimento cria uma compressão súbita de uma região das espirais. A região comprimida se move ao longo da corda (para a direita na Figura 2.3). Note que a direção do deslocamento das espirais é *paralela* à da propagação da região comprimida. Uma onda progressiva, ou um pulso, que faz que os elementos do meio se movam paralelamente à direção da propagação é chamada **onda longitudinal**.

Ondas de som, que discutiremos no Capítulo 3, são outro exemplo de ondas longitudinais. O distúrbio em uma onda de som é uma série de regiões de alta e baixa pressão que se movem através do ar.

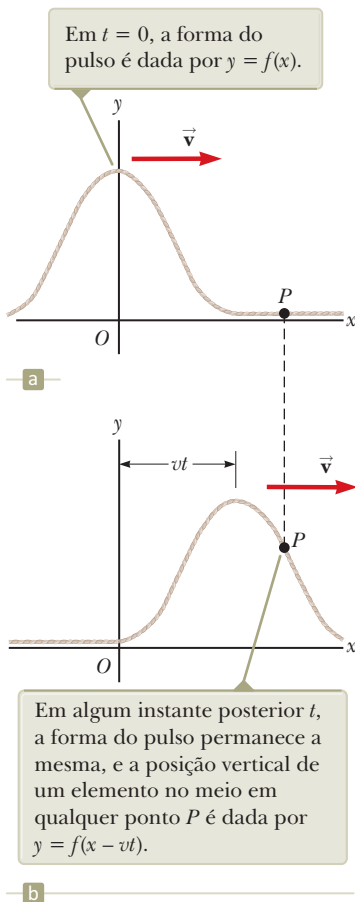


**Figura 2.3** Um pulso longitudinal ao longo de uma corda esticada.

<sup>1</sup> Na realidade, o pulso muda de forma e se espalha gradualmente durante o movimento. Esse efeito, chamado dispersão, é comum a várias ondas mecânicas, assim como às eletromagnéticas. Não consideraremos a dispersão neste capítulo.

**FIGURA ATIVA 2.4**

O movimento dos elementos da água na superfície de águas profundas nas quais a onda está se propagando é a combinação dos deslocamentos transversais e longitudinais.



**Figura 2.5** Um pulso unidimensional viajando para a direita em uma corda com velocidade  $v$ .

Algumas ondas na natureza exibem uma combinação de deslocamentos longitudinais e transversais. Ondas da superfície da água são bons exemplos. Quando uma onda se move na superfície de águas profundas, elementos da água na superfície se movem em caminhos quase circulares, como mostrado na Figura Ativa 2.4. O distúrbio tem tanto componentes transversais quanto longitudinais. Os deslocamentos transversais vistos na Figura Ativa 2.4 representam as variações nas posições verticais dos elementos da água. Os deslocamentos longitudinais representam elementos na água se movendo para a frente e para trás na direção horizontal.

As ondas tridimensionais que se movem para fora de um ponto sobre a superfície da Terra, no qual ocorre um terremoto, são dos dois tipos, transversal e longitudinal. As longitudinais são as mais rápidas das duas, se movendo em velocidades na faixa de 7 a 8 km/s próximas à superfície. Elas são chamadas **ondas P**, com “P” significando *primária*, já que se movem mais rapidamente que as ondas transversais e chegam primeiro ao sismógrafo (um aparelho utilizado para detectar ondas causadas por terremotos). As transversais, mais lentas, chamadas **ondas S**, em que “S” significa *secundária*, movem-se através da Terra a 4 a 5 km/s próximas à superfície. Pela gravação do intervalo de tempo entre a chegada dos dois tipos de onda em um sismógrafo, pode-se determinar a distância desse aparelho até o ponto de origem das ondas. A distância é o raio de uma esfera imaginária com centro no sismógrafo. A origem das ondas é localizada em outro local naquela esfera. As esferas imaginárias de três ou mais estações localizadas umas distantes das outras têm a intersecção em um ponto na Terra, e essa região é onde o terremoto ocorreu.

Considere um pulso se movendo para a direita ao longo de uma corda longa, conforme mostrado na Figura 2.5. A Figura 2.5a representa a forma e posição de um pulso no tempo  $t = 0$ . Nesse momento, a forma do pulso, qualquer que seja, pode ser representada por algumas funções matemáticas que escreveremos como  $y(x, 0) = f(x)$ . Essa função descreve a posição transversal  $y$  do elemento de uma corda localizado em cada valor de  $x$  no instante  $t = 0$ . Como a velocidade do pulso é  $v$ , o pulso se moveu para a direita a uma distância  $vt$  no instante  $t$  (Figura 2.5b). Consideramos que a forma do pulso não muda com o tempo. Portanto, no instante  $t$ , a forma do pulso é a mesma que era no momento  $t = 0$ , segundo a Figura 2.5a. Em consequência, um elemento na corda em  $x$  nesse momento tem a mesma posição  $y$  que um elemento localizado em  $x - vt$  tinha no instante  $t = 0$ :

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

Em geral, podemos representar a posição transversal  $y$  para todas as posições e tempos, medidos em uma estrutura estacionária com origem em  $O$ , como:

$$y(x, t) = f(x - vt) \quad (2.1)$$

De forma similar, se o pulso se move para a esquerda, as posições transversais dos elementos na corda são descritas por:

$$y(x, t) = f(x + vt) \quad (2.2)$$

A função  $y$ , às vezes chamada **função ondular**, depende das duas variáveis  $x$  e  $t$ . Por essa razão, ela é escrita como  $y(x, t)$ , que é lida como “ $y$  como a função de  $x$  e  $t$ ”.

É importante entender o significado de  $y$ . Considere um elemento na corda no ponto  $P$  na Figura 2.5, identificado por um valor específico em sua coordenada  $x$ . À medida que o pulso passa por  $P$ , a coordenada  $y$  desse elemento aumenta, alcança o máximo e, então, diminui para zero. A função ondular  $y(x, t)$  representa a coor-

denada  $y$  – a posição transversal – de qualquer elemento localizado na posição  $x$  em qualquer instante  $t$ . Ainda, se  $t$  é fixo (como, em um caso de tirar uma fotografia do pulso), a função ondular  $y(x)$ , às vezes chamada **forma da onda**, define uma curva representando uma forma geométrica de um pulso naquele momento.



**Teste Rápido 2.1** (i) Em uma longa fila de pessoas esperando para comprar ingressos, a primeira vai embora, e um pulso do movimento ocorre à medida que as pessoas dão um passo à frente para preencher o espaço. Na medida em que cada pessoa dá um passo à frente, o espaço se move ao longo da fila. A propagação do espaço é (a) transversal ou (b) longitudinal? (ii) Considere “a ola” em um jogo de baseball: as pessoas se levantam e estendem seus braços quando a onda chega a seus lugares, e o pulso resultante se move ao redor do estádio. Essa onda é (a) transversal ou (b) longitudinal?

### Exemplo 2.1

### Um pulso se movendo para a direita

Um pulso se movendo para a direita ao longo do eixo  $x$  é representado pela função ondular:

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3,0t)^2 + 1}$$

onde  $x$  e  $y$  são medidos em centímetros e  $t$ , em segundos. Encontre as expressões para a função ondular em  $t = 0$ ,  $t = 1,0$  s e  $t = 2,0$  s.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** A Figura 2.6a mostra o pulso representado por sua função ondular em  $t = 0$ . Imagine esse pulso se movendo para a direita e mantendo sua forma, como sugerido pelas figuras 2.6b e 2.6c.

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um problema relativamente simples de análise, no qual interpretamos a representação matemática de um pulso.

**Análise** A função ondular é da forma  $y = f(x - vt)$ . A inspeção da expressão para  $y(x, t)$  e a comparação com a Equação 2.1 revela que a velocidade da onda é  $v = 3,0$  cm/s. Ainda, deixando  $x - 3,0t = 0$ , encontramos que o valor máximo de  $y$  é dado por  $A = 2,0$  cm.

Escreva a expressão da função ondular em  $t = 0$ :

$$y(x, 0) = \frac{2}{x^2 + 1}$$

Escreva a expressão da função ondular em  $t = 1,0$  s:

$$y(x, 1,0) = \frac{2}{(x - 3,0)^2 + 1}$$

Escreva a expressão da função ondular em  $t = 2,0$  s:

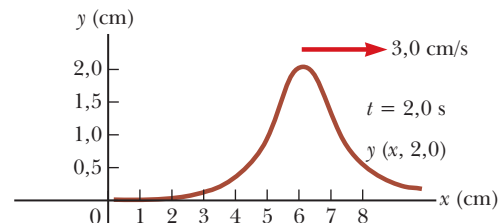
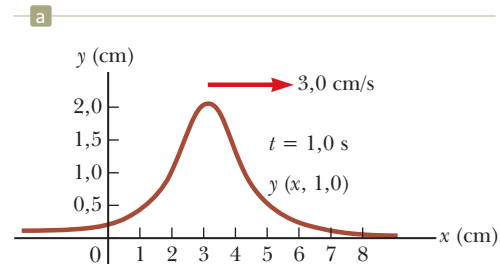
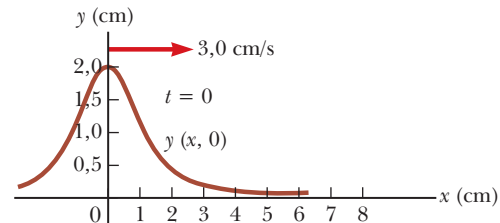
$$y(x, 2,0) = \frac{2}{(x - 6,0)^2 + 1}$$

Para cada uma dessas expressões, podemos substituir vários valores de  $x$  e plotar uma função ondular. Esse procedimento rende funções ondulares mostradas nas três partes da Figura 2.6.

**Finalização** Essas fotografias mostram que o pulso se move para a direita sem mudar sua forma, e que ele tem uma velocidade constante de  $3,0$  cm/s.

**E SE?** E se a função ondular fosse:

$$y(x, t) = \frac{4}{(x + 3,0t)^2 + 1}$$



**Figura 2.6** (Exemplo 2.1) Gráficos da função  $y(x, t) = 2/[(x - 3,0t)^2 + 1]$  em (a)  $t = 0$ , (b)  $t = 1,0$  s e (c)  $t = 2,0$  s.

## 2.1 cont.

Como isso mudaria a situação?

**Resposta** Uma nova característica dessa função é o sinal de positivo no denominador em vez do sinal negativo. A nova expressão representa um pulso com forma similar ao da Figura 2.6, mas se movendo para a esquerda com o passar do tempo. Outra característica nova é o numerador 4 em vez de 2. Portanto, a nova expressão representa um pulso com o dobro da altura daquele na Figura 2.6.

## 2.2 Modelo de análise: ondas progressivas

Nesta seção, introduziremos uma importante função ondular cuja forma está mostrada na Figura Ativa 2.7. A onda representada por essa curva é chamada **onda senoidal**, porque a curva é a mesma daquela da função  $\sin \theta$  plotada contra  $\theta$ . Esse tipo de onda pode ser estabelecida em uma corda da Figura 2.1 balançando a ponta para cima e para baixo em um movimento harmônico simples.

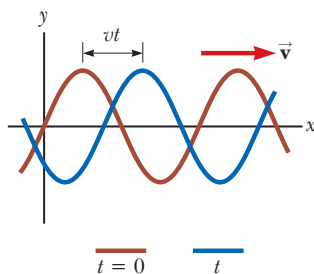
A onda senoidal é o exemplo mais simples de uma onda periódica contínua e pode ser utilizada para construir ondas mais complexas. (Ver Seção 4.8). A curva marrom na Figura Ativa 2.7 representa uma fotografia de uma onda senoidal se movendo em  $t = 0$ , e a curva azul representa uma fotografia da onda algum tempo  $t$  depois. Imagine os dois tipos de movimento que podem ocorrer. Primeiro, a forma da onda inteira na Figura Ativa 2.7 se move para a direita, de maneira que a curva marrom se move para a direita e eventualmente atinge a posição da curva azul. Esse é o movimento da *onda*.

Se focarmos um elemento no meio, como o elemento em  $x = 0$ , veremos que cada elemento se move para cima e para baixo ao longo do eixo  $y$  em um movimento harmônico simples. Esse é o movimento dos *elementos do meio*. Ele é importante para diferenciar o movimento da onda do dos elementos do meio.

Com nossa introdução às ondas, podemos desenvolver um novo modelo de simplificação, a **onda**, que nos permitirá explorar mais modelos de análise para resolver os problemas. Uma partícula ideal tem tamanho zero. Podemos construir corpos físicos de tamanhos não zero como combinações de partículas. Portanto, a partícula pode ser considerada um bloco simples de construção. Uma onda ideal tem uma única frequência, e é infinitamente longa; isto é, a onda existe por todo o Universo. (Uma onda de comprimento finito tem, necessariamente, uma mistura de frequências.) Quando esse conceito for explorado na mesma Seção 4.8, veremos que ondas ideais podem ser combinadas para se construir ondas complexas, da mesma forma que combinamos as partículas.

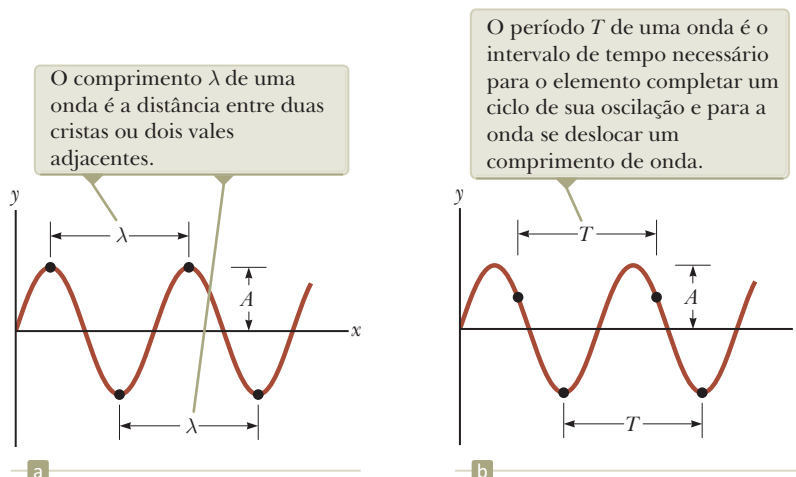
A seguir, desenvolveremos as principais características e representações matemáticas do modelo de análise de uma **onda progressiva**. Esse modelo é utilizado em situações em que uma onda se move através do espaço sem interagir com outras ondas ou partículas.

A Figura Ativa 2.8a mostra a fotografia de uma onda se movendo através de um meio. Já a Figura Ativa 2.8b mostra um gráfico da posição de um elemento do meio em função do tempo. Um ponto na Figura Ativa 2.8a, no qual o deslocamento do elemento de sua



**FIGURA ATIVA 2.7**

Uma onda senoidal unidimensional se movendo para a direita com uma velocidade  $v$ . A curva marrom representa a fotografia de uma onda em  $t = 0$ , e a azul, a fotografia de algum tempo  $t$  depois.



**FIGURA ATIVA 2.8**

(a) Fotografia de uma onda senoidal.  
(b) A posição de um elemento no meio em função do tempo.



posição normal é maior, é chamado **crista** da onda. O ponto mais baixo é chamado **vale**. A distância de um vale para o próximo é chamado **comprimento de onda**  $\lambda$  (a letra grega lambda). De forma geral, o comprimento de onda é a distância mínima entre dois pontos idênticos em ondas adjacentes, como mostrado na Figura Ativa 2.8a.

Se você contar o número de segundos entre a chegada de duas cristas adjacentes em dado ponto no espaço, conseguirá medir o **período**  $T$  das ondas. Em geral, o período é o intervalo de tempo necessário para dois pontos idênticos de ondas adjacentes passarem por um ponto, como mostrado na Figura Ativa 2.8b. O período da onda é o mesmo que o da oscilação periódica harmônica de um elemento no meio.

A mesma informação é mais frequentemente dada pelo inverso do período, que é chamado **frequência**  $f$ . Em geral, a frequência de uma onda periódica é o número de cristas (ou vales, ou qualquer outro ponto na curva) que passa em determinado ponto em uma unidade de intervalo de tempo. A frequência de uma onda senoidal é relacionada com o período na expressão:

$$f = \frac{1}{T} \quad (2.3)$$

A frequência da onda é a mesma que a de uma oscilação harmônica simples de um elemento no meio. A unidade mais comum para frequência, como aprendemos no Capítulo 1, é  $\text{s}^{-1}$ , ou **hertz** (Hz). A unidade corresponde para  $T$  é segundos.

A posição máxima de um elemento de um meio em relação a sua posição de equilíbrio é chamada **amplitude**  $A$  da onda, como indicado na Figura Ativa 2.8.

As ondas se movem com determinada velocidade, e essa velocidade depende das propriedades do meio sendo perturbado. Por exemplo, ondas sonoras se movem através do ar à temperatura ambiente a uma velocidade de aproximadamente 343 m/s (781 mi/h), enquanto se movem através da maioria dos sólidos com velocidade maior que 343 m/s.

Considere a onda senoidal na Figura Ativa 2.8a, que mostra a posição da onda em  $t = 0$ . Como a onda é senoidal, esperamos que a função de onda nesse instante seja expressa como  $y(x, 0) = A \sin ax$ , onde  $A$  é a amplitude e  $a$ , a constante a ser determinada. Em  $x = 0$ , observamos que  $y(0, 0) = A \sin a(0) = 0$ , coerente com a Figura Ativa 2.8a. O próximo valor para  $x$  para o qual  $y$  é zero é  $x = \lambda/2$ . Portanto:

$$y\left(\frac{\lambda}{2}, 0\right) = A \sin\left(a \frac{\lambda}{2}\right) = 0$$

Para essa expressão ser verdadeira, devemos ter  $a\lambda/2 = \pi$  ou  $a = 2\pi/\lambda$ . Portanto, a função que descreve as posições dos elementos no meio através da qual a onda senoidal está se movendo pode ser escrito como:

$$y(x, 0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \quad (2.4)$$

onde a constante  $A$  representa a amplitude da onda, e a constante  $\lambda$  é seu comprimento. Note que a posição vertical de um elemento no meio é a mesma sempre que  $x$  é aumentado por uma integral múltipla de  $\lambda$ . Com base em nossa discussão da Equação 2.1, se a onda se move para a direita com velocidade  $v$ , a função da onda em algum instante posterior  $t$  é:

$$y(x, t) = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \quad (2.5)$$

Se a onda estivesse se propagando para a esquerda, a quantidade  $x - vt$  seria substituída por  $x + vt$ , assim como aprendemos quando desenvolvemos as equações 2.1 e 2.2.

Pela definição, a onda se move através do deslocamento  $\Delta x$  igual a um comprimento de onda  $\lambda$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$  de um período  $T$ . Portanto, a velocidade, o comprimento de onda e o período estão relacionados pela expressão:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \quad (2.6)$$

Substituindo essa expressão por  $v$  na Equação 2.5, teremos que:

$$y = A \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \quad (2.7)$$

#### Prevenção de Armadilhas 2.1

**Qual é a diferença entre as figuras ativas 2.8a e 2.8b?**

Note a similaridade visual entre elas. As formas são as mesmas, mas (a) é um gráfico de posição vertical *versus* posição horizontal, enquanto (b) é a posição vertical *versus* o tempo. A Figura Ativa 2.8a é uma representação gráfica da onda *para uma série de elementos do meio*; é o que você consegue ver em um instante de tempo. Já a Figura Ativa 2.8b é uma representação gráfica da posição de *um elemento do meio* em função do tempo. Ambas as figuras têm a forma idêntica representada na Equação 2.1: a onda é a *mesma* função tanto de  $x$  quanto de  $t$ .

Essa forma da função da onda mostra a natureza *periódica* de  $y$ . Note que utilizaremos frequentemente  $y$  em vez de  $y(x, t)$  como uma notação mais curta. Em dado instante  $t$ ,  $y$  tem o *mesmo* valor que as posições  $x$ ,  $x + \lambda$ ,  $x + 2\lambda$ , e assim por diante. Ainda, em dada posição  $x$ , o valor de  $y$  é o mesmo nos tempos  $t$ ,  $t + T$ ,  $t + 2T$ , e assim por diante.

Podemos expressar a função ondular de uma forma conveniente, definindo as duas outras quantidades, o **número da onda angular**  $k$  (normalmente chamado simplesmente **número da onda**) e a **frequência angular**  $\omega$ :

Número angular da onda ►

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.8)$$

Frequência angular ►

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.9)$$

Utilizando essas definições, a Equação 2.7 pode ser escrita na forma mais compacta:

Função ondular para uma onda senoidal ►

$$y = A \sin(kx - \omega t) \quad (2.10)$$

Utilizando as equações 2.3, 2.8 e 2.9, a velocidade da onda  $v$  dada originalmente pela Equação 2.6 pode ser expressa pelas seguintes formas alternativas:

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (2.11)$$

Velocidade de uma onda senoidal ►

$$v = \lambda f \quad (2.12)$$

A função ondular dada pela Equação 2.10 supõe que a posição vertical  $y$  de um elemento no meio é zero em  $x = 0$  e  $t = 0$ . Esse não é o caso. Se não é, normalmente expressamos a função ondular na forma de:

Expressão geral para a onda senoidal ►

$$y = A \sin(kx - \omega t + \phi) \quad (2.13)$$

onde  $\phi$  é a **constante de fase**, assim como aprendemos em nosso estudo de movimento periódico no Capítulo 1. Essa constante pode ser determinada a partir das condições iniciais. As equações primárias na representação matemática do modelo de análise da onda progressiva são as equações 2.3, 2.10 e 2.12.

**Teste Rápido 2.2** Uma onda senoidal de frequência  $f$  está se movendo ao longo de uma corda esticada. A corda é trazida para o repouso, e uma segunda onda, se movendo com frequência  $2f$ , é estabelecida na corda. (i) Qual é a velocidade da segunda onda? (a) O dobro da primeira. (b) Metade da primeira. (c) Igual à primeira. (d) Impossível de determinar. (ii) A partir das mesmas alternativas, descreva o comprimento de onda da segunda onda. (iii) A partir das mesmas alternativas, descreva a amplitude da segunda onda.

### Exemplo 2.2

### Uma onda senoidal progressiva

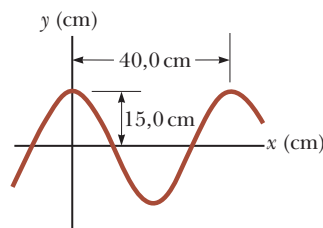
Uma onda senoidal progressiva em uma direção  $x$  positiva tem a amplitude de 15,0 cm, comprimento de onda de 40,0 cm e frequência de 8,00 Hz. A posição vertical do elemento no meio em  $t = 0$  e  $x = 0$  também é de 15,0 cm, como mostra a Figura 2.9.

(A) Encontre o número da onda  $k$ , o período  $T$ , a frequência angular  $\omega$  e a velocidade  $v$  da onda.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** A Figura 2.9 mostra a onda em  $t = 0$ . Imagine-a se movendo para a direita e mantendo sua forma.

**Categorização** Avaliaremos os parâmetros da onda utilizando equações geradas na discussão anterior, a fim de categorizarmos este exemplo como um problema de substituição.



**Figura 2.9** (Exemplo 2.2) Uma onda senoidal de comprimento de onda  $\lambda = 40,0$  cm e amplitude  $A = 15,0$  cm.

## 2.2 cont.

Calcule o número da onda da Equação 2.8:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{40,0 \text{ cm}} = 15,7 \text{ rad/m}$$

Calcule o período da onda na Equação 2.3:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8,00 \text{ s}^{-1}} = 0,125 \text{ s}$$

Avalie a frequência angular da onda na Equação 2.9:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(8,00 \text{ s}^{-1}) = 50,3 \text{ rad/s}$$

Avalie a velocidade da onda da Equação 2.12:

$$v = \lambda f = (40,0 \text{ cm})(8,00 \text{ s}^{-1}) = 3,20 \text{ m/s}$$

(B) Determine a constante de fase  $\phi$  e escreva uma expressão geral para descrever a função ondul.

## SOLUÇÃO

Substitua  $A = 15,0 \text{ cm}$ ,  $y = 15,0 \text{ cm}$ ,  $x = 0$  e  $t = 0$  na Equação 2.13:

$$15,0 = (15,0)\text{sen } \phi \rightarrow \text{sen } \phi = 1 \rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Escreva a função ondul:

$$y = A \text{sen} \left( kx - \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = A \cos(kx - \omega t)$$

Substitua os valores por  $A$ ,  $k$  e  $\omega$  em unidades do Sistema Internacional (SI) nesta expressão:

$$y = 0,150 \cos(15,7x - 50,3t)$$

## Ondas senoidais em cordas

Na Figura 2.1, demonstramos como criar um pulso movendo uma corda tensa para cima e para baixo uma vez. Para criar uma série desses pulsos – uma onda –, vamos substituir a mão por uma lâmina oscilatória e vibrante em movimento harmônico simples. A Figura Ativa 2.10 representa fotografias de uma onda criada dessa forma em intervalos de  $T/4$ . Como a ponta da lâmina oscila em movimento harmônico simples, cada elemento da corda, assim como aquele em  $P$ , também oscila verticalmente com movimento harmônico simples. Portanto, cada elemento na corda pode ser tratado como um oscilador harmônico simples vibrando em uma frequência igual à de oscilação da lâmina.<sup>2</sup> Note que, enquanto cada elemento oscila na direção  $y$ , a onda se propaga na direção  $x$  com velocidade  $v$ . E, claro, essa é a definição de onda transversal.

Se definirmos  $t = 0$  como o instante para o qual a configuração da corda é igual à mostrada na Figura Ativa 2.10a, a função ondul pode ser escrita como:

$$y = A \text{sen}(kx - \omega t)$$

Podemos utilizar essa expressão para descrever o movimento de cada elemento na corda. Um elemento no ponto  $P$  (ou qualquer elemento da corda) se move apenas verticalmente e, portanto, sua coordenada  $x$  permanece constante. Desse modo, a **velocidade transversal**  $v_y$  (que não deve ser confundida com a velocidade da onda  $v$ ) e a **aceleração transversal**  $a_y$  dos elementos da corda são:

$$v_y = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{x=\text{constante}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \quad (2.14)$$

$$a_y = \left. \frac{dv_y}{dt} \right|_{x=\text{constante}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \text{sen}(kx - \omega t) \quad (2.15)$$

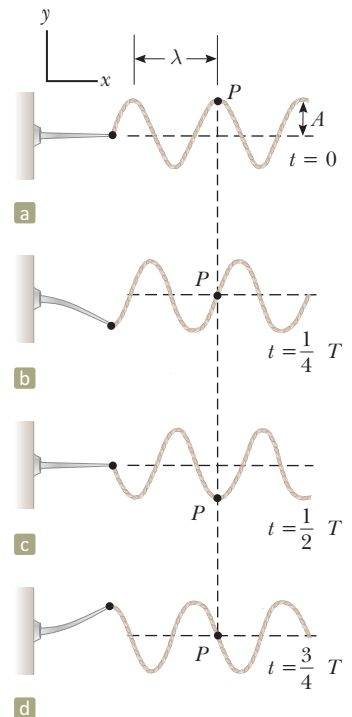


FIGURA ATIVA 2.10

Um método para produzir onda senoidal em uma corda. A extremidade esquerda da corda está conectada a uma lâmina posta em oscilação. Todo elemento da corda, como aquele no ponto  $P$ , oscila em movimento harmônico simples na direção vertical.

<sup>2</sup> Neste arranjo, estamos supondo que um elemento na corda sempre oscila na linha vertical. A tensão na corda variaria se um elemento pudesse se mover para os lados. Tal movimento tornaria a análise muito mais complexa.

**Prevenção de Armadilhas 2.2****Dois tipos de velocidade escalar/ velocidade transversal**

Não confunda  $v$ , a velocidade escalar da onda conforme ela se propaga ao longo da corda, com  $v_y$ , a velocidade transversal de um ponto na corda. A velocidade escalar  $v$  é constante para um meio uniforme, enquanto  $v_y$  tem uma variação senoidal.

Essas expressões incorporam derivações parciais porque  $y$  depende de ambos,  $x$  e  $t$ . Na operação  $\partial y / \partial t$ , por exemplo, utilizamos a derivativa em relação a  $t$  enquanto mantemos  $x$  constante. Os módulos máximos da velocidade e da aceleração transversais são simplesmente os valores absolutos dos coeficientes das funções cosseno e seno:

$$v_{y, \text{máx}} = \omega A \quad (2.16)$$

$$a_{y, \text{máx}} = \omega^2 A \quad (2.17)$$

A velocidade e a aceleração transversais dos elementos da corda não atingem seus valores máximos simultaneamente. A velocidade transversal atinge seu valor máximo ( $\omega A$ ) quando  $y = 0$ , enquanto o módulo da aceleração transversal, com valor máximo ( $\omega^2 A$ ), quando  $y = \pm A$ . Finalmente, as equações 2.16 e 2.17 são idênticas, em sua forma matemática, às correspondentes para movimento harmônico simples, equações 1.17 e 1.18.

**Teste Rápido 2.3** A amplitude de uma onda é dobrada, com nenhuma outra mudança nela. Como resultado do ato de dobrar, qual das afirmações a seguir está correta em relação à onda? **(a)** A velocidade muda. **(b)** A frequência se altera. **(c)** A velocidade transversal máxima do elemento no meio se altera. **(d)** Afirmações de (a) até (c) são todas verdadeiras. **(e)** Nenhuma das afirmações de (a) a (c) é verdadeira.

## 2.3 A velocidade de ondas transversais em cordas

Nesta seção, determinaremos a velocidade de um pulso transversal se movendo em uma corda tensa. Vamos, primeiro, adiantar, conceitualmente, os parâmetros que determinam a velocidade. Se uma corda sob tensão é puxada lateralmente e então solta, a força da tensão é responsável por acelerar determinado elemento da corda de volta para sua posição de equilíbrio. De acordo com a Segunda Lei de Newton, a aceleração do elemento aumenta com o aumento da tensão. Se o elemento retorna ao equilíbrio mais rapidamente devido a sua aceleração aumentada, intuitivamente discutiríamos que a velocidade da onda é maior. Portanto, esperamos que a velocidade da onda aumente com o aumento da tensão.

Da mesma maneira, como é mais difícil acelerar um elemento de uma corda massiva que o de uma corda leve, a velocidade da onda diminui com o aumento da massa por unidade de comprimento. Se a tensão na corda é  $T$  e sua massa por unidade de comprimento é  $\mu$  (letra grega mu), a velocidade da onda, como mostraremos, é de:

**Velocidade de uma onda numa corda esticada** ►

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.18)$$

Vamos utilizar a análise mecânica para derivar a Equação 2.18. Considere um pulso se movendo em uma corda tensa para a direita com uma velocidade uniforme  $v$  medida em relação a uma origem estacionária como referência, como mostrado na Figura 2.11a. Em vez de manter essa origem de referência, é mais conveniente escolher outra origem inerte que se mova junto com o pulso, com a mesma velocidade que ele, de modo que o pulso esteja em repouso em relação à origem. A mudança na referência é permitida porque as leis de Newton são válidas tanto em uma origem estacionária quanto em uma que se move em velocidade constante. Em nossa nova origem de referência, mostrada na visão detalhada

na Figura 2.11b, todos os elementos da corda se movem para a esquerda; determinado elemento da corda, inicialmente à direita do pulso, aumenta e segue a forma do pulso e, então, continua a se mover para a esquerda. Ambas as partes da Figura 2.11 mostram tal elemento no instante em que está localizado no topo do pulso.

O pequeno elemento da corda de comprimento  $\Delta s$  forma um arco aproximado com o círculo de raio  $R$ . Na origem de referência em movimento (que se move para a direita a uma velocidade  $v$  junto com o pulso), o elemento se move para a esquerda com velocidade  $v$ . Esse elemento tem uma aceleração centrípeta igual a  $v^2/R$ , que é alimentada por componentes da força  $\vec{T}$ , cujo módulo é a tensão da corda. A força  $\vec{T}$  atua em ambos os lados do elemento, e é tangente ao arco, como mostrado na Figura 2.11b. Os componentes horizontais da força  $\vec{T}$  se cancelam, e cada componente vertical  $T \sin \theta$  atua para baixo. Então, a força total sobre o ele-

**Prevenção de Armadilhas 2.3****Múltiplos Ts**

Não confunda o  $T$  na Equação 2.8 com o símbolo de tensão  $T$  usado neste capítulo para o período da onda. O contexto da equação deve ajudá-lo a identificar à qual grandeza se está referindo. Simplesmente não há letras suficientes no alfabeto para atribuir uma letra única para cada variável!

mento é de  $2T \sin \theta$  em direção ao centro do arco. Como o elemento é pequeno,  $\theta$  é pequeno, e podemos, então, utilizar o seno aproximado de ângulo pequeno  $\sin \theta \approx \theta$ . Portanto, a força total radial é de:

$$F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta$$

O elemento tem massa  $m = \mu \Delta s$ . Como o elemento forma parte de um círculo, associado a um ângulo  $2\theta$  no centro,  $\Delta s = R(2\theta)$ , e:

$$m = \mu \Delta s = 2\mu R\theta$$

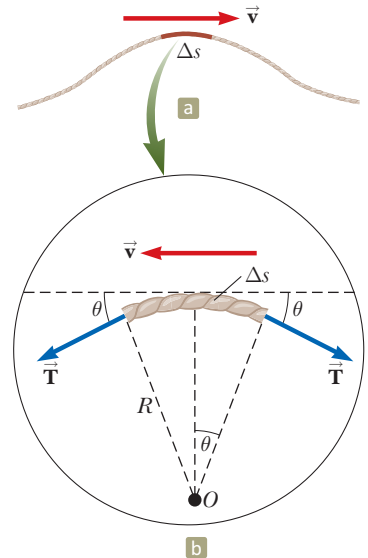
Aplicando a Segunda Lei de Newton a esse elemento, na direção radial, temos que:

$$F_r = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$2T\theta = \frac{2\mu R\theta v^2}{R} \rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Essa expressão para  $v$  é a Equação 2.18.

Note que essa derivação é baseada na suposição de que a altura do pulso é pequena em relação ao comprimento da corda. Partindo dessa suposição, podemos utilizar a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$ . Ainda, o modelo supõe que a tensão  $T$  não é afetada pela presença do pulso; portanto,  $T$  é o mesmo em todos os pontos da corda. Finalmente, essa prova *não* supõe qualquer forma particular para o pulso. Portanto, o pulso de *qualquer forma* se move ao longo da corda com velocidade  $v = \sqrt{T/\mu}$  sem qualquer alteração na forma do pulso.



**Figura 2.11** (a) Na estrutura de referência da Terra, um pulso se move para a direita em uma corda com velocidade  $v$ . (b) Na estrutura de referência se movendo para a direita com o pulso, o elemento pequeno de comprimento  $\Delta s$  se move para a esquerda com velocidade  $v$ .

**Teste Rápido 2.4** Suponha que você crie um pulso movendo a ponta livre de uma corda tensa, balançando para cima e para baixo começando em  $t = 0$ . A corda está ligada em sua outra extremidade a uma parede distante. O pulso atinge a parede no instante  $t$ . Qual das seguintes ações, por si própria, diminui o intervalo de tempo necessário para o pulso atingir a parede? Mais de uma opção pode estar correta. (a) Movendo sua mão mais rapidamente, mas ainda somente para cima e para baixo no mesmo número de vezes. (b) Movendo sua mão mais vagarosamente, mas ainda somente para cima e para baixo no mesmo número de vezes. (c) Movendo sua mão para cima e para baixo em uma distância maior, em um mesmo período de tempo. (d) Movendo sua mão para cima e para baixo em uma distância menor, em um mesmo período de tempo. (e) Utilizando uma corda mais pesada de mesmo comprimento e sob a mesma tensão. (f) Utilizando uma corda mais leve e sob a mesma tensão. (g) Utilizando uma corda de mesma densidade de massa linear, mas sob uma tensão menor. (h) Utilizando uma corda de mesma densidade de massa linear, mas sob uma tensão maior.

### Exemplo 2.3

### A velocidade de um pulso em uma corda

Uma corda uniforme tem massa de 0,300 kg e comprimento de 6,00 m (Figura 2.12). A corda passa por uma polia e suporta um corpo de 2,00 kg. Encontre a velocidade do pulso se movendo ao longo dessa corda.

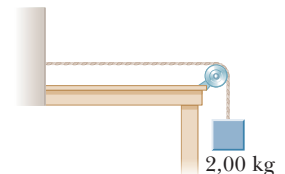
#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Na Figura 2.12, o bloco suspenso estabiliza a tensão na corda horizontal. Essa tensão determina a velocidade com que cada onda se move na corda.

**Categorização** Para encontrar a tensão na corda, modelamos o bloco em suspensão como uma partícula em equilíbrio. Então, utilizamos a tensão para avaliar a velocidade ondular na corda utilizando a Equação 2.18.

**Análise** Aplique o modelo de partícula em equilíbrio ao bloco:  $\sum F_y = T - m_{\text{bloco}} g = 0$

**Figura 2.12** (Exemplo 2.3) A tensão  $T$  no cabo é mantida pelo corpo suspenso. A velocidade de qualquer onda se movendo ao longo de uma corda é dada por  $v = \sqrt{T/\mu}$ .



continua

**2.3 cont.**

Resolva para a tensão na corda:

$$T = m_{\text{bloco}} g$$

Use a Equação 2.18 para encontrar a velocidade da onda, utilizando  $\mu = m_{\text{corda}}/\ell$  para a densidade de massa linear da corda:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{m_{\text{bloco}} g \ell}{m_{\text{corda}}}}$$

Avalie a velocidade da corda:

$$v = \sqrt{\frac{(2,00 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(6,00 \text{ m})}{0,300 \text{ kg}}} = 19,8 \text{ m/s}$$

**Finalização** O cálculo da tensão despreza a pequena massa da corda. Explicitamente falando, a corda nunca pode ser exatamente reta e, portanto, a tensão não é uniforme.

**E SE?** E se o bloco estivesse balançando para trás e para a frente em relação à vertical como um pêndulo? Como isso afetaria a velocidade ondulatória na corda?

**Resposta** O bloco em balanço é categorizado como uma partícula sob uma força resultante. O módulo de uma das forças sobre o bloco é a tensão na corda, que determina a velocidade da onda. Com o balanço do bloco, a tensão se altera e, portanto, é alterada também a velocidade da onda.

Quando o bloco está na parte inferior do balanço, a corda é vertical e a tensão é maior que o peso do bloco, porque a força resultante deve ser para cima, para fornecer a aceleração centrípeta do bloco. Portanto, a velocidade da onda deve ser superior a 19,8 m/s.

Quando o bloco está em seu ponto mais alto, no final de um balanço, ele está momentaneamente em repouso; portanto, não há aceleração centrípeta naquele instante. O bloco é uma partícula em equilíbrio na direção radial. A tensão é equilibrada por um componente da força gravitacional sobre o bloco. Portanto, a tensão é menor que o peso, e a velocidade da onda é inferior a 19,8 m/s. Com que frequência a velocidade da onda varia? É a mesma frequência do pêndulo?

**Exemplo 2.4****Resgatando o alpinista**

Depois de uma tempestade, um alpinista de 80,0 kg está preso em uma elevação na montanha. Um helicóptero o resgata pairando acima e baixando um cabo para ele. A massa do cabo é de 8,00 kg, e seu comprimento, 15,0 m. Um suporte de 70,0 kg de massa está ligado à extremidade do cabo. O alpinista se prende ao suporte, e depois o helicóptero acelera para cima. Aterrorizado por estar suspenso em um cabo no ar, o alpinista tenta sinalizar para o piloto, enviando pulsos transversais pelo cabo. Um pulso leva 0,250 s para percorrer o comprimento do cabo. Qual é a aceleração do helicóptero? Suponha que a tensão no cabo seja uniforme.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Imagine o efeito da aceleração do helicóptero no cabo. Quanto maior a aceleração para cima, maior é a tensão no cabo. Por sua vez, quanto maior a tensão, maior a velocidade de pulsos no cabo.

**Categorização** Este problema é uma combinação de um que envolve a velocidade de pulsos em uma corda e outro em que o alpinista e o suporte são modelados como uma partícula sob uma força resultante.

**Análise** Use o intervalo de tempo da viagem do pulso do alpinista ao helicóptero para encontrar a velocidade dos pulsos no cabo:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15,0 \text{ m}}{0,250 \text{ s}} = 60,0 \text{ m/s}$$

Resolva a Equação 2.18 para a tensão no cabo:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \rightarrow T = \mu v^2$$

Modele o alpinista e o suporte como uma partícula sob uma força resultante, observando que a aceleração da partícula de massa  $m$  é a mesma que a do helicóptero:

$$\sum F = ma \rightarrow T - mg = ma$$

Resolva para a aceleração:

$$a = \frac{T}{m} - g = \frac{\mu v^2}{m} - g = \frac{m_{\text{cabo}} v^2}{\ell_{\text{cabo}} m} - g$$



## 2.4 cont.

Substitua os valores numéricos:

$$a = \frac{(8,00 \text{ kg})(60,0 \text{ m/s})^2}{(15,0 \text{ m})(150,0 \text{ kg})} - 9,80 \text{ m/s}^2 = 3,00 \text{ m/s}^2$$

**Finalização** Um cabo real tem rigidez, além de tensão. A rigidez tende a fazer um fio voltar a sua forma original reta, mesmo quando não está sob tensão. Por exemplo, uma corda de piano endireita se liberada de uma forma curva; um fio de embrulho, não.

A rigidez representa uma força de restauração, além de tensão, e aumenta a velocidade da onda. Consequentemente, para um cabo real, a velocidade de 60,0 m/s que determinamos está provavelmente associada com a menor aceleração do helicóptero.

## 2.4 Reflexão e transmissão

O modelo de ondas progressivas descreve ondas que se propagam através de um meio uniforme, sem interagir com nada pelo caminho. Vamos agora considerar como uma onda é afetada quando encontra uma mudança no meio. Por exemplo, considere um pulso se movendo em uma corda que está rigidamente presa a um suporte em uma extremidade, como na Figura Ativa 2.13. Quando o pulso atinge o suporte, uma severa mudança ocorre no meio: a corda acaba. Como resultado, o pulso sofre **reflexão**, isto é, o pulso se move para trás ao longo da corda na direção oposta.

Observe que o pulso refletido é *invertido*. Essa inversão pode ser explicada da seguinte maneira: quando o pulso atinge a extremidade fixa da corda, esta produz uma força para cima no suporte. Pela Terceira Lei de Newton, o suporte deve exercer uma força de reação de módulo igual e no sentido oposto (para baixo) na corda. Essa força para baixo faz que o pulso inverta em reflexão.

Agora, considere outro caso. Dessa vez, o pulso chega ao final de uma extremidade livre para se mover na vertical, como na Figura Ativa 2.14. A tensão na extremidade livre é mantida porque a corda está ligada a um anel, de massa desprezível, que é livre para deslizar suavemente na vertical em um suporte, sem atrito. Novamente, o pulso é refletido, mas desta vez não é invertido. Quando alcança o suporte, ele exerce uma força sobre a extremidade livre da corda, fazendo que o anel acelere para cima. O anel sobe tão alto quanto o pulso de entrada e, então, o componente descendente da força de tensão puxa o anel de volta para baixo. Esse movimento do anel produz um pulso refletido que não está invertido, e que tem a mesma amplitude que o pulso de entrada.

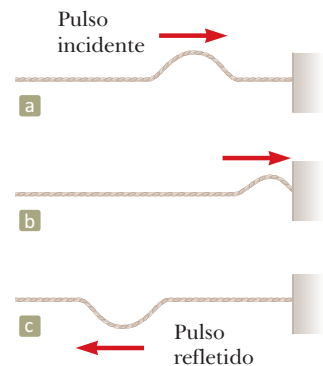
Finalmente, considere uma situação em que o limite é intermediário entre esses dois extremos. Nesse caso, parte da energia do pulso incidente é refletida, e parte sofre **transmissão**, ou seja, parte da energia passa pela fronteira. Por exemplo, suponha que uma corda leve seja conectada a outra pesada, como na Figura Ativa 2.15. Quando um pulso se movendo na corda mais leve atinge a fronteira entre as duas cordas, uma parte do pulso é refletida e invertida e outra é transmitida para a corda mais pesada. O pulso refletido é invertido, pelas mesmas razões descritas anteriormente no caso da corda presa fortemente a um suporte.

O pulso refletido tem uma amplitude menor que a do pulso incidente. Na Seção 2.5, mostraremos que a energia transportada por uma onda está relacionada a sua amplitude. De acordo com o princípio da conservação de energia, quando o pulso se divide em um refletido e um transmitido na fronteira, a soma das energias desses dois deve ser igual à energia do pulso incidente. Como o pulso refletido contém apenas uma parte da energia do incidente, sua amplitude deve ser menor.

Quando um pulso se movendo em uma corda pesada atinge o limite entre a corda pesada e uma mais leve, como na Figura Ativa 2.16, novamente parte é refletida e parte é transmitida. Nesse caso, o pulso refletido não é invertido.

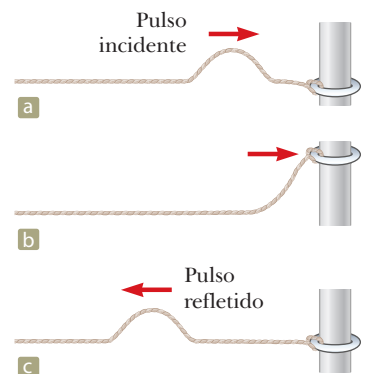
Em ambos os casos, as alturas relativas dos pulsos refletido e transmitido dependem da densidade relativa das duas cordas. Se elas forem idênticas, não há nenhuma descontinuidade no limite nem reflexão.

De acordo com a Equação 2.18, a velocidade de uma onda aumenta conforme a massa por unidade de comprimento da corda diminui. Em outras palavras, uma onda



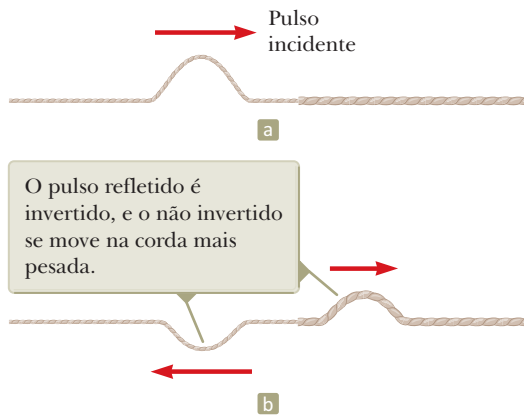
**FIGURA ATIVA 2.13**

A reflexão de um pulso se movendo na extremidade fixa de uma corda esticada. O pulso refletido é invertido, mas sua forma fica inalterada.

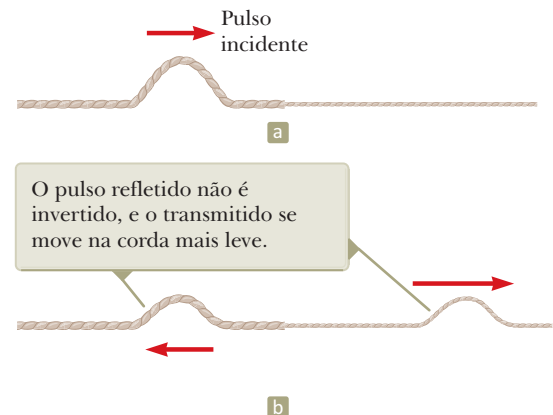


**FIGURA ATIVA 2.14**

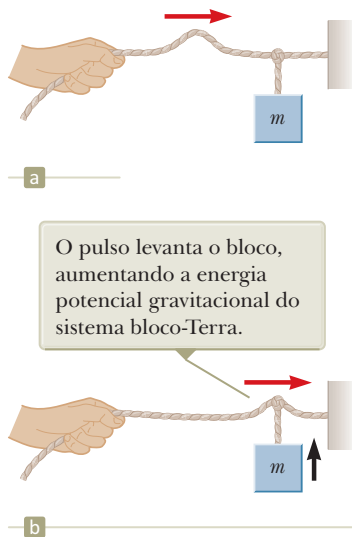
A reflexão de um pulso se movendo na extremidade livre de uma corda esticada. O pulso refletido não é invertido.


**FIGURA ATIVA 2.15**

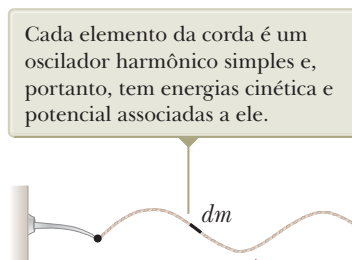
(a) Um pulso se movendo para a direita em uma corda leve se aproxima da junção com uma corda mais pesada. (b) A situação após o pulso atingir a junção.


**FIGURA ATIVA 2.16**

(a) Um pulso se movendo para a direita em uma corda pesada se aproxima da junção com uma corda mais leve. (b) A situação após o pulso atingir a junção.



**Figura 2.17** (a) Um pulso se move para a direita em uma corda esticada, levando energia com ele. (b) A energia do pulso chega ao bloco pendurado.



**Figura 2.18** Uma onda senoidal se propaga ao longo do eixo  $x$  em uma corda esticada.

se propaga mais lentamente em uma corda pesada que em uma leve, se ambas estiverem sob a mesma tensão. As seguintes regras gerais se aplicam às ondas refletidas: Quando uma onda, ou pulso, propaga-se do meio A para B e  $v_A > v_B$  (isto é, quando B é mais denso que A), ela é invertida na reflexão. Quando uma onda, ou pulso, se propaga do meio A para B e  $v_A < v_B$  (isto é, quando A é mais denso que B), ela não é invertida na reflexão.

## 2.5 Taxa de transferência de energia por ondas senoidais em cordas

Ondas transportam energia através de um meio conforme se propagam. Por exemplo, suponha que um corpo esteja pendurado em uma corda esticada e um pulso seja enviado para a corda, como na Figura 2.17a. Quando o pulso atinge o corpo suspenso, este é momentaneamente deslocado para cima, como na Figura 2.17b. No processo, a energia é transferida para o corpo e aparece como um aumento na energia potencial gravitacional do sistema Terra-corpo. Esta seção examinará a taxa na qual a energia é transportada ao longo de uma corda. Suporemos uma onda senoidal unidimensional para o cálculo da energia transferida.

Considere uma onda senoidal se propagando em uma corda (Figura 2.18). A fonte de energia é algum agente externo na extremidade esquerda da corda. Podemos considerar a corda como um sistema não isolado. Conforme o agente externo realiza o trabalho sobre a extremidade da corda, movendo-a para cima e para baixo, a energia entra no sistema da corda e se propaga ao longo de seu comprimento. Vamos concentrar nossa atenção sobre um elemento infinitesimal da corda de comprimento  $dx$  e massa  $dm$ . Cada elemento se move verticalmente com um movimento harmônico simples. Portanto, podemos modelar cada elemento da corda como um oscilador harmônico simples, com a oscilação na direção  $y$ . Todos os elementos têm mesma frequência angular  $\omega$  e mesma amplitude  $A$ . A energia cinética  $K$  associada a uma partícula em movimento é  $K = \frac{1}{2}mv^2$ . Se aplicarmos essa equação ao elemento infinitesimal, a energia cinética  $dK$  associada ao movimento para cima e para baixo desse elemento é:

$$dK = \frac{1}{2}(dm)v_y^2$$

onde  $v_y$  é a velocidade transversal do elemento. Se  $\mu$  é a massa por unidade de comprimento da corda, a massa  $dm$  do elemento de comprimento  $dx$  é igual a  $\mu dx$ . Assim, podemos expressar a energia cinética de um elemento da corda como:

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)v_y^2 \quad (2.19)$$

Substituindo a velocidade transversal de um elemento do meio usando a Equação 2.14, obtemos:

$$dK = \frac{1}{2} \mu [-\omega A \cos(kx - \omega t)]^2 dx = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t) dx$$

Se considerarmos uma fotografia da onda no instante  $t = 0$ , a energia cinética de determinado elemento é:

$$dK = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx dx$$

Integrando essa expressão sobre todos os elementos em uma corda em um comprimento de onda, temos a energia cinética total  $K_\lambda$  em um comprimento de onda:

$$\begin{aligned} K_\lambda &= \int dK \int_0^\lambda \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx dx = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2 kx dx \\ &= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[ \frac{1}{2} x + \frac{1}{4k} \sin 2kx \right]_0^\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[ \frac{1}{2} \lambda \right] = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda \end{aligned}$$

Além da cinética, há a energia potencial associada a cada elemento da corda, devido a seu deslocamento a partir da posição de equilíbrio e às forças de restauração a partir de elementos vizinhos. Uma análise semelhante àquela citada para energia potencial total  $U_\lambda$  em um comprimento de onda dá exatamente o mesmo resultado:

$$U_\lambda = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda$$

A energia total em um comprimento de onda é a soma das energias cinética e potencial:

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda \quad (2.20)$$

Conforme a onda se move ao longo da corda, essa quantidade de energia passa por determinado ponto da corda durante um intervalo de tempo de um período de oscilação. Portanto, a potência  $P$ , ou uma taxa de transferência de energia  $T_{\text{OM}}$  associada à onda mecânica, é:

$$P = \frac{T_{\text{OM}}}{\Delta t} = \frac{E_\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left( \frac{\lambda}{T} \right)$$

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

(2.21) ◀ Potência de uma onda

A Equação 2.21 mostra que a taxa de transferência de energia por uma onda senoidal em uma corda é proporcional (a) ao quadrado da frequência, (b) ao quadrado da amplitude e (c) à velocidade da onda. De fato, a taxa de transferência de energia em *qualquer* onda senoidal é proporcional ao quadrado da frequência angular e ao quadrado da amplitude.

**Teste Rápido 2.5** Qual dos seguintes elementos, considerados por si só, seria mais eficaz em aumentar a taxa na qual a energia é transferida por uma onda que se move ao longo de uma corda? (a) A redução da densidade de massa linear da corda pela metade. (b) A duplicação do comprimento de onda. (c) A duplicação da tensão na corda. (d) A duplicação da amplitude da onda.

### Exemplo 2.5

### Potência fornecida para uma corda vibrante

Uma corda tensa para a qual  $\mu = 5,00 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$  está sob uma tensão de 80,0 N. Quanta potência deve ser fornecida para a corda a fim de gerar ondas senoidais na frequência de 60,0 Hz e uma amplitude de 6,00 cm?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Considere a Figura Ativa 2.10 novamente e observe que a lâmina vibratória fornece energia para a corda a determinada taxa. Essa energia, em seguida, propaga-se para a direita ao longo da corda.

**Categorização** Avaliaremos as grandezas nas equações desenvolvidas neste capítulo e, então, categorizaremos este exemplo como um problema de substituição.

*continua*

## 2.5 cont.

Use a Equação 2.21 para calcular a potência:

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v$$

Use as equações 2.9 e 2.18 para substituir por  $\omega$  e  $v$ :

$$P = \frac{1}{2} \mu (2\pi f)^2 A^2 \left( \sqrt{\frac{T}{\mu}} \right) = 2\pi^2 f^2 A^2 \sqrt{\mu T}$$

Substitua os valores numéricos:

$$P = 2\pi^2 (60,0 \text{ Hz})^2 (0,0600 \text{ m})^2 \sqrt{(0,0500 \text{ kg/m})(80,0 \text{ N})} = 512 \text{ W}$$

**E SE?** E se a corda transferir energia a uma taxa de 1.000 W? Qual deve ser a amplitude necessária se todos os outros parâmetros permanecem os mesmos?

**Resposta** Vamos criar uma relação entre a potência nova e a antiga, refletindo apenas uma mudança na amplitude:

$$\frac{P_{\text{nova}}}{P_{\text{velha}}} = \frac{\frac{1}{2} \mu \omega^2 A_{\text{nova}}^2 v}{\frac{1}{2} \mu \omega^2 A_{\text{velha}}^2 v} = \frac{A_{\text{nova}}^2}{A_{\text{velha}}^2}$$

Resolvendo para a nova amplitude, temos que:

$$A_{\text{nova}} = A_{\text{velha}} \sqrt{\frac{P_{\text{nova}}}{P_{\text{velha}}}} = (6,00 \text{ cm}) \sqrt{\frac{1.000 \text{ W}}{512 \text{ W}}} = 8,39 \text{ cm}$$

## 2.6 A equação de onda linear

Na Seção 2.1, introduzimos o conceito da função de onda para representar as ondas que se propagam em uma corda. Todas as funções de onda  $y(x, t)$  representam as soluções de uma equação chamada *equação de onda linear*, que dá uma descrição completa do movimento das ondas, e a partir da qual se pode derivar uma expressão para a velocidade da onda. Além disso, essa equação é fundamental para muitas formas de movimento de onda. Nesta seção, derivaremos a equação aplicada às ondas em cordas.

Suponha que uma onda progressiva esteja se propagando ao longo de uma corda que está sob uma tensão  $T$ . Vamos considerar um pequeno elemento na corda de comprimento  $\Delta x$  (Figura 2.19). As extremidades do elemento fazem pequenos ângulos  $\theta_A$  e  $\theta_B$  com o eixo  $x$ . A força resultante agindo sobre o elemento na direção vertical é:

$$\sum F_y = T \sin \theta_B - T \sin \theta_A = T (\sin \theta_B - \sin \theta_A)$$

Como os ângulos são pequenos, podemos usar a aproximação de seno  $\theta \approx \tan \theta$  para expressar a força resultante como:

$$\sum F_y \approx T (\tan \theta_B - \tan \theta_A) \quad (2.22)$$

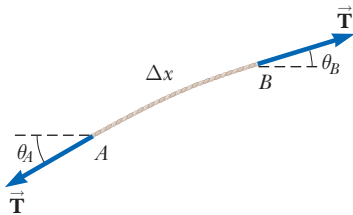
Imagine acontecer um deslocamento infinitesimal para fora da extremidade direita do elemento da corda na Figura 2.19 ao longo da linha azul representando a força  $\vec{T}$ . Esse deslocamento tem componentes infinitesimais  $x$  e  $y$ , e podem ser representados pelo vetor  $dx \hat{i} + dy \hat{j}$ . A tangente do ângulo em relação ao eixo  $x$  para esse deslocamento é  $dy/dx$ . Como podemos avaliar a tangente em um instante de tempo específico, devemos expressá-la de forma parcial como  $\partial y / \partial x$ .

Substituindo as tangentes na Equação 2.22, temos que:

$$\sum F_y \approx T \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right] \quad (2.23)$$

Agora, vamos aplicar a Segunda Lei de Newton para o elemento, com a massa do elemento dada por  $m = \mu \Delta x$ :

$$\sum F_y = ma_y = \mu \Delta x \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) \quad (2.24)$$



**Figura 2.19** Elemento de uma corda sob tensão  $T$ .

Combinando a Equação 2.23 com a 2.24, temos que:

$$\begin{aligned}\mu \Delta x \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) &= T \left[ \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right] \\ \frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \frac{(\partial y / \partial x)_B - (\partial y / \partial x)_A}{\Delta x}\end{aligned}\quad (2.25)$$

O lado direito da Equação 2.25 pode ser expresso de uma forma diferente se levarmos em conta que a derivada parcial de qualquer função é definida como:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Associando  $f(x + \Delta x)$  com  $(\partial y / \partial x)_B$  e  $f(x)$  com  $(\partial y / \partial x)_A$ , vemos que, no limite  $\Delta x \rightarrow 0$ , a Equação 2.25 se torna:

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.26) \quad \leftarrow \text{Equação de onda linear para uma corda}$$

Essa expressão é a equação de onda linear conforme aplicada a ondas em uma corda. Essa equação (2.26) é muitas vezes escrita na forma de:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.27) \quad \leftarrow \text{Equação de onda linear em geral}$$

A Equação 2.27 se aplica, em geral, aos vários tipos de ondas que se propagam. Para ondas em cordas,  $y$  representa a posição vertical dos elementos da corda. Para ondas de som se propagando através de um gás,  $y$  corresponde à posição longitudinal dos elementos do gás, do equilíbrio ou de variações de qualquer pressão ou densidade do gás. No caso das ondas eletromagnéticas,  $y$  corresponde a componentes do campo elétrico ou magnético.

Já mostramos que a função de onda senoidal (Equação 2.10) é uma solução da equação de onda linear (Equação 2.27). Embora não possamos provar isso aqui, a equação de onda linear é satisfeita por *qualquer* função de onda de forma que  $y = f(x \pm vt)$ . Além disso, vimos que essa equação é uma consequência direta da Segunda Lei de Newton aplicada a qualquer elemento de uma corda carregando uma onda progressiva.

## Resumo

### Definições

**Onda senoidal** unidimensional é aquela em que as posições dos elementos do meio variam senoidalmente. Uma onda senoidal que se move para a direita pode ser expressa com uma função de onda:

$$y(x, t) = A \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \quad (2.5)$$

onde  $A$  é a amplitude,  $\lambda$  é o **comprimento** e  $v$  é a **velocidade da onda**.

**Onda transversal** é aquela em que os elementos do meio se movem em uma direção *perpendicular* à de propagação.

O **número angular da onda**  $k$  e a **frequência angular**  $\omega$  de uma onda são definidos como:

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.8)$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2.9)$$

onde  $T$  é o **período** da onda e  $f$  a sua **frequência**.

**Onda longitudinal** é aquela em que os elementos do meio se movem em uma direção *paralela* à de propagação.

## Conceitos e Princípios

Qualquer onda unidimensional se movendo com uma velocidade  $v$  na direção  $x$  pode ser representada por uma função de onda na forma:

$$y = (x, t) = f(x \pm vt) \quad (2.1, 2.2)$$

onde o sinal positivo se aplica a uma onda se movendo na direção  $x$  negativa, e o sinal negativo a uma onda se movendo na direção  $x$  positiva. A forma da onda em qualquer instante no tempo (uma fotografia da onda) é obtida pela manutenção de  $t$  constante.

A velocidade de uma onda que se propaga em uma corda tensa de massa por unidade de comprimento  $\mu$  e tensão  $T$  é:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.18)$$

Uma onda é refletida total ou parcialmente quando atinge o final do meio em que se propaga, ou quando atinge um limite, onde sua velocidade muda descontinuamente. Se uma onda que se move em uma corda encontra uma extremidade fixa, ela é refletida e invertida. Se a onda atinge uma extremidade livre, ela é refletida, mas não invertida.

A **potência** transmitida por uma onda senoidal em uma corda esticada é:

$$P = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 v \quad (2.21)$$

Funções de onda são as soluções para uma equação diferencial chamada **equação de onda linear**:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (2.27)$$

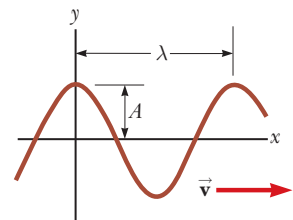
## Modelo de Análise para Resolução de Problemas

**Onda progressiva.** A velocidade de propagação de uma onda senoidal é:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (2.6, 2.12)$$

Uma onda senoidal pode ser expressa como:

$$y = A \sin(kx - \omega t) \quad (2.10)$$



## Perguntas Objetivas

- Classifique as ondas representadas pelas seguintes funções, da maior para a menor de acordo com (i) suas amplitudes, (ii) seus comprimentos de onda, (iii) suas frequências, (iv) seus períodos e (v) suas velocidades. Se os valores de uma grandeza são iguais para as duas ondas, mostre que elas têm uma classificação igual. Para todas as funções,  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. (a)  $y = 4 \sin(3x - 15t)$ , (b)  $y = 6 \cos(3x + 15t - 2)$ , (c)  $y = 8 \sin(2x + 15t)$ , (d)  $y = 8 \cos(4x + 20t)$  e (e)  $y = 7 \sin(6x - 24t)$ .
- Qual das seguintes afirmações não é necessariamente verdadeira em relação às ondas mecânicas? (a) Elas são formadas por uma fonte de perturbação. (b) Elas são senoidais em sua natureza. (c) Elas carregam energia. (d) Elas requerem um meio através do qual possam se propagar. (e) A velocidade da onda depende das propriedades do meio em que elas se propagam.
- A distância entre dois picos sucessivos de uma onda senoidal se movendo ao longo de uma corda é de 2 m. Se a frequência dessa onda é de 4 Hz, qual é a velocidade da onda? (a) 4 m/s. (b) 1 m/s. (c) 8 m/s. (d) 2 m/s. (e) Impossível de responder a partir da informação dada.
- Se você esticar uma mangueira de borracha e a soltar, pode observar um pulso se movendo para cima e para baixo da mangueira. (i) O que acontece com a velocidade do pulso, se você esticar a mangueira com mais força? (a) Aumenta. (b) Diminui. (c) Permanece constante. (d) Muda de forma imprevisível. (ii) O que acontece com a velocidade, se você encher a mangueira com água? Escolha a partir das mesmas possibilidades.
- Quando todas as cordas de uma guitarra estão esticadas na mesma tensão, a velocidade de uma onda ao longo da corda



- grave mais massiva será (a) mais rápida, (b) mais lenta ou (c) a mesma velocidade de uma onda sobre as cordas mais leves? Alternativamente, (d) a velocidade da corda grave não é necessariamente nenhuma dessas respostas?
6. Por qual fator você teria que multiplicar a tensão em uma corda esticada de modo a dobrar a velocidade das ondas? Suponha que a corda não estica. (a) Um fator de 8. (b) Um fator de 4. (c) Um fator de 2. (d) Um fator de 0,5. (e) Você não pode mudar a velocidade por um fator previsível alterando a tensão.
7. Se uma extremidade de uma corda pesada é acoplada a uma extremidade de uma corda leve, uma onda pode se mover da corda pesada para a mais leve. (i) O que acontece com a velocidade da onda? (a) Aumenta. (b) Diminui. (c) Permanece constante. (d) Muda de forma imprevisível. (ii) O que acontece com frequência? Escolha entre as mes-

mas possibilidades. (iii) O que acontece a seu comprimento de onda? Escolha a partir das mesmas possibilidades.

8. Uma fonte de vibração em uma frequência constante gera uma onda senoidal em uma corda sob tensão constante. Se a potência fornecida para a corda é duplicada, por qual fator a amplitude se altera? (a) Um fator de 4. (b) Um fator de 2. (c) Um fator de  $\sqrt{2}$ . (d) Um fator de 0,707. (e) Não pode ser previsto.
9. (a) Uma onda pode se mover em uma corda com uma velocidade da onda que é maior que a velocidade máxima transversal  $v_{y,\text{máx}}$  de um elemento da corda? (b) A velocidade da onda pode ser muito maior que a velocidade máxima do elemento? (c) A velocidade da onda pode ser igual à velocidade máxima do elemento? (d) A velocidade da onda pode ser menor que  $v_{y,\text{máx}}$ ?

## Perguntas Conceituais

- Se você balançar firmemente uma extremidade de uma corda esticada três vezes a cada segundo, qual será o período da onda senoidal criado na corda?
- Na Mecânica, a massa das cordas é, com frequência, desprezada. Por que esta não é uma boa suposição quando se fala de ondas em cordas?
- Por que um pulso em uma corda é considerado transversal?
- A velocidade vertical de um elemento de uma corda horizontal tensa, através do qual a onda está se movendo, dependerá da velocidade da onda? Explique.
- Quando um pulso se propaga em uma corda esticada, ele sempre inverte na reflexão? Explique.
- (a) Como você criaria uma onda longitudinal em uma corda esticada? (b) Seria possível criar uma onda transversal em uma corda?
- Por que uma substância sólida é capaz de transportar tanto ondas longitudinais quanto transversais, mas um líquido homogêneo é capaz de transportar apenas ondas longitudinais?

- (a) Se uma longa corda é pendurada no teto e as ondas são enviadas à corda de sua extremidade inferior, por que a velocidade das ondas muda à medida que sobem? (b) A velocidade das ondas ascendentes aumenta ou diminui? Explique.
- Em um terremoto, ambas as ondas S (transversais) e P (longitudinais) se propagam a partir do foco do terremoto. O foco está no chão radialmente abaixo do epicentro na superfície (Figura PC2.9). Suponha que as ondas se movam em linha reta através de um material uniforme. As ondas S se propagam através da Terra mais lentamente que as P (em cerca de 5 km/s *versus* 8 km/s). Ao detectar o tempo de chegada das ondas em um sismógrafo, (a) como se pode determinar a distância do foco do terremoto? (b) Quantas estações de detecção são necessárias para localizar o foco de forma inequívoca?



Figura PC2.9

## Problemas

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

- 1. denota problema direto;
- 2. denota problema intermediário;
- 3. denota problema de desafio;
- 1. denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

### Seção 2.1 Propagação de uma perturbação

- Uma estação sismográfica recebe ondas S e P de um terremoto, separadas por um tempo de 17,3 s. Suponha que as ondas percorreram o mesmo caminho a uma velocidade de 4,50 km/s e 7,80 km/s. Encontre a distância entre o sismógrafo e o foco do terremoto.

- Q/C** Ondas do mar com uma distância de crista a crista de 10,0 m podem ser descritas pela função de onda:

$$y(x, t) = 0,800 \sin [0,628(x - vt)]$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros,  $t$  em segundos e  $v = 1,20$  m/s. (a) Esboce  $y(x, t)$  em  $t = 0$ . (b) Esboce  $y(x, t)$

em  $t = 2,00$  s. (c) Compare o gráfico na parte (b) com o da parte (a) e explique as similaridades e diferenças. (d) Como a onda se moveu entre os gráficos (a) e (b)?

3. Em  $t = 0$ , um pulso transversal em um fio é descrito pela função:

$$y = \frac{6,00}{x^2 + 3,00}$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros. Se o pulso está se movendo na direção positiva  $x$  com a velocidade de  $4,50$  m/s, escreva a função  $y(x, t)$  que descreve esse pulso.

4. Dois pontos  $A$  e  $B$  na superfície da Terra estão na mesma longitude e separados  $60,0^\circ$  em latitude, conforme mostrado na Figura P2.4. Suponha que um terremoto no ponto  $A$  crie uma onda  $P$  que atinge o ponto  $B$ , propagando-se em linha reta através da Terra a uma velocidade constante de  $7,80$  km/s. O terremoto também irradia uma onda de Rayleigh que viaja a  $4,50$  km/s. Além das  $P$  e  $S$ , ondas de Rayleigh são um terceiro tipo de onda sísmica que percorre a *superfície* da Terra, e não através do *corpo* da Terra. (a) Qual dessas duas ondas sísmicas chega em  $B$  primeiro? (b) Qual é a diferença de tempo entre a chegada dessas duas ondas em  $B$ ?

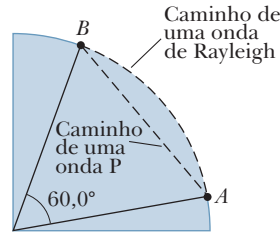


Figura P2.4

## Seção 2.2 Modelo de análise: ondas progressivas

5. **M** A função de onda para uma onda que viaja em uma corda tensa é (em unidades SI):

$$y(x, t) = 0,350 \sin \left( 10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4} \right)$$

- (a) Quais são a velocidade e a direção do percurso da onda? (b) Qual é a posição vertical de um elemento da corda em  $t = 0$ ,  $x = 0,100$  m? Quais são (c) o comprimento de onda e (d) a frequência da onda? (e) Qual é a velocidade transversal máxima de um elemento da corda?
6. Quando um fio específico está vibrando com uma frequência de  $4,00$  Hz, uma onda transversal de  $60,0$  centímetros de comprimento de onda é produzida. Determine a velocidade das ondas ao longo do fio.
7. Uma onda é descrita como  $y = 0,0200 \sin(kx - \omega t)$ , onde  $k = 2,11$  rad/m,  $\omega = 3,62$  rad/s,  $x$  e  $y$  estão dados em metros, e  $t$  em segundos. Determine (a) a amplitude, (b) o comprimento de onda, (c) a frequência e (d) a velocidade da onda.
8. **Q.C** Uma certa corda uniforme é mantida sob tensão constante. (a) Faça um desenho da visão lateral de uma onda senoidal em uma corda, como mostrado nos diagramas deste texto. (b) Logo abaixo do diagrama (a), faça a mesma onda em um momento posterior de um quarto do período da onda. (c) Em seguida, desenhe uma onda com uma amplitude  $1,5$  vezes maior que a onda no esquema (a). (d) Em seguida, desenhe uma onda diferente daquela em seu diagrama (a) evidenciando um comprimento de onda  $1,5$  vezes maior. (e) Por último, desenhe uma onda diferente daquela no esquema (a) evidenciando uma frequência  $1,5$  vezes maior.
9. Uma onda senoidal está se propagando ao longo de uma corda. O oscilador que gera a onda completa  $40,0$  vibra-

ções em  $30,0$  s. Dada crista da onda se move  $425$  centímetros ao longo da corda em  $10,0$  s. Qual é o comprimento da onda?

10. Para certa onda transversal, a distância entre duas cristas sucessivas é de  $1,20$  m, e oito cristas passam em dado ponto ao longo da direção do curso a cada  $12,0$  s. Calcule a velocidade da onda.
11. A corda mostrada na Figura P2.11 é conduzida em uma frequência de  $5,00$  Hz. A amplitude do movimento é de  $A = 12,0$  cm, e a velocidade da onda é  $v = 20,0$  m/s. Além disso, a onda é tal que  $y = 0$  em  $x = 0$  e  $t = 0$ . Determine (a) a frequência angular e (b) o número de onda para essa onda. (c) Escreva uma expressão para a função de onda. Calcule (d) a velocidade transversal máxima e (e) a aceleração transversal máxima de um elemento da corda.

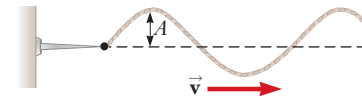


Figura P2.11

12. **Q.C** (a) Plote  $y$  versus  $t$  em  $x = 0$  para uma onda senoidal de forma  $y = 0,150 \cos(15,7x - 50,3t)$ , onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. (b) Determine o período da vibração. (c) Justifique como seu resultado é comparável ao valor encontrado no Exemplo 2.2.
13. Uma onda senoidal é descrita pela função de onda  $y = 0,25 \sin(0,30x - 40t)$ , onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. Determine para essa onda (a) a amplitude, (b) a frequência angular, (c) o número de onda angular, (d) o comprimento de onda, (e) a velocidade da onda e (f) a direção do movimento.
14. Considere a onda senoidal do Exemplo 2.2 com a função de onda:

$$y = 0,150 \cos(15,7x - 50,3t)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. Em determinado instante, deixe o ponto  $A$  ser a origem e  $B$  ser o ponto mais próximo de  $A$  ao longo do eixo  $x$ , onde a onda está a  $60,0^\circ$  fora de fase com  $A$ . Qual é a coordenada de  $B$ ?

15. Uma onda senoidal de  $2,00$  m de comprimento de onda e amplitude de  $0,100$  m se move em uma corda com uma velocidade de  $1,00$  m/s para a direita. Em  $t = 0$ , a extremidade esquerda da corda está na origem. Para essa corda, encontre (a) a frequência, (b) a frequência angular, (c) o número de onda angular e (d) a função de onda em unidades SI. Determine a equação do movimento em unidades SI para (e) a extremidade esquerda da corda e (f) o ponto na corda a  $x = 1,50$  m à direita da extremidade esquerda. (g) Qual é a velocidade máxima de qualquer elemento da corda?
16. Uma onda em uma corda é descrita pela função de onda  $y = 0,100 \sin(0,50x - 20t)$ , onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. (a) Mostre que um elemento da corda em  $x = 2,00$  m executa um movimento harmônico. (b) Determine a frequência de oscilação desse elemento em particular.
17. Uma onda transversal em uma corda é descrita pela função de onda:

$$y = 0,120 \sin \left( \frac{\pi}{8} x + 4\pi t \right)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. Determine (a) a velocidade transversal e (b) a aceleração trans-

versal em  $t = 0,200$  s para um elemento da corda localizado em  $x = 1,60$  m. Quais são (c) o comprimento de onda, (d) o período e (e) a velocidade de propagação dessa onda?

18. **GP** Uma onda senoidal se movendo em uma direção  $x$  negativa (para a esquerda) tem amplitude de 20,0 cm, comprimento de onda de 35,0 cm e frequência de 12,00 Hz. A posição transversal de um elemento do meio em  $t = 0$ ,  $x = 0$  é  $y = -3,00$  cm, e o elemento, aqui, tem uma velocidade positiva. Queremos encontrar uma expressão para a função de onda que a descreva. (a) Esboce a onda em  $t = 0$ . (b) Encontre o número angular  $k$  de onda. (c) Encontre o período  $T$  a partir da frequência. Encontre (d) a frequência angular  $\omega$  e (e) a velocidade da onda  $v$ . (f) A partir das informações sobre  $t = 0$ , encontre a constante de fase  $\phi$ . (g) Escreva uma expressão para a função de onda  $y(x, t)$ .
19. (a) Escreva a expressão para  $y$  em função de  $x$  e  $t$  em unidades SI para uma onda senoidal se movendo ao longo de uma corda na direção  $x$  negativa com as seguintes características:  $A = 8,00$  cm,  $\lambda = 80,0$  cm,  $f = 3,00$  Hz e  $y(0, t) = 0$  em  $t = 0$ . (b) **E se?** Escreva a expressão para  $y$  como uma função de  $x$  e  $t$  para a onda na parte (a), supondo  $y(x, 0) = 0$  no ponto  $x = 10,0$  cm.
20. Uma onda transversal senoidal em uma corda tem um período  $T = 25,0$  ms e se move na direção  $x$  negativa com uma velocidade de 30,0 m/s. Em  $t = 0$ , um elemento da corda em  $x = 0$  tem uma posição transversal de 2,00 cm e está se movendo para baixo com uma velocidade de 2,00 m/s. (a) Qual é a amplitude da onda? (b) Qual é o ângulo de fase inicial? (c) Qual é a velocidade transversal máxima de um elemento da corda? (d) Escreva a função de onda para a onda.

### Seção 2.3 A velocidade de ondas transversais em cordas

21. Um cabo de Ethernet tem 4,00 m de comprimento e massa de 0,200 kg. Um pulso transversal é produzido por um puxão em uma extremidade do cabo esticado. O pulso faz quatro viagens para baixo e para trás ao longo do cabo em 0,800 s. Qual é a tensão no cabo?
22. **Q/C S** Uma aluna, durante um teste, encontra em uma folha de referência duas equações:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{e} \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Ela esqueceu o que  $T$  representa em cada equação. (a) Use a análise dimensional para determinar as unidades necessárias para  $T$  em cada equação. (b) Explique como você pode identificar a grandeza física que cada  $T$  representa das unidades.

23. **M** As ondas transversais se propagam com uma velocidade de 20,0 m/s em uma corda sob tensão de 6,00 N. Qual é a tensão necessária para uma velocidade de onda ser de 30,0 m/s na mesma corda?
24. Uma corda de piano com massa por unidade de comprimento igual a  $5,00 \times 10^{-3}$  kg/m está sob uma tensão de 1.350 N. Encontre a velocidade com que uma onda viaja nessa corda.
25. **Revisão.** O limite elástico de um fio de aço é  $2,70 \times 10^8$  Pa. Qual é a velocidade máxima que pulsos de ondas transversais podem se propagar ao longo desse fio sem ultrapassar essa tensão? (A densidade do aço é de  $7,86 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>.)
26. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um astronauta na Lua está estudando o movimento das ondas por meio do aparelho discutido no Exemplo 2.3 e mostrado na Figura 2.12.

Ele mede o intervalo de tempo que pulsos levam para viajar ao longo do fio horizontal. Suponha que o fio horizontal tenha massa de 4,00 g e comprimento de 1,60 m, e que um corpo de 3,00 kg é suspenso a partir de sua extensão ao redor da polia. O astronauta descobre que um pulso requer 26,1 ms para percorrer o comprimento do fio.

27. Pulsos transversais se propagam com uma velocidade de 200 m/s ao longo de um fio de cobre esticado, cujo diâmetro é 1,50 mm. Qual é a tensão no fio? (A densidade do cobre é 8,92 g/cm<sup>3</sup>.)
28. Uma onda transversal se movendo em um fio esticado tem amplitude de 0,200 mm e frequência de 500 Hz. Ele viaja à velocidade de 196 m/s. (a) Escreva uma equação em unidades SI, na forma  $y = A \sin(kx - \omega t)$  para essa onda. (b) A massa por unidade de comprimento do fio é 4,10 g/m. Encontre a tensão no fio.
29. A tensão é mantida em uma corda como na Figura P2.29. A velocidade da onda observada é de  $v = 24,0$  m/s quando a massa suspensa é de  $m = 3,00$  kg. (a) Qual é a massa por unidade de comprimento da corda? (b) Qual é a velocidade da onda quando a massa suspensa é de  $m = 2,00$  kg?

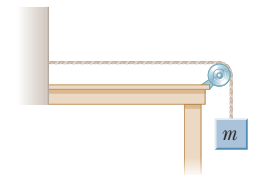


Figura P2.29  
Problemas 29 e 47.

30. **Revisão.** Uma corda leve com massa por unidade de comprimento de 8,00 g/m tem suas extremidades amarradas a duas paredes separadas por uma distância igual a três quartos do comprimento da corda (Figura P2.30). Um corpo de massa  $m$  é suspenso a partir do centro da corda, colocando nela uma tensão. (a) Encontre uma expressão para a velocidade da onda transversal na corda em função da massa do corpo pendurado. (b) Qual deve ser a massa do corpo suspenso na corda, se a velocidade da onda for a 60,0 m/s?
31. **M** Um fio de aço de 30,0 m de comprimento e um fio de cobre de 20,0 m de comprimento, ambos com 1,00 mm de diâmetro, são conectados ponta a ponta e estendidos a uma tensão de 150 N. Durante qual intervalo de tempo uma onda transversal se propaga por todo o comprimento dos dois fios?

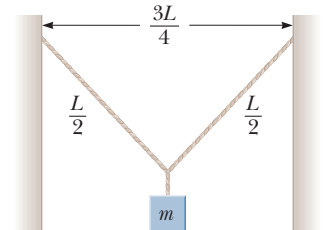


Figura P2.30

### Seção 2.5 Taxa de transferência de energia por ondas senoidais em cordas

32. **Q/C** Em uma região longe do epicentro de um terremoto, uma onda sísmica pode ser modelada como transporte de energia em uma única direção, sem absorção, assim como uma onda em uma corda faz. Suponha que os movimentos de ondas sísmicas se movam do granito para a lama com densidade semelhante, mas com módulo volumétrico muito menor. Suponha que a velocidade da onda caia gradualmente por um fator de 25,0, com um reflexo insignificante da onda. (a) Explique se a amplitude do chão tremendo vai aumentar ou diminuir. (b) Ela muda por um fator previsível? (Esse fenômeno levou ao colapso parte da rodovia Nimitz, em Oakland, Califórnia, durante o terremoto de Loma Prieta em 1989.)

33. **M** Uma onda transversal em uma corda é descrita pela função de onda:

$$y = 0,15 \sin(0,80x - 50t)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. A massa por unidade de comprimento da corda é de 12,0 g/m. Determine (a) a velocidade da onda, (b) o comprimento de onda, (c) a frequência e (d) a potência transmitida pela onda.

34. Uma corda esticada tem massa de 0,180 kg e comprimento de 3,60 m. Que energia deve ser fornecida à corda, de modo a gerar ondas senoidais, com uma amplitude de 0,100 m e comprimento de onda de 0,500 m, e se propagando com uma velocidade de 30,0 m/s?
35. Ondas transversais são geradas em uma corda sob tensão constante. Por qual fator a potência necessária deve ser aumentada ou diminuída, se (a) o comprimento da corda é dobrado e a frequência angular permanece constante, (b) a amplitude é duplicada e a frequência angular é reduzida pela metade, (c) tanto o comprimento de onda quanto a amplitude são dobrados, e (d) tanto o comprimento da corda quanto o de onda são reduzidos para metade?
36. **M** Ondas senoidais de amplitude de 5,00 cm devem ser transmitidas ao longo de uma corda que tem densidade de massa linear de  $4,00 \times 10^{-2}$  kg/m. A fonte pode fornecer uma potência máxima de 300 W, e a corda está sob uma tensão de 100 N. Qual é a maior frequência  $f$  em que a fonte pode funcionar?
37. Uma corda transporta uma onda; um segmento de 6,00 m da corda contém quatro comprimentos de onda completos e massa de 180 g. A corda vibra de forma senoidal com uma frequência de 50,0 Hz e um deslocamento de pico a vale de 15,0 cm. (A distância “pico a vale” é a distância vertical entre a posição extrema positiva para a extrema negativa.) (a) Escreva a função que essa onda descreve se propagando na direção  $x$  positiva. (b) Determine a energia fornecida para a corda.
38. **S** Uma corda horizontal pode transmitir uma potência máxima  $P_0$  (sem romper) se uma onda com amplitude  $A$  e frequência angular  $\omega$  está se propagando ao longo dela. Para aumentar essa potência máxima, um estudante dobra a corda e usa a “corda dupla” como meio. Supondo que a tensão nas duas partes é a mesma que a inicial na corda única e a frequência angular da onda permanece a mesma, determine a potência máxima que pode ser transmitida ao longo da “corda dupla”.

39. A função de onda para uma onda em uma corda tensa é:

$$y(x, t) = 0,350 \sin\left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. Se a densidade de massa linear da corda é 75,0 g/m, (a) qual é a taxa média na qual a energia é transmitida ao longo da corda? (b) Qual é a energia contida em cada ciclo da onda?

40. **S** Uma onda bidimensional se propaga em círculos na água. Mostre que a amplitude  $A$  a uma distância  $r$  da perturbação inicial é proporcional a  $1/\sqrt{r}$ . *Sugestão:* considere a energia transportada por uma série de ondas se movendo para fora.

## Seção 2.6 A equação de onda linear

41. **S** Mostre que a função de onda  $y = \ln[b(x - vt)]$  é uma solução para a Equação 2.27, onde  $b$  é uma constante.
42. **Q/C** (a) Obtenha o valor de  $A$  na igualdade escalar  $4(7 + 3) = A$ . (b) Obtenha  $A$ ,  $B$  e  $C$  na igualdade de vetores

$700\hat{i} + 3,00\hat{k} = A\hat{i} + B\hat{j} + C\hat{k}$ . (c) Explique como chega às respostas para convencer um estudante que acha que você não pode resolver uma equação única para três incógnitas diferentes. (d) **E se?** A igualdade ou a identidade funcional

$$A + B \cos(Cx + Dt + E) = 7,00 \cos(3x + 4t + 2)$$

é verdadeira para todos os valores das variáveis  $x$  e  $t$ , medidos em metros e em segundos, respectivamente. Obtenha as constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ . (e) Explique como você chega a suas respostas para a parte (d).

43. **S** Mostre que a função de onda  $y = e^{b(x - vt)}$  é uma solução da equação de onda linear (Equação 2.27), onde  $b$  é uma constante.
44. **S** (a) Mostre que a função  $y(x, t) = x^2 + v^2 t^2$  é uma solução para a equação de onda. (b) Mostre que a função do item (a) pode ser escrita como  $f(x + vt) + g(x - vt)$  e determine as formas funcionais para  $f$  e  $g$ . (c) **E se?** Repita as partes (a) e (b) para a função  $y(x, t) = \sin(x) \cos(vt)$ .

## Problemas Adicionais

45. Um filme cinematográfico é projetado em uma frequência de 24,0 quadros por segundo. Cada fotografia tem a mesma altura de 19,0 mm, assim como cada oscilação de uma onda tem a mesma duração. Modele a altura de um quadro como o comprimento de onda de uma onda. Em qual velocidade constante o filme passa no projetor?
46. “A ola” é um tipo particular de pulsação que pode se propagar através de uma grande multidão reunida em uma arena de esportes. Os elementos do meio são os espectadores, com a posição zero correspondente à sentada, e a máxima correspondente à em pé elevando os braços. Quando uma grande parte dos espectadores participa do movimento das ondas, uma forma de pulso com alguma estabilidade pode ser desenvolvida. A velocidade da onda depende do tempo de reação das pessoas, que normalmente é da ordem de 0,1 s. Estime a ordem de grandeza, em minutos, do intervalo de tempo necessário para tal pulso fazer um circuito em torno de um estádio de esportes. Mencione as grandezas que você mede ou estima e seus valores.
47. Uma onda senoidal em uma corda é descrita pela função de onda:

$$y = 0,20 \sin(0,75\pi x + 18\pi t)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. A corda tem uma densidade de massa linear de 0,250 kg/m. A tensão na corda é fornecida por uma situação como aquela ilustrada na Figura P2.29. Qual é a massa do corpo suspenso?

48. **Q/C** Um terremoto submarino ou um deslizamento de terra podem produzir uma onda no mar de curta duração, que leva muita energia, chamada *tsunami*. Quando seu comprimento de onda é grande em comparação à profundidade do oceano  $d$ , a velocidade de uma onda na água é dada aproximadamente por  $v = \sqrt{gd}$ . Suponha que um terremoto ocorra ao longo da fronteira entre a placa tectônica, do norte ao sul, e produza uma crista de onda *tsunami* se movendo em linha reta em toda a parte oeste. (a) Qual a grandeza física que você considera ser uma constante no movimento de qualquer crista da onda? (b) Explique por que a amplitude da onda aumenta enquanto a onda se aproxima da costa. (c) Se a onda tem 1,80 m de amplitude quando sua velocidade é de 200 m/s, qual será sua amplitude onde a água tem 9,00 m de profundidade? (d) Explique por que a amplitude esperada na praia deve ser ainda maior, mas não pode ser significativamente predita pelo modelo.



**49. Revisão.** Um bloco de 2,00 kg está pendurado por um cabo de borracha. O bloco é suportado de forma que o cabo não esteja esticado. O comprimento não esticado do cabo é de 0,500 m, e sua massa é 5,00 g. A “constante de força” para o cabo é 100 N/m. O bloco é liberado e para, momentaneamente, no ponto mais baixo. (a) Determine a tensão no cabo quando o bloco está nesse ponto mais baixo. (b) Qual é o comprimento do cabo nessa posição “esticada”? (c) Se o bloco é mantido nessa posição mais baixa, encontre a velocidade de uma onda transversal nele.

**50. S Revisão.** Um bloco de massa  $M$  está pendurado por um cabo de borracha. O bloco é suportado de forma que o cabo não esteja esticado. O comprimento não esticado do cabo é  $L_0$ , e sua massa é  $m$ , muito menor que  $M$ . A “constante de força” para o cabo é  $k$ . O bloco é liberado e para, momentaneamente, no ponto mais baixo. (a) Determine a tensão no cabo quando o bloco está nesse ponto mais baixo. (b) Qual é o comprimento do cabo nessa posição “esticada”? (c) Se o bloco é mantido nessa posição mais baixa, encontre a velocidade de uma onda transversal nele.

**51.** Uma onda transversal em uma corda é descrita pela função de onda:

$$y(x, t) = 0,350 \sin(1,25x + 99,6t)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. Considere o elemento da corda em  $x = 0$ . (a) Qual é o intervalo de tempo, entre os dois primeiros instantes em que esse elemento tem uma posição  $y = 0,175$  m? (b) Qual é a distância percorrida pela onda durante o intervalo de tempo encontrado no item (a)?

**52. Q/C** Uma onda senoidal em uma corda é descrita pela função de onda:

$$y = 0,150 \sin(0,800x + 50,0t)$$

onde  $x$  e  $y$  estão dados em metros e  $t$  em segundos. A massa por unidade de comprimento da corda é de 12,0 g/m. (a) Encontre a aceleração transversal máxima de um elemento dessa corda. (b) Determine a força transversal máxima em um segmento de 1,00 cm da corda. (c) Descreva como a força encontrada no item (b) se compara com a tensão na corda.

**53. S Revisão.** Um bloco de massa  $M$ , apoiado por uma corda, repousa sobre uma rampa sem atrito de ângulo  $\theta$  com a horizontal (Figura P2.53). O comprimento da corda é  $L$ , e sua massa é  $m \ll M$ . Derive uma expressão para o intervalo de tempo necessário para uma onda transversal se mover de uma ponta da corda para a outra.

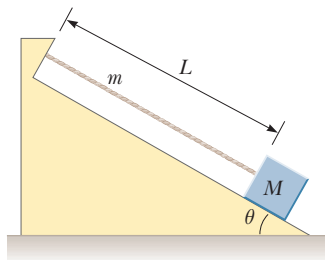


Figura P2.53

**54. S** Uma corda de massa total  $m$  e comprimento  $L$  está suspensa verticalmente. A análise mostra que, para pulsos transversais curtos, as ondas acima de uma curta distância da extremidade livre da corda podem ser representadas, por uma boa aproximação, pela equação de onda linear discutida na Seção 2.6. Mostre que um pulso transversal

percorre o comprimento da corda em um intervalo de tempo que é dado aproximadamente por  $\Delta t \approx 2\sqrt{L/g}$ . *Sugestão:* em primeiro lugar, encontre uma expressão para a velocidade da onda em qualquer ponto a uma distância  $x$  da extremidade inferior, considerando a tensão da corda como resultante do peso do segmento abaixo desse ponto.

**55. Revisão.** Um bloco de massa  $M = 0,450$  kg está ligado a uma extremidade de um cabo de massa 0,00320 kg; a outra extremidade do cabo é conectada a um ponto fixo. O bloco gira a uma velocidade angular constante em um círculo sobre uma mesa horizontal sem atrito, como mostrado na Figura P2.55. Através de que ângulo o bloco gira no intervalo de tempo durante o qual uma onda transversal percorre a corda do centro do círculo para o bloco?

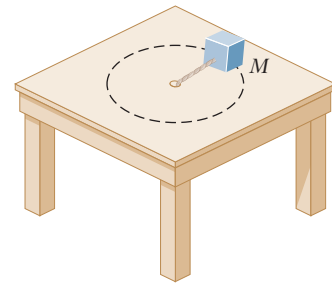


Figura P2.55 Problemas 55, 56 e 57.

**56. Revisão.** Um bloco de massa  $M = 0,450$  kg está ligado a uma extremidade de um cabo de massa  $m = 0,00320$  kg; a outra extremidade do cabo é conectada a um ponto fixo. O bloco gira a uma velocidade angular constante  $\omega = 10,0$  rad/s em um círculo sobre uma mesa horizontal sem atrito, como mostrado na Figura P2.55. Qual é o intervalo de tempo necessário para uma onda transversal se deslocar ao longo da corda do centro do círculo para o bloco?

**57. S Revisão.** Um bloco de massa  $M$  está ligado a uma extremidade de um cabo de massa  $m$ ; a outra extremidade do cabo é conectada a um ponto fixo. O bloco gira a uma velocidade angular constante  $\omega$  em um círculo sobre uma mesa horizontal sem atrito, como mostrado na Figura P2.55. Qual é o intervalo de tempo necessário para uma onda transversal se deslocar ao longo da corda do centro do círculo para o bloco?

**58. Q/C** Uma corda com densidade linear 0,500 g/m é mantida sob uma tensão de 20,0 N. Conforme uma onda senoidal transversal se propaga na corda, os elementos desta se movem com velocidade máxima  $v_{y,\text{máx}}$ . (a) Determine a potência transmitida pela onda em função de  $v_{y,\text{máx}}$ . (b) Declare, em palavras, a proporcionalidade entre a potência e  $v_{y,\text{máx}}$ . (c) Encontre a energia contida em um segmento de corda de 3,00 m de comprimento em função de  $v_{y,\text{máx}}$ . (d) Expresse a resposta da parte (c) em termos da massa  $m$  desse segmento. (e) Encontre a energia que a onda carrega depois de passar um ponto em 6,00 s.

**59.** Um fio de densidade  $\rho$  é cônico, de modo que sua área transversal varia com  $x$  de acordo com:

$$A = 1,00 \times 10^{-5} x + 1,00 \times 10^{-6}$$

onde  $A$  é expressa em metros quadrados e  $x$  em metros. A tensão no fio é  $T$ . (a) Derive uma relação para a velocidade de uma onda em função da posição. (b) **E se?** Suponha que o fio seja de alumínio e está sob uma tensão  $T = 24,0$  N. Determine a velocidade da onda na origem e em  $x = 10,0$  m.

60. Por que a seguinte situação é impossível? Tsunamis são ondas de superfície oceânica que têm comprimentos de onda enormes (100 a 200 km); a velocidade de propagação dessas ondas é  $v \approx \sqrt{gd_{\text{méd}}}$ , onde  $d_{\text{méd}}$  é a média da profundidade da água. Um terremoto no fundo do oceano no Golfo do Alasca produz um tsunami que atinge Hilo, no Havaí, a 4.450 km de distância, em um intervalo de tempo de 5,88 h. (Este método foi utilizado em 1856 para estimar a profundidade média do Oceano Pacífico muito antes de sondagens feitas para se obter uma determinação direta.)

61. **S** Um pulso se propagando ao longo de uma corda de densidade de massa linear  $\mu$  é descrita pela função de onda:

$$y = [A_0 e^{-bx}] \sin(kx - \omega t)$$

onde o fator entre colchetes é a amplitude. (a) Qual é a potência  $P(x)$  transportada por essa onda em um ponto  $x$ ? (b) Qual é a potência  $P(0)$  transportada por essa onda na origem? (c) Compute a razão  $P(x)/P(0)$ .

62. **M Revisão.** Um fio de alumínio é mantido entre duas presilhas sob tensão zero em temperatura ambiente. Reduzindo a temperatura, que resulta em uma diminuição no comprimento de equilíbrio do fio, aumenta-se a tensão no fio. Tomando a área da seção transversal do fio como sendo  $5,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , a densidade como  $2,70 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , e o módulo de Young como  $7,00 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ , qual deformação ( $\Delta L/L$ ) resulta em uma velocidade de onda transversal de 100 m/s?

### Problemas de Desafio

63. **S** Uma corda de massa total  $m$  e comprimento  $L$  é suspensa verticalmente. Conforme mostrado no Problema 54, um pulso se propaga a partir da base para o topo da corda em um intervalo de tempo aproximado de  $\Delta t = 2\sqrt{L/g}$  com uma velocidade que varia com a posição  $x$ , medida a partir da base da corda como  $v = \sqrt{gx}$ . Suponha que a equação de onda linear na Seção 2.6 descreva ondas em todas as posições na corda. (a) A partir de qual intervalo de tempo um pulso percorre a metade da corda? Dê sua resposta como uma fração da quantidade  $2\sqrt{L/g}$ . (b) Um pulso começa a se propagar até o topo da corda. Até que ponto ela viajou após um intervalo de tempo  $\sqrt{L/g}$ ?
64. **S** Uma corda em um instrumento musical é mantida sob tensão  $T$  e se estende a partir do ponto  $x = 0$  para o ponto  $x = L$ . A corda é envolvida com um fio de tal maneira que

sua massa por unidade de comprimento  $\mu(x)$  aumenta uniformemente de  $\mu_0$  em  $x = 0$  para  $\mu_L$  em  $x = L$ . (a) Encontre a expressão para  $\mu(x)$  em função de  $x$  no intervalo  $0 \leq x \leq L$ . (b) Encontre a expressão para o intervalo de tempo necessário para o pulso transversal percorrer o comprimento da corda.

65. **S** Se um anel de corrente é girado em alta velocidade, ele pode rolar pelo chão como um aro circular, sem entrar em colapso. Considere uma corrente de densidade linear de massa uniforme  $\mu$ , cujo centro de massa se desloca para a direita em alta velocidade  $v_0$ , como mostrado na Figura P2.65. (a) Determine a tensão na corrente em termos de  $\mu$  e  $v_0$ . Suponha que o peso de uma ligação individual seja insignificante em comparação com a tensão. (b) Se o anel passa sobre uma pequena saliência, a deformação resultante da corrente faz que os dois pulsos transversais se propaguem ao longo da corrente, um se movendo no sentido horário e o outro no sentido anti-horário. Qual é a velocidade dos pulsos que se propagam ao longo da corrente? (c) Através de que ângulo cada pulso se propaga durante o intervalo de tempo no qual o anel faz uma revolução?

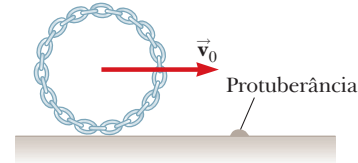


Figura P2.65

66. **S** Suponha que um corpo de massa  $M$  seja suspenso a partir do final da corda de massa  $m$  e comprimento  $L$  no Problema 58. (a) Mostre que o intervalo de tempo para um pulso transversal percorrer o comprimento da corda é:

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{L}{mg}}(\sqrt{M+m} - \sqrt{M})$$

- (b) **E Se?** Mostre que a expressão na parte (a) reduz o resultado do Problema 58 quando  $M = 0$ . (c) Mostre que para  $m \ll M$ , a expressão na parte (a) se reduz para:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{mL}{Mg}}$$



# Ondas sonoras

- 3.1 Variações de pressão em ondas sonoras
- 3.2 Velocidade escalar de ondas sonoras
- 3.3 Intensidade das ondas sonoras periódicas
- 3.4 O efeito Doppler

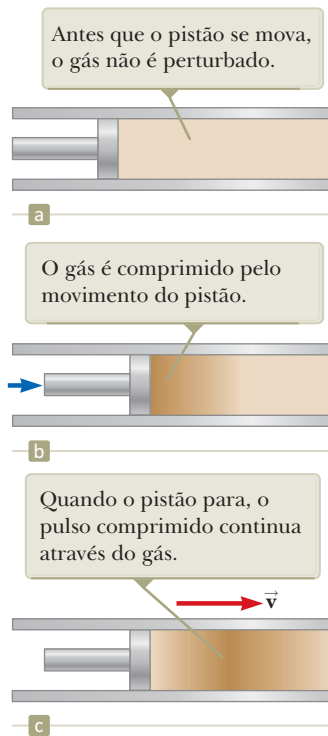
A maioria das ondas que estudamos no Capítulo 2 é forçada a se mover ao longo de um meio unidimensional. Por exemplo, a onda na Figura Ativa 2.7 é uma construção puramente matemática se movendo ao longo do eixo  $x$ . Já aquela da Figura Ativa 2.10 é restrita a se mover ao longo do comprimento da corda. Vimos também ondas que se deslocam através de um meio bidimensional e as ondas que se deslocam sobre a superfície do oceano na Figura Ativa 2.4. Neste capítulo, investigaremos ondas mecânicas que se movem através do meio em massa tridimensional. Por exemplo, as ondas sísmicas deixando o foco de um terremoto se propagam pelo interior tridimensional da Terra.

Vamos colocar nossa atenção sobre as **ondas sonoras**, que se propagam através de qualquer material, mas, em geral, como ondas mecânicas através do ar que resultam na percepção humana da audição. Como as ondas sonoras se propagam através do ar, elementos deste são perturbados de suas posições de equilíbrio. Acompanhando esses movimentos, estão as mudanças na densidade e pressão do ar ao longo da direção do movimento das ondas. Se a origem das ondas de som vibra senoidalmente, as variações de densidade e pressão também são senoidais. A descrição matemática de ondas senoidais de som é muito semelhante à de ondas senoidais em cordas, como discutido no Capítulo 2.

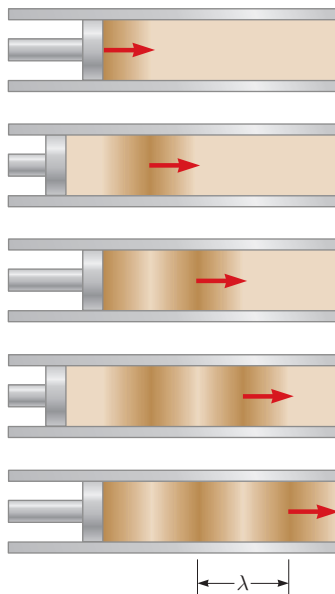
As ondas sonoras são divididas em três categorias que abrangem faixas de frequência diferentes. (1) *Ondas audíveis* se encontram dentro da faixa de sensibilidade do ouvido humano; podem ser geradas de várias maneiras, como por instrumentos musicais, vozes humanas ou alto-falantes. (2) *Ondas Infrassônicas* têm frequências abaixo da faixa audível. Os elefantes podem usá-las para se comunicar uns com os outros, mesmo quando separados por muitos quilômetros. (3) *Ondas*



Três músicos tocam a Corneta dos Alpes. Neste capítulo, vamos explorar o comportamento das ondas sonoras, como aquelas provenientes desses grandes instrumentos musicais. (Karl Schatz/Getty Images)



**Figura 3.1** Movimento de um pulso longitudinal através de um gás compressível. A compressão (região escura) é produzida pelo movimento do pistão.



### FIGURA ATIVA 3.2

Uma onda longitudinal se propagando através de um tubo cheio de gás. A fonte da onda é um pistão oscilante, à esquerda.

*ultrassônicas* possuem frequências acima da faixa audível. Você pode já ter usado um apito “silencioso” para chamar seu cão. Cães ouvem facilmente o som ultrassônico emitido por esse apito, embora ele não possa ser detectado pelos seres humanos. Ondas ultrassônicas são também utilizadas em imagens médicas.

Este capítulo começa com uma discussão sobre as variações de pressão, a velocidade escalar e intensidade das ondas sonoras; essa última uma função da amplitude da onda. Em seguida, forneceremos uma descrição alternativa da intensidade das ondas sonoras que comprime a ampla gama de intensidades às quais o ouvido é sensível em um menor e mais conveniente intervalo. Os efeitos do movimento das fontes e dos ouvintes sobre a frequência de um som também serão investigados.

## 3.1 Variações de pressão em ondas sonoras

No Capítulo 2, começamos nossa investigação das ondas imaginando a criação de um único pulso que se propaga por uma corda (Figura 2.1) ou uma mola (Figura 2.3). Faremos algo semelhante para o som. Descreveremos, por intermédio de figuras, o movimento de um pulso de som unidimensional longitudinal que se desloca através de um longo tubo contendo um gás compressível, como mostrado na Figura 3.1. Um pistão na extremidade esquerda pode ser rapidamente deslocado para a direita para comprimir o gás e criar o pulso. Antes do movimento do pistão, o gás não é perturbado e tem densidade uniforme, representado pela região uniformemente sombreada na Figura 3.1a. Quando o pistão é empurrado para a direita (Figura 3.1b), o gás é comprimido apenas na parte da frente (como representado pela região mais fortemente sombreada); a pressão e a densidade nessa região são mais altas que antes de o pistão se mover. Quando o pistão volta para o repouso (Figura 3.1c), a região comprimida do gás continua a se mover para a direita, correspondendo a um pulso longitudinal se propagando através do tubo com velocidade  $v$ .

Pode-se produzir uma onda sonora *periódica* unidimensional no tubo de gás da Figura 3.1, fazendo que o pistão se mova em movimento harmônico simples. Os resultados são mostrados na Figura Ativa 3.2. As partes mais escuras das áreas coloridas nessa figura representam as regiões nas quais o gás é comprimido e a densidade e a pressão estão acima de seu valor de equilíbrio. A região comprimida é formada sempre que o pistão é empurrado para dentro do tubo. Essa região comprimida, chamada **compressão**, propaga-se através do tubo, continuamente comprimindo a região em sua frente. Quando o pistão é puxado para trás, o gás em sua frente se expande e a pressão e a densidade, nessa região, caem abaixo de seu valor de equilíbrio (representado pelas partes mais claras das áreas coloridas na Figura Ativa 3.2). Essas regiões de baixa pressão, chamadas **rarefações**, também se propagam ao longo do tubo, seguindo as compressões. Ambas as regiões se propagam na velocidade do som no meio.

Quando o pistão oscila senoidalmente, as regiões de compressão e rarefação são continuamente criadas. A distância entre duas compressões sucessivas (ou duas rarefações sucessivas) é igual ao comprimento de onda  $\lambda$  da onda sonora. Como a onda sonora é longitudinal, conforme as compressões e rarefações se propagam através do tubo, qualquer pequeno elemento do gás se move com movimento harmônico simples paralelo à direção da onda. Se  $s(x, t)$  é a posição de um pequeno elemento em relação à sua posição de equilíbrio,<sup>1</sup> podemos expressar essa função de posição harmônica como:

$$s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (3.1)$$

onde  $s_{\text{máx}}$  é a posição máxima do elemento em relação ao equilíbrio. Esse parâmetro é muitas vezes chamado **amplitude de deslocamento** da onda. O parâmetro  $k$  é o número de onda, e  $\omega$  é sua frequência angular. Observe que o deslocamento do elemento é ao longo de  $x$ , na direção de propagação da onda sonora.

<sup>1</sup> Usamos  $s(x, t)$  aqui, em vez de  $y(x, t)$ , porque o deslocamento dos elementos no meio não é perpendicular à direção  $x$ .

A variação na pressão do gás  $\Delta P$  medida a partir do valor de equilíbrio também é periódica, com o mesmo número de onda e frequência angular que para o deslocamento na Equação 3.1. Portanto, podemos escrever como:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t) \quad (3.2)$$

onde **amplitude da pressão**  $\Delta P_{\text{máx}}$  é a variação máxima do valor de equilíbrio da pressão.

Observe que temos expressado o deslocamento por meio de uma função cosseno, e a pressão por meio de uma função seno. Vamos justificar essa escolha no procedimento a seguir e relacionar a amplitude de pressão  $P_{\text{máx}}$  à de deslocamento  $s_{\text{máx}}$ . Considere, mais uma vez, o conjunto de tubos e pistão da Figura 3.1. Na Figura 3.3a, focamos nossa atenção em um pequeno elemento cilíndrico de gás não perturbado de comprimento  $\Delta x$  e área  $A$ . O volume desse elemento é  $V_i = A \Delta x$ .

A Figura 3.3b mostra esse elemento do gás depois que uma onda sonora o moveu para uma nova posição. As duas faces planas do disco percorrem distâncias diferentes  $s_1$  e  $s_2$ . A mudança no volume  $\Delta V$  do elemento na nova posição é igual a  $A \Delta s$ , onde  $\Delta s = s_1 - s_2$ .

A partir da definição de módulo volumétrico (veja Equação 12.8 do Volume 1 desta coleção), expressamos a variação da pressão no elemento de gás em função de sua variação em volume:

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V_i}$$

Vamos substituir o volume inicial e a variação no volume do elemento:

$$\Delta P = -B \frac{A \Delta s}{A \Delta x}$$

Deixemos a espessura  $\Delta x$  do disco atingir zero de modo que a razão  $\Delta s / \Delta x$  se torne uma derivada parcial:

$$\Delta P = -B \frac{\partial s}{\partial x} \quad (3.3)$$

Substitua a função da posição dada pela Equação 3.1:

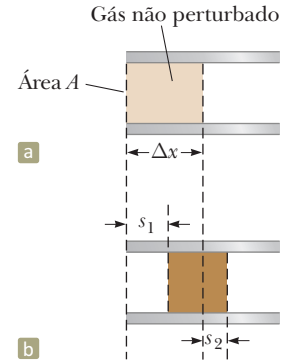
$$\Delta P = -B \frac{\partial}{\partial x} [s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)] = Bs_{\text{máx}} k \sin(kx - \omega t)$$

A partir desse resultado, vemos que um deslocamento descrito por uma função cosseno leva a uma pressão descrita por uma função senoidal. E, ainda, que as amplitudes de deslocamento e pressão são relacionadas por:

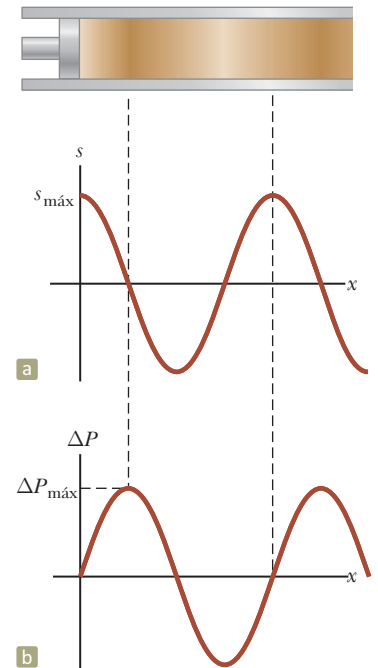
$$\Delta P_{\text{máx}} = Bs_{\text{máx}} k \quad (3.4)$$

Essa relação depende do módulo volumétrico do gás, que não é tão facilmente disponível como a densidade do gás. Quando determinarmos a velocidade do som em um gás na Seção 3.2, seremos capazes de fornecer uma expressão que relaciona  $\Delta P_{\text{máx}}$  e  $s_{\text{máx}}$  em termos de densidade do gás.

Essa discussão mostra que uma onda sonora pode ser igualmente bem descrita tanto em termos de pressão quanto de deslocamento. A comparação das equações 3.1 e 3.2 mostra que a onda de pressão está  $90^\circ$  fora de fase com a onda de deslocamento. Os gráficos dessas funções são mostrados na Figura 3.4. A variação de pressão é máxima quando o deslocamento de equilíbrio é zero, e o deslocamento de equilíbrio é máximo quando a variação de pressão é zero.

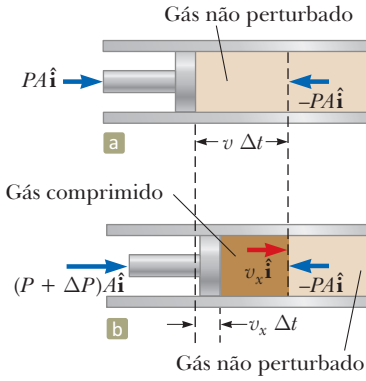


**Figura 3.3** (a) Um elemento não perturbado de gás de comprimento  $\Delta x$  em um tubo de área de seção transversal  $A$ . (b) Quando uma onda sonora se propaga através do gás, o elemento é movido para uma nova posição e tem um comprimento diferente. Os parâmetros  $s_1$  e  $s_2$  descrevem os deslocamentos das extremidades do elemento de suas posições de equilíbrio.



**Figura 3.4** (a) A amplitude de deslocamento e (b) a amplitude de pressão pela posição de uma onda senoidal longitudinal.

**Teste Rápido 3.1** Se você assoprar na parte superior de uma garrafa de refrigerante vazia, um pulso de som se propaga pelo ar na garrafa. No momento em que o pulso atinge o fundo da garrafa, qual é a descrição correta do deslocamento de elementos do ar de suas posições de equilíbrio e a pressão do ar nesse momento? (a) O deslocamento e a pressão são máximos. (b) O deslocamento e a pressão são mínimos. (c) O deslocamento é zero e a pressão é máxima. (d) O deslocamento é zero e a pressão é mínima.



**Figura 3.5** (a) Um elemento não perturbado do gás de comprimento  $v \Delta t$  em um tubo de área de seção transversal  $A$ . O elemento está em equilíbrio entre as forças em cada extremidade. (b) Quando o pistão se move para dentro com velocidade constante  $v_x$  devido a uma maior força na esquerda, o elemento também se move com a mesma velocidade.

### 3.2 Velocidade escalar de ondas sonoras

Vamos agora ampliar a discussão iniciada na Seção 3.1 para avaliar a velocidade do som em um gás. Na Figura 3.5a, considere o elemento cilíndrico de gás entre o pistão e a linha tracejada. Esse elemento do gás está em equilíbrio sob a influência de forças de igual módulo, a partir do pistão à esquerda e do resto do gás do lado direito. O módulo dessas forças é  $PA$ , onde  $P$  é a pressão do gás e  $A$ , a área da seção transversal do tubo.

A Figura 3.5b mostra a situação após um intervalo de tempo  $\Delta t$  durante o qual o pistão se move para a direita em uma velocidade constante  $v_x$  devido à força na esquerda do pistão que aumentou em módulo para  $(P + \Delta P)A$ . Até o final do intervalo de tempo  $\Delta t$ , cada parte do gás no elemento está se movendo com velocidade  $v_x$ . Isso não será verdade em geral para um elemento macroscópico do gás, mas vai se tornar realidade se reduzirmos o comprimento do elemento para um valor infinitesimal.

O comprimento do elemento não perturbado de gás é escolhido para ser  $v \Delta t$ , onde  $v$  é a velocidade do som no gás e  $\Delta t$ , o intervalo de tempo entre as configurações nas figuras 3.5a e 3.5b. Assim, no final do intervalo de tempo  $\Delta t$ , a onda sonora só vai chegar à extremidade direita do elemento cilíndrico de gás. O gás à direita do elemento não é perturbado por conta da onda de som que não chegou ainda.

O elemento do gás é modelado como um sistema não isolado em termos de momento. A força do pistão forneceu um impulso para o elemento, que, por sua vez, apresenta uma mudança na dinâmica. Portanto, podemos avaliar os dois lados do Teorema do Impulso-Momento:

$$\bar{\mathbf{I}} = \Delta \bar{\mathbf{p}} \quad (3.5)$$

À esquerda, o impulso é fornecido pela força constante, devido ao aumento da pressão sobre o pistão:

$$\bar{\mathbf{I}} = \sum \bar{\mathbf{F}} \Delta t = (A \Delta P \Delta t) \hat{\mathbf{i}}$$

A mudança de pressão  $\Delta P$  pode estar relacionada com a mudança de volume e com a velocidade  $v$  e  $v_x$  através do módulo volumétrico:

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V_i} = -B \frac{(-v_x A \Delta t)}{v A \Delta t} = B \frac{v_x}{v}$$

Portanto, o impulso se torna:

$$\bar{\mathbf{I}} = \left( AB \frac{v_x}{v} \Delta t \right) \hat{\mathbf{i}} \quad (3.6)$$

No lado direito do Teorema do Impulso-Momento, Equação 3.5, a mudança no momento do elemento de gás de massa  $m$  é a seguinte:

$$\Delta \bar{\mathbf{p}} = m \Delta \bar{\mathbf{v}} = (\rho V_i)(v_x \hat{\mathbf{i}} - 0) = (\rho v v_x A \Delta t) \hat{\mathbf{i}} \quad (3.7)$$

Substituindo as equações 3.6 e 3.7 na Equação 3.5, encontramos:

$$AB \frac{v_x}{v} \Delta t = \rho v v_x A \Delta t$$

que se reduz a uma expressão para a velocidade do som em um gás:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (3.8)$$

É interessante comparar essa expressão com a Equação 2.18 para a velocidade de ondas transversais em uma corda,  $v = \sqrt{T/\mu}$ . Em ambos os casos, a velocidade da onda depende de uma propriedade elástica do meio (módulo volumétrico

$B$  ou tensão das cordas  $T$ ) e de uma propriedade inercial do meio (densidade de volume  $\rho$  ou densidade linear  $\mu$ ). Na verdade, a velocidade de todas as ondas mecânicas segue uma expressão da forma geral:

$$v = \sqrt{\frac{\text{propriedade elástica}}{\text{propriedade inercial}}}$$

Para ondas sonoras longitudinais em uma haste de material sólido, por exemplo, a velocidade do som depende do módulo de Young  $Y$  e da densidade  $\rho$ . A Tabela 3.1 fornece a velocidade do som em diferentes materiais.

Essa velocidade também depende da temperatura do meio. Para a propagação do som através do ar, a relação entre a velocidade da onda e a temperatura do ar é:

$$v = 331 \sqrt{1 + \frac{T_C}{273}} \quad (3.9)$$

onde  $v$  está em metros/segundo, 331 m/s é a velocidade do som no ar a 0 °C, e  $T_C$  é a temperatura do ar em graus Celsius. Usando essa equação, verifica-se que, a 20 °C, a velocidade do som no ar é de aproximadamente 343 m/s.

Essa informação fornece uma maneira conveniente para estimar a distância de uma tempestade. Primeiro, conte o número de segundos entre a visão do relâmpago e a audição do trovão. Dividindo esse tempo por 3, teremos a distância aproximada do relâmpago em quilômetros, porque 343 m/s é aproximadamente  $\frac{1}{3}$  km/s. Dividindo o tempo em segundos por 5 temos a distância aproximada do relâmpago em milhas, porque a velocidade do som é de aproximadamente  $\frac{1}{5}$  mi/s.

Tendo uma expressão (Equação 3.8) para a velocidade do som, agora podemos expressar a relação entre a amplitude de pressão e a de deslocamento de uma onda sonora (Equação 3.4) por:

$$\Delta P_{\text{máx}} = B s_{\text{máx}} k = (\rho v^2) s_{\text{máx}} \left( \frac{\omega}{v} \right) = \rho v \omega s_{\text{máx}} \quad (3.10)$$

Essa expressão é um pouco mais útil que a Equação 3.4 porque a densidade de um gás está mais disponível que o módulo volumétrico.

**TABELA 3.1***Velocidade do som em vários meios*

| Meio              | $v$ (m/s) | Meio                     | $v$ (m/s) | Meio                       | $v$ (m/s) |
|-------------------|-----------|--------------------------|-----------|----------------------------|-----------|
| <b>Gases</b>      |           | <b>Líquidos a 25 °C</b>  |           | <b>Sólidos<sup>a</sup></b> |           |
| Hidrogênio (0 °C) | 1.286     | Glicerol                 | 1.904     | Vidro Pyrex                | 5.640     |
| Hélio (0 °C)      | 972       | Água do mar              | 1.533     | Ferro                      | 5.950     |
| Ar (20 °C)        | 343       | Água                     | 1.493     | Alumínio                   | 6.420     |
| Ar (0 °C)         | 331       | Mercúrio                 | 1.450     | Latão                      | 4.700     |
| Oxigênio (0 °C)   | 317       | Querosene                | 1.324     | Cobre                      | 5.010     |
|                   |           | Álcool metílico          | 1.143     | Ouro                       | 3.240     |
|                   |           | Tetracloroeto de carbono | 926       | Lucite                     | 2.680     |
|                   |           |                          |           | Chumbo                     | 1.960     |
|                   |           |                          |           | Borracha                   | 1.600     |

<sup>a</sup> Valores dados para a propagação de ondas longitudinais em meios de massa. Velocidades de ondas longitudinais em barras finas são menores, e as de ondas transversais em massa são menores ainda.

### 3.3 Intensidade das ondas sonoras periódicas

No Capítulo 2, mostramos que uma onda se propagando em uma corda tensa transporta energia, em consonância com a noção de transferência de energia por ondas mecânicas na Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Naturalmente, esperamos que as ondas sonoras também representem uma transferência de energia. Considere o elemento de gás sobre o qual o pistão agiu na Figura 3.5. Imagine que o pistão está se movendo para trás e para a frente em movimento harmônico simples de frequência angular  $\omega$ . Imagine também que o comprimento do elemento se torna muito pequeno, de maneira que o elemento inteiro se mova com a mesma velocidade do pistão. Então, podemos modelar o elemento como uma partícula na qual o pistão está fazendo trabalho. A taxa na qual o pistão está fazendo um trabalho sobre o elemento em qualquer instante de tempo é dada pela Equação 8.19 do Volume 1 desta coleção:

$$\text{Potência} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}_x$$

onde usamos *Potência* em vez de  $P$  para não confundirmos potência  $P$  com pressão  $P$ ! A força  $\vec{F}$  sobre o elemento de gás que está relacionada com a pressão e a velocidade  $\vec{v}_x$  do elemento é a derivada da função de deslocamento. Por isso encontramos:

$$\begin{aligned} \text{Potência} &= [\Delta P(x, t)A] \hat{i} \cdot \frac{\partial}{\partial t} [s(x, t) \hat{i}] \\ &= [\rho v \omega A s_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)] \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)] \right\} \\ &= \rho v \omega A s_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t) [\omega s_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t)] \\ &= \rho v \omega^2 A s_{\text{máx}}^2 \sin^2(kx - \omega t) \end{aligned}$$

Vamos, agora, encontrar a potência média de tempo durante um período de oscilação. Para qualquer valor de  $x$  dado, que podemos escolher para ser  $x = 0$ , o valor médio de  $\sin^2(kx - \omega t)$  sobre um período  $T$  é:

$$\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(0 - \omega t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{T} \left( \frac{t}{2} + \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right) \Big|_0^T = \frac{1}{2}$$

Consequentemente:

$$(\text{Potência})_{\text{média}} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A s_{\text{máx}}^2$$

Definimos a **intensidade**  $I$  de uma onda, ou a potência por unidade de área, como a taxa na qual a energia transportada pela onda se transfere através de uma unidade de área  $A$  perpendicular à direção de propagação da onda:

$$I \equiv \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{A} \quad (3.11)$$

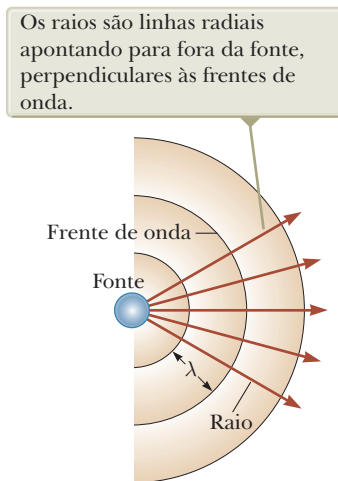
**Intensidade de uma onda sonora** ►

Nesse caso, a intensidade, portanto, é:

$$I = \frac{1}{2} \rho v (\omega s_{\text{máx}})^2$$

Assim, a intensidade de uma onda periódica de som é proporcional ao quadrado da amplitude de deslocamento e ao quadrado da frequência angular. Essa expressão também pode ser escrita em termos da amplitude da pressão  $\Delta P_{\text{máx}}$ ; nesse caso, usamos a Equação 3.10 para obter:

$$I = \frac{(\Delta P_{\text{máx}})^2}{2\rho v} \quad (3.12)$$



**Figura 3.6** Ondas esféricas emitidas por uma fonte pontual. Os arcos circulares representam as frentes de ondas esféricas que são concêntricas com a fonte.

As ondas em cordas que estudamos no Capítulo 2 são obrigadas a se mover ao longo da cadeia unidimensional, como discutido na introdução deste capítulo. As ondas sonoras que temos estudado com relação às figuras 3.1 a 3.3 e 3.5 estão limitadas a se moverem em uma dimensão ao longo do comprimento do tubo. Como mencionamos na introdução, no entanto, as ondas sonoras podem se mover através de meios em três dimensões. Então, vamos colocar uma fonte de som ao ar livre e estudar os resultados.

Considere o caso especial de uma fonte pontual emitindo ondas de som igualmente em todas as direções. Se o ar ao redor da fonte é perfeitamente uniforme, a potência sonora irradiada em todas as direções é a mesma, assim como a velocidade do som em todas as direções. O resultado dessa situação é chamado **onda esférica**. A Figura 3.6 mostra essas ondas esféricas como uma série de arcos circulares concêntricos com a fonte. Cada arco representa uma superfície sobre a qual a fase da onda é constante. Chamamos tal superfície fase constante **frente de onda**. A distância radial entre frentes de onda adjacentes, que têm a mesma fase, é o comprimento de onda  $\lambda$  da onda. As linhas radiais apontando para fora da fonte, representando a direção de propagação das ondas, são chamadas **raios**.

A potência média emitida pela fonte deve ser distribuída uniformemente ao longo de cada frente de onda esférica de área de  $4\pi r^2$ . Assim, a intensidade da onda a uma distância  $r$  da fonte é:



$$I = \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{A} = \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{4\pi r^2} \quad (3.13)$$

A intensidade diminui com o quadrado da distância da fonte. Essa lei do inverso do quadrado é uma reminiscência do comportamento de gravidade discutido no Capítulo 13 do Volume 1 desta coleção.

**Teste Rápido 3.2** Uma corda de guitarra faz um som de vibração muito pequeno se não for montada em seu corpo. Por que o som tem maior intensidade se a corda está ligada ao corpo da guitarra? **(a)** A corda vibra com mais energia. **(b)** A energia sai da guitarra em uma taxa maior. **(c)** A potência sonora é espalhada sobre uma área maior na posição do ouvinte. **(d)** A potência sonora é concentrada em uma área menor na posição do ouvinte. **(e)** A velocidade do som é maior no material do corpo da guitarra. **(f)** Nenhuma dessas respostas está correta.

### Exemplo 3.1

### Limites da audição

O som mais fraco que o ouvido humano pode detectar a uma frequência de 1.000 Hz corresponde a uma intensidade de cerca de  $1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ , chamada *limiar da audição*. O som mais alto que o ouvido humano pode tolerar nessa frequência corresponde a uma intensidade de aproximadamente  $1,00 \text{ W/m}^2$ , o *limiar da dor*. Determine as amplitudes de pressão e de deslocamento associados a esses dois limites.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Pense em um ambiente silencioso no qual você já esteve. É provável que a intensidade do som, mesmo em ambiente silencioso, seja superior ao limiar de audição.

**Categorização** Como nos são dadas as intensidades e devemos calcular as amplitudes de pressão e de deslocamento, este problema requer os conceitos discutidos nesta seção.

**Análise** Para encontrar a amplitude da variação de pressão no limiar da audição, use a Equação 3.12, sendo que a velocidade das ondas sonoras no ar é de  $v = 343 \text{ m/s}$ , e a densidade do ar é  $\rho = 1,20 \text{ kg/m}^3$ :

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{máx}} &= \sqrt{2\rho v I} \\ &= \sqrt{2(1,20 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})(1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2)} \\ &= 2,87 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Calcule a amplitude de deslocamento correspondente usando a Equação 3.10, lembrando que  $\omega = 2\pi f$  (Equação 2.9):

$$\begin{aligned} S_{\text{máx}} &= \frac{\Delta P_{\text{máx}}}{\rho v \omega} = \frac{2,87 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2}{(1,20 \text{ kg/m}^3)(343 \text{ m/s})(2\pi \times 1.000 \text{ Hz})} \\ &= 1,11 \times 10^{-11} \text{ m} \end{aligned}$$

De forma semelhante, verifica-se que o mais alto dos sons que o ouvido humano pode tolerar (o limiar da dor) corresponde a uma amplitude de pressão de  $28,7 \text{ N/m}^2$ , e que a amplitude do deslocamento é de  $1,11 \times 10^{-5} \text{ m}$ .

**Finalização** Como a pressão atmosférica é de cerca de  $10^5 \text{ N/m}^2$ , o resultado para a amplitude da pressão nos diz que o ouvido é sensível às flutuações de pressão tão pequenas quanto 3 partes em  $10^{10}$ ! A amplitude de deslocamento também é um número extremamente pequeno! Se compararmos esse resultado para  $s_{\text{máx}}$  ao tamanho de um átomo (cerca de  $10^{-10} \text{ m}$ ), vemos que o ouvido é um detector extremamente sensível das ondas sonoras.

### Exemplo 3.2

### Variações de intensidade na fonte pontual

Uma fonte pontual emite ondas de som com uma potência média de  $80,0 \text{ W}$ .

**(A)** Encontre a intensidade a  $3,00 \text{ m}$  da fonte.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine um pequeno alto-falante emitindo som a uma taxa média de  $80,0 \text{ W}$  uniformemente em todas as direções. Você está em pé, a  $3,00 \text{ m}$  de distância do alto-falante. Conforme o som se propaga, a energia das ondas de som se espalha através de uma esfera em constante expansão.

*continua*

**3.2 cont.**

**Categorização** Avaliando a intensidade das equações geradas nesta seção, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Como uma fonte pontual emite energia sob a forma de ondas esféricas, utilize a Equação 3.13 para encontrar a intensidade:

$$I = \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{4\pi r^2} = \frac{80,0 \text{ W}}{4\pi(3,00)^2} = 0,707 \text{ W/m}^2$$

Essa intensidade é próxima ao limiar de dor.

**(B)** Encontre a distância na qual a intensidade do som é de  $1,00 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$ .

**SOLUÇÃO**

Resolva para  $r$  na Equação 3.13 e utilize o valor dado por  $I$ :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{80,0 \text{ W}}{4\pi(1,00 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2)}} \\ &= 2,52 \times 10^4 \text{ m} \end{aligned}$$

**Nível de som em decibéis**

O Exemplo 3.1 ilustra a ampla gama de intensidades que o ouvido humano consegue detectar. Como essa faixa é muito ampla, é conveniente usar uma escala logarítmica, na qual o **nível do som**  $\beta$  (letra grega beta) é definida pela equação:

$$\beta \equiv 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (3.14)$$

A constante  $I_0$  é a *intensidade de referência*, considerada como estando no limiar da audição ( $I_0 = 1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ), e  $I$  é a intensidade de watts por metro quadrado que corresponde ao nível do som  $\beta$ , onde  $\beta$  é medido em **decibéis** (dB).<sup>2</sup> Nessa escala, o limiar de dor ( $I = 1,00 \text{ W/m}^2$ ) corresponde a um nível de som de  $\beta = 10 \log [(1 \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 10 \log (10^{12}) = 120 \text{ dB}$ , e o limiar de audição corresponde a  $\beta = 10 \log [(10^{-12} \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 0 \text{ dB}$ .

A exposição prolongada a altos níveis de ruído pode causar sérios danos ao ouvido humano. Protetores são recomendados sempre que os níveis de ruído forem superiores a 90 dB. Evidências recentes sugerem que a “poluição sonora” pode ser um fator contribuinte para a pressão alta, ansiedade e nervosismo. A Tabela 3.2 apresenta alguns níveis de som típicos.

**TABELA 3.2** *Nível de som*

| Fonte do som                      | $\beta$ (dB) |
|-----------------------------------|--------------|
| Avião a jato por perto            | 150          |
| Britadeira, metralhadora          | 130          |
| Sirene, show de rock              | 120          |
| Metrô, cortador de grama elétrico | 100          |
| Tráfego congestionado             | 80           |
| Aspirador de pó                   | 70           |
| Conversa normal                   | 60           |
| Mosquito zumbindo                 | 40           |
| Sussurro                          | 30           |
| Farfalhar das folhas              | 10           |
| Limiar da audição                 | 0            |

**Teste Rápido 3.3** Aumentar a intensidade de um som por um fator de 100 faz que o nível de som aumente para que valor? (a) 100 dB (b) 20 dB (c) 10 dB (d) 2 dB.

**Exemplo 3.3****Níveis de som**

Duas máquinas idênticas são posicionadas à mesma distância de um trabalhador. A intensidade do som emitido por cada máquina operando no local onde está o trabalhador é de  $2,0 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$ .

**(A)** Encontre o nível do som ouvido pelo trabalhador quando uma máquina está funcionando.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Imagine uma situação em que uma fonte de som está ativa e, em seguida, é acompanhada por uma segunda fonte idêntica, como uma pessoa falando e depois uma segunda falando ao mesmo tempo, ou um instrumento musical sendo tocado e, em seguida, sendo acompanhado por um segundo.

<sup>2</sup> A unidade *bel* foi nomeada em homenagem ao inventor do telefone, Alexander Graham Bell (1847-1922); *deci-* é o prefixo do Sistema Internacional(SI) que representa  $10^{-1}$ .

## 3.3 cont.

**Categorização** Como fomos questionados sobre nível de som, vamos realizar os cálculos com a Equação 3.14.

**Análise** Use a Equação 3.14 para calcular o nível de som no local do trabalhador com uma máquina em operação:

$$\beta_1 = 10 \log \left( \frac{2,0 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(2,0 \times 10^5) = 53 \text{ dB}$$

**(B)** Encontre o nível do som ouvido pelo trabalhador quando duas máquinas estão funcionando.

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 3.14 para calcular o nível do som na posição do trabalhador com o dobro da intensidade:

$$\beta_2 = 10 \log \left( \frac{4,0 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(4,0 \times 10^5) = 56 \text{ dB}$$

**Finalização** Esses resultados mostram que, quando a intensidade é duplicada, o nível de som aumenta em apenas 3 dB. Esse aumento de 3 dB é independente do nível de som original. (Prove isso consigo mesmo!)

**E SE?** *Volume* é uma resposta psicológica a um som. Ele depende tanto da intensidade quanto da frequência do som. Como regra geral, uma duplicação do volume é aproximadamente associada a um aumento no nível de ruído de 10 dB. (Essa regra geral é relativamente imprecisa em frequências muito baixas ou muito altas). Se o volume das máquinas neste exemplo é duplicado, quantas máquinas na mesma distância do trabalhador devem estar em execução?

**Resposta** Usando a regra geral, uma duplicação do volume corresponde a um aumento do nível de som de 10 dB. Consequentemente:

$$\begin{aligned} \beta_2 - \beta_1 &= 10 \text{ dB} = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_0} \right) - 10 \log \left( \frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right) \\ \log \left( \frac{I_2}{I_1} \right) &= 1 \rightarrow I_2 = 10 I_1 \end{aligned}$$

Portanto, dez máquinas devem estar operando para dobrar o volume.

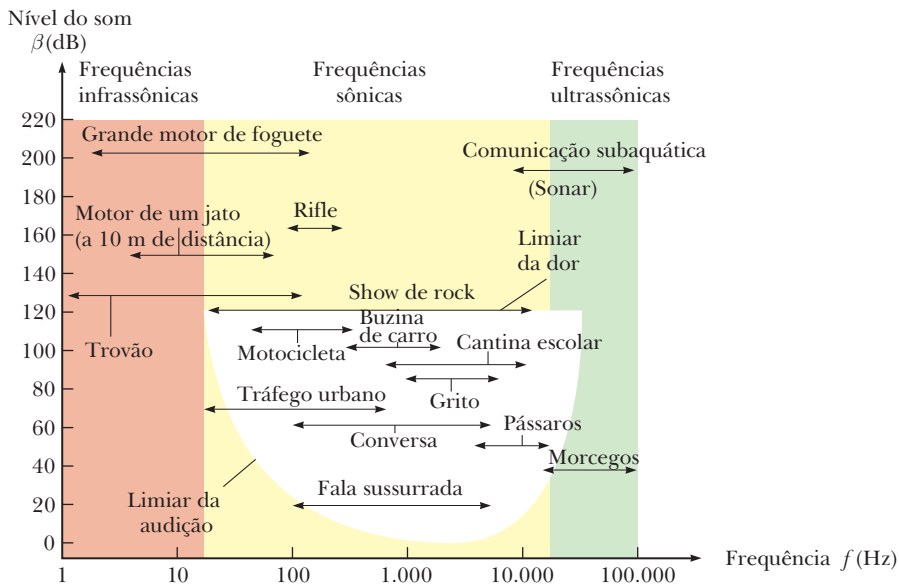
## Volume e frequência

A discussão do nível sonoro em decibéis diz respeito a uma medida *física* da força de um som. Vamos agora estender nossa discussão a partir da Seção **E Se?** do Exemplo 3.3 sobre a “medida” *psicológica* da força de um som.

Naturalmente, não temos instrumentos em nossos corpos que possam exibir valores numéricos de nossas reações aos estímulos. Portanto, temos de “calibrar” nossas reações de alguma forma, comparando sons diferentes com um som de referência, mas não é fácil de conseguir. Por exemplo, foi mencionado que a intensidade limite é de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ , correspondendo a um nível de intensidade de 0 dB. Na realidade, esse valor é o limite apenas para um som de frequência de 1.000 Hz, que é um padrão de frequência em acústica. Se realizarmos um experimento para medir a intensidade do limiar em outras frequências, encontraremos uma variação distinta desse limiar em função da frequência. Por exemplo, em 100 Hz, um som quase inaudível deve ter um nível de intensidade de cerca de 30 dB! Infelizmente, não existe uma relação simples entre as medidas físicas e “medidas” psicológicas. O som de 100 Hz, 30 dB é psicologicamente “igual” em volume a um som de 1.000 Hz, 0 dB (ambos são quase inaudíveis), mas eles não são fisicamente iguais no nível de som (30 dB  $\neq$  0 dB).

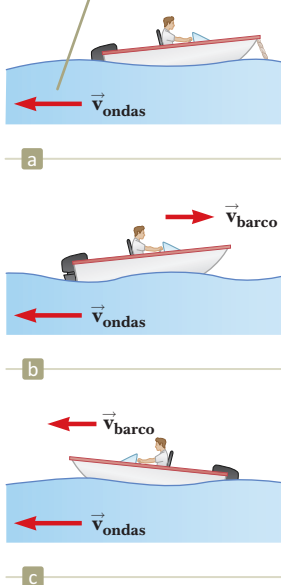
Ao utilizar sujeitos para teste, a resposta humana ao som tem sido estudada, e os resultados são mostrados na área branca da Figura 3.7 juntamente com a frequência aproximada e faixas de nível de som de outras fontes sonoras. A curva da área branca corresponde ao limiar da audição. Sua variação com a frequência é clara a partir desse diagrama. Observe que os seres humanos são sensíveis a frequências que variam de cerca de 20 Hz a 20.000 Hz. O limite superior da área branca é o limiar da dor. Aqui, o limite da área em branco aparece em linha reta, porque a resposta psicológica é relativamente independente da frequência desse nível elevado de som.

A mudança mais dramática em relação à frequência está na região inferior esquerda da área branca, para frequências baixas e níveis de intensidade baixos. Nossos ouvidos são particularmente insensíveis nessa região. Se você está ouvindo uma música e os sons graves (baixas frequências) e agudos (altas frequências) estão equilibrados em um volume alto,



**Figura 3.7** Intervalos aproximados de frequência e nível de som de várias fontes e da audição humana normal, mostrada pela área branca. (De Reese, R. L. *University Physics*. Pacific Grove: Brooks/Cole, 2000.)

Em todos os quadros, as ondas se propagam para a esquerda, e sua fonte é muito mais à direita do barco, fora do quadro da figura.



**Figura 3.8** (a) As ondas se deslocam em direção a um barco parado. (b) O barco se movendo em direção à fonte da onda. (c) O barco se afastando da fonte de onda.

tente diminuir o volume e ouvir de novo. Você provavelmente vai perceber que o baixo é muito fraco, devido à insensibilidade do ouvido para baixas frequências em níveis de som baixos, como mostrado na Figura 3.7.

### 3.4 O efeito Doppler

Você já observou como o som da sirene de um veículo muda conforme o veículo passa por você? A frequência do som que ouve quando o veículo se aproxima de você é maior que a frequência enquanto ele se move para longe. Essa experiência é um exemplo do **efeito Doppler**.<sup>3</sup>

Para ver o que causa essa aparente mudança de frequência, imagine que você esteja em um barco ancorado em um mar calmo, onde as ondas têm um período de  $T = 3,0$  s. Assim, a cada 3,0 s, uma crista atinge seu barco. A Figura 3.8a mostra essa situação, com as ondas de água se movendo para a esquerda. Se você acertar seu relógio para  $t = 0$  assim que uma crista o atingir, o relógio lê 3,0 s quando a próxima crista o atinge, 6,0 s quando a terceira crista o atinge, e assim por diante. A partir dessas observações, você conclui que a frequência da onda é  $f = 1/T = 1/(3,0 \text{ s}) = 0,33 \text{ Hz}$ . Agora, suponha que você acione seu motor e se dirija diretamente às ondas, como na Figura 3.8b. Novamente você acerta seu relógio para  $t = 0$  assim que uma crista atinge a parte frontal (proa) de seu barco. Agora, entretanto, como você está se movendo em direção à crista da onda seguinte ao mesmo tempo que ela se move em sua direção, ela o acerta em menos de 3,0 s depois do primeiro encontro. Em outras palavras, o período que você observa é menor que o de 3,0 s que observou quando estava parado. Como  $f = 1/T$ , você observa uma maior frequência de onda que quando estava em repouso.

Se der meia-volta e se mover na mesma direção das ondas (Figura 3.8c), observará o efeito oposto. Você acerta seu relógio para  $t = 0$  assim que uma crista atinge a parte de trás (popa) de seu barco. Como você agora está se afastando da próxima crista, mais de 3,0 s passam em seu relógio no momento em que se encontra com a próxima crista. E, portanto, observa uma menor frequência que quando estava em repouso.

Esses efeitos ocorrem porque a velocidade *relativa* entre o barco e as ondas depende da direção do percurso e da velocidade de seu barco. Quando você está se movendo para a direita na Figura 3.8b, a velocidade relativa é maior que a velocidade da onda, o que

leva à observação de um aumento da frequência. Quando você se vira e vai para a esquerda, a velocidade relativa é menor, como é a frequência observada das ondas na água.

<sup>3</sup> Nomeado em homenagem ao físico austríaco Christian Johann Doppler (1803-1853), que, em 1842, previu o efeito tanto para as ondas sonoras quanto para ondas de luz.

Vamos agora analisar uma situação semelhante com as ondas sonoras em que as ondas da água se tornam ondas sonoras, a água se torna o ar, e a pessoa no barco, um observador que ouve o som. Nesse caso, um observador  $O$  está se movendo e uma fonte de som  $S$  está estacionária. Por simplicidade, assumiremos que o ar também é estacionário e que o observador se move em direção à fonte (Figura Ativa 3.9). O observador se move com uma velocidade  $v_o$  em direção a uma fonte pontual estacionária ( $v_s = 0$ ), onde *estacionária* significa em repouso em relação ao meio, o ar.

Se uma fonte pontual emite ondas sonoras e o meio é uniforme, elas se movem na mesma velocidade em todas as direções radiais da fonte; o resultado é uma onda esférica, como mencionado na Seção 3.3. A distância entre as frentes de onda adjacentes é igual ao comprimento de onda  $\lambda$ . Na Figura Ativa 3.9, os círculos são as intersecções dessas frentes de onda tridimensionais com o papel bidimensional.

Consideremos a frequência da fonte na Figura Ativa 3.9  $f$ , o comprimento de onda  $\lambda$ , e a velocidade do som  $v$ . Se o observador também estivesse estacionário, ele detectaria frentes de onda com uma frequência  $f$  (isto é, quando  $v_o = 0$  e  $v_s = 0$ , a frequência observada é igual à da fonte.) Quando o observador se move em direção à fonte, a velocidade das ondas em relação ao observador é  $v' = v + v_o$ , como no caso do barco na Figura 3.8, mas o comprimento de onda  $\lambda$  é inalterado. Assim, usando a Equação 2.12,  $v = \lambda f$ , podemos dizer que a frequência  $f'$  ouvida pelo observador *aumenta* e é dada por:

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_o}{\lambda}$$

Como  $\lambda = v/f$ , podemos expressar  $f'$  como:

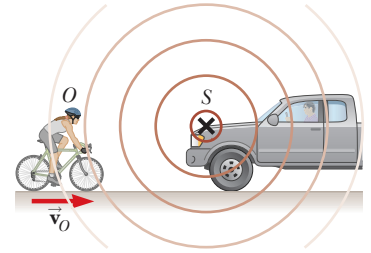
$$f' = \left( \frac{v + v_o}{v} \right) f \quad (\text{o observador se deslocando em direção à fonte}) \quad (3.15)$$

Se o observador está se movendo para longe da fonte, a velocidade da onda em relação ao observador é  $v' = v - v_o$ . A frequência ouvida pelo observador, nesse caso, é *reduzida* e dada por:

$$f' = \left( \frac{v - v_o}{v} \right) f \quad (\text{o observador se movendo para longe da fonte}) \quad (3.16)$$

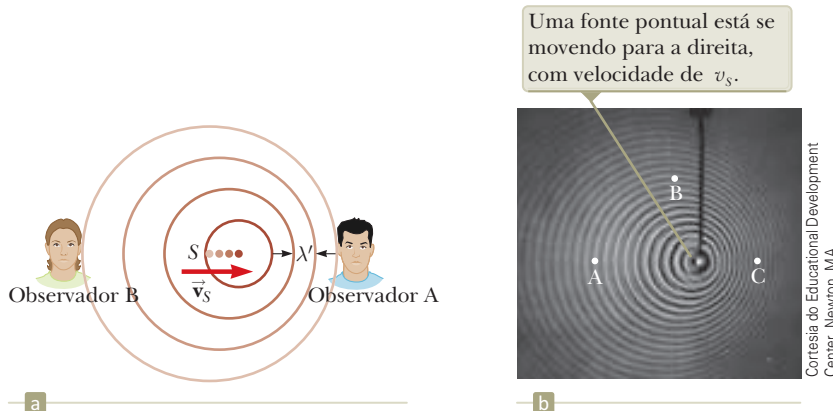
Essas duas últimas equações podem ser reduzidas a uma única através da adoção de uma convenção de sinais. Sempre que um observador se move com velocidade  $v_o$  em relação a uma fonte estacionária, a frequência ouvida pelo observador é dada pela Equação 3.15, com  $v_o$  interpretado da seguinte forma: um valor positivo é substituído por  $v_o$  quando o observador se move em direção à fonte, e um valor negativo é substituído quando ele se afasta da fonte.

Agora, suponha que a fonte esteja em movimento e o observador em repouso. Se a fonte se mover diretamente para o observador A na Figura Ativa 3.10a, cada nova onda é emitida a partir de uma posição à direita da origem da onda anterior. Como resultado, as frentes de onda ouvidas pelo observador serão mais próximas que seriam se a fonte não estivesse se movendo. (A Figura Ativa 3.10b mostra o efeito de ondas que se movem na superfície da água.) E, assim, o



**FIGURA ATIVA 3.9**

Um observador  $O$  (o ciclista) se move com velocidade de  $v_o$  em direção a uma fonte pontual estacionária  $S$ , a buzina de um caminhão estacionado. O observador ouve uma frequência  $f'$  que é maior que a da fonte.



**FIGURA ATIVA 3.10**

(a) Uma fonte  $S$  se movendo com velocidade  $v_s$  em direção ao observador estacionário A e a uma distância do observador estacionário B. O observador A ouve um aumento da frequência, e o B, uma frequência reduzida. (b) Efeito Doppler em água, observado em um tanque de ondulação. As letras mostradas na foto estão relacionadas ao Teste Rápido 3.4.

**Prevenção de Armadilhas 3.1****O efeito Doppler não depende da distância**

Algumas pessoas pensam que o efeito Doppler depende da distância entre a fonte e o observador. Embora a *intensidade* de um som varie conforme a distância muda, a *frequência* depende apenas da velocidade relativa da fonte e do observador. Conforme você ouve uma fonte se aproximando, detectará uma intensidade crescente, mas a frequência é constante. Conforme a fonte passa, você ouvirá a frequência cair de repente para um novo valor constante, e a intensidade começa a diminuir.

comprimento de onda  $\lambda'$  medido pelo observador A é menor que o comprimento de onda da fonte. Durante cada vibração, que persiste em um intervalo de tempo  $T$  (período), a fonte se move uma distância  $v_s T = v_s/f$  e o comprimento de onda é *reduzido* por esse montante. Portanto, o comprimento de onda  $\lambda'$  observado é:

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \frac{v_s}{f}$$

Como  $\lambda = v/f$ , a frequência  $f'$  ouvida pelo observador A é:

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - (v_s/f)} = \frac{v}{(v/f) - (v_s/f)}$$

$$f' = \left( \frac{v}{v - v_s} \right) f \quad (\text{fonte se movendo em direção ao observador}) \quad (3.17)$$

Ou seja, a frequência observada é *aumentada* sempre que a fonte estiver se movendo em direção ao observador.

Quando a fonte se afasta de um observador estacionário, como é o caso para o observador B na Figura Ativa 3.10a, ele mede um comprimento de onda de  $\lambda'$  que é *maior* que  $\lambda$  e ouve uma frequência *diminuída*:

$$f' = \left( \frac{v}{v + v_s} \right) f \quad (\text{Fonte se afastando do observador}) \quad (3.18)$$

Podemos expressar a relação geral para a frequência observada quando uma fonte está se movendo e o observador está em repouso pela Equação 3.17, com a mesma convenção de sinal aplicada a  $v_s$  que aquela aplicada a  $v_o$ : um valor positivo é substituído por  $v_s$  quando a fonte se move em direção ao observador, e um valor negativo é substituído quando a fonte se afasta do observador.

Finalmente, combinando as equações 3.15 e 3.17, temos a seguinte relação geral de frequência observada, que inclui as quatro condições descritas pelas equações 3.15 a 3.18:

**Expressão geral para o efeito Doppler** ►

$$f' = \left( \frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f \quad (3.19)$$

Nessa expressão, os sinais para os valores substituídos por  $v_o$  e  $v_s$  dependem da direção da velocidade. Um valor positivo é usado para o movimento do observador ou da fonte *em direção* ao outro (associado a um *aumento* na frequência observada), e um valor negativo é usado para o movimento de um *afastando-se* do outro (associada a uma *diminuição* na frequência observada).

Embora o efeito Doppler aconteça tipicamente com ondas sonoras, é um fenômeno comum a todas as ondas. Por exemplo, o movimento relativo da fonte e do observador produz um deslocamento de frequência em ondas de luz. O efeito Doppler é usado em sistemas de radar da polícia para medir as velocidades dos veículos a motor. Da mesma forma, os astrônomos o usam para determinar a velocidade das estrelas, galáxias e outros objetos celestes em relação à Terra.

**Teste Rápido 3.4** Considere detectores de ondas de água em três localidades A, B e C na Figura Ativa 3.10b. Qual das seguintes afirmações é verdadeira? **(a)** A velocidade da onda é maior na posição A. **(b)** A velocidade da onda é maior na posição C. **(c)** O comprimento de onda detectado é maior na posição B. **(d)** O comprimento de onda detectado é maior na posição C. **(e)** A frequência detectada é maior na posição C. **(f)** A frequência detectada é maior na posição A.

**Teste Rápido 3.5** Você fica em uma plataforma de uma estação e ouve um trem que se aproxima a uma velocidade constante. O que você ouve enquanto o trem se aproxima, mas antes que ele chegue? **(a)** A intensidade e a frequência do som aumentando, **(b)** A intensidade e a frequência do som diminuindo, **(c)** O aumento da intensidade e a diminuição da frequência, **(d)** A intensidade e frequência aumentando, **(e)** A intensidade e a frequência permanecendo as mesmas, **(f)** A intensidade diminuindo e a frequência permanecendo a mesma.



**Exemplo 3.4****O rádio-relógio quebrado**

Um rádio-relógio desperta você com um som constante e irritante com frequência de 600 Hz. Certa manhã, ele não funciona direito e não pode ser desligado. Frustrado, você o joga para fora da janela do dormitório do quarto andar, a 15,0 m do chão. Suponha que a velocidade do som seja de 343 m/s. Conforme você ouve o rádio-relógio caindo, qual é a frequência que ouve um pouco antes de ele bater no chão?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** A velocidade do rádio-relógio aumenta conforme cai. Portanto, é uma fonte de som se afastando de você com uma velocidade crescente, de modo que a frequência que você ouve deve ser inferior a 600 Hz.

**Categorização** Categorizamos esse problema como aquele em que combinamos o modelo de partículas sob aceleração constante para o rádio-relógio em queda com nossa compreensão da mudança de frequência do som, devido ao efeito Doppler.

**Análise** Como o rádio-relógio é modelado como partícula em aceleração constante, devido à gravidade, use a Equação 2.13 do Volume 1 desta coleção para expressar a velocidade da fonte de som:

$$(1) \quad v_s = v_{yi} + a_y t = 0 - gt = -gt$$

A partir da Equação 2.16 do Volume 1, encontre o instante em que o rádio-relógio bate no chão:

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 + 0 - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{-\frac{2y_f}{g}}$$

Substitua na Equação (1):

$$v_s = (-g)\sqrt{-\frac{2y_f}{g}} = -\sqrt{-2gy_f}$$

Use a Equação 3.19 para determinar a frequência mudada pelo efeito Doppler ouvida quando do rádio-relógio em queda:

$$f' = \left[ \frac{v + 0}{v - (-\sqrt{-2gy_f})} \right] f = \left[ \frac{v}{v + \sqrt{-2gy_f}} \right] f$$

Substitua os valores numéricos:

$$f' = \left[ \frac{343 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} + \sqrt{-2(9,80 \text{ m/s}^2)(-15,0 \text{ m})}} \right] (600 \text{ Hz})$$

$$= 571 \text{ Hz}$$

**Finalização** A frequência é menor que a real de 600 Hz, porque o rádio-relógio está se afastando de você. Se a queda ocorresse de um andar superior, de modo que ele passasse abaixo de  $y = -15,0 \text{ m}$ , ele continuaria a acelerar e a frequência continuaria a cair.

**Exemplo 3.5****Submarinos Doppler**

Um submarino (sub A) viaja através da água a uma velocidade de 8,00 m/s, emitindo uma onda de sonar a uma frequência de 1.400 hertz. A velocidade do som na água é de 1.533 m/s. Outro submarino (sub B) é localizado de tal modo que os dois estão viajando diretamente um em direção ao outro. O segundo submarino se move a 9,00 m/s.

**(A)** Qual frequência é detectada por um observador no sub B, conforme os submarinos se aproximam?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Mesmo que o problema envolva submarinos em movimento na água, há um efeito Doppler, assim como quando você está em um carro em movimento e ouvindo um som que se desloca através do ar vindo de outro carro.

**Categorização** Como ambos os submarinos estão se movendo, categorizamos esse problema como envolvendo o efeito Doppler para uma fonte em movimento e um observador em movimento.

**Análise** Use a Equação 3.19 para encontrar a frequência alterada por Doppler ouvida pelo observador no sub B, tomando cuidado com os sinais atribuídos à velocidade da fonte e do observador:

$$f' = \left[ \frac{v + v_o}{v - v_s} \right] f$$

$$f' = \left[ \frac{1.533 \text{ m/s} + (+9,00 \text{ m/s})}{1.533 \text{ m/s} - (+8,00 \text{ m/s})} \right] (1.400 \text{ Hz}) = 1.416 \text{ Hz}$$

*continua*

## 3.5 cont.

(B) Os submarinos quase se tocam e passam um pelo outro. Qual frequência é detectada por um observador no sub B, conforme os submarinos se afastam?

## SOLUÇÃO

Use a Equação 3.19 para encontrar a frequência alterada por Doppler ouvida pelo observador no sub B, sendo novamente cuidadoso com os sinais atribuídos às velocidades da fonte e do observador:

$$f' = \left( \frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f$$

$$f' = \left[ \frac{1.533 \text{ m/s} + (-9,00 \text{ m/s})}{1.533 \text{ m/s} - (-8,00 \text{ m/s})} \right] (1.400 \text{ Hz}) = 1.385 \text{ Hz}$$

**Finalização** Observe que a frequência cai de 1.416 Hz para 1.385 Hz conforme os submarinos passam. Esse efeito é semelhante à queda da frequência que você ouve quando um carro passa por você buzinando.

**E SE?** Enquanto os submarinos estão se aproximando um do outro, parte do som do sub A reflete do sub B e retorna ao sub A. Se esse som fosse detectado por um observador no sub A, qual seria sua frequência?

**Resposta** O som da frequência aparente de 1.416 Hz encontrado no item (A) é refletido de uma fonte em movimento (sub B) e, em seguida, detectado por um observador em movimento (sub A). Portanto, a frequência detectada pelo sub A é:

$$\begin{aligned} f'' &= \left( \frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f' \\ &= \left[ \frac{1.533 \text{ m/s} + (+8,00 \text{ m/s})}{1.533 \text{ m/s} - (+9,00 \text{ m/s})} \right] (1.416 \text{ Hz}) = 1.432 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Essa técnica é utilizada por policiais para medir a velocidade de um carro em movimento. As micro-ondas são emitidas a partir do carro de polícia e refletidas pelo carro em movimento. Ao detectar a frequência de deslocamento Doppler das micro-ondas refletidas, o policial pode determinar a velocidade do carro em movimento.

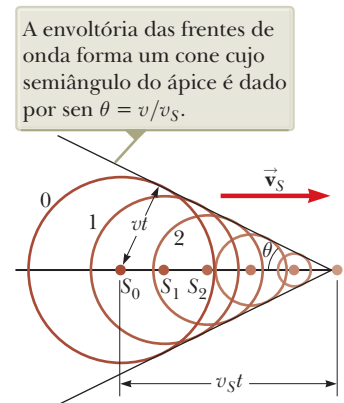
## Ondas de choque

Agora, considere o que acontece quando a velocidade  $v_s$  de uma fonte *excede* a da onda  $v$ . Essa situação é representada graficamente na Figura 3.11. Os círculos representam as frentes de ondas esféricas emitidas pela fonte em vários momentos durante seu movimento. Em  $t = 0$ , a fonte está em  $S_0$  e se movendo para a direita. Em momentos posteriores, a fonte está em  $S_1$ , e em seguida em  $S_2$ , e assim por diante. No instante  $t$ , a frente de onda centrada em  $S_0$  atinge um raio de  $vt$ . Nesse mesmo intervalo de tempo, a fonte se move uma distância  $v_s t$ . Observe na Figura 3.11 que uma linha reta pode ser traçada tangente a todas as frentes de onda geradas em vários momentos. Portanto, a envoltória das frentes de onda é um cone cujo vértice do semi-ângulo  $\theta$  (o “ângulo de Mach”) é dado por:

$$\sin \theta = \frac{vt}{v_s t} = \frac{v}{v_s}$$

A razão  $v_s/v$  é conhecida como *número de Mach*, e a frente de onda cônica produzida quando  $v_s > v$  (velocidades supersônicas) é conhecida como *onda de choque*. Uma analogia interessante para as ondas de choque são as frentes de onda em forma de V produzidas por um barco (a onda de proa) quando a velocidade do barco ultrapassa a velocidade das ondas de águas superficiais.

Aviões a jato que viajam a velocidades supersônicas produzem ondas de choque, que são responsáveis pelo alto “boom sônico” que se ouve. A onda de choque carrega uma grande quantidade de energia concentrada na superfície do cone, com grandes variações de pressão correspondentes. Essas ondas de choque são desagradáveis de



**Figura 3.11** Representação de uma onda de choque produzida quando uma fonte se move a partir de  $S_0$  para a direita com uma velocidade  $v_s$  maior que a da onda no meio  $v$ .

ouvir e podem causar danos a edifícios quando as aeronaves voam em velocidade supersônica em baixas altitudes. Na verdade, um avião voando à velocidade supersônica produz um *boom* duplo, porque duas ondas de choque são formadas, uma no nariz do avião e uma na cauda. Pessoas perto do caminho de um ônibus espacial à medida que este desliza em direção a seu ponto de aterrissagem frequentemente relatam ouvir o que soa como duas trovoadas muito próximas uma à outra.

**Teste Rápido 3.6** Um avião voando com velocidade constante se move a partir de uma massa de ar frio para uma massa de ar quente. O número de Mach **(a)** aumenta, **(b)** diminui ou **(c)** permanece o mesmo?

## Resumo

### Definições

A **intensidade** de uma onda sonora periódica, que é a potência por unidade da área, é:

$$I \equiv \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{A} = \frac{(\Delta P_{\text{máx}})^2}{2\rho v} \quad (3.11, 3.12)$$

O **nível de som** de uma onda sonora em decibéis é:

$$\beta \equiv 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (3.14)$$

A constante  $I_0$  é uma intensidade de referência, geralmente o limiar da audição ( $1,00 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ), e  $I$  é a intensidade das ondas de som em watts por metro quadrado.

### Conceitos e Princípios

As ondas sonoras são longitudinais e se propagam através de um meio compressível com velocidade que depende das propriedades elásticas e de inércia desse meio. A velocidade do som em um gás tendo um módulo volumétrico  $B$  e densidade  $\rho$  é:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (3.8)$$

Para as ondas sonoras senoidais, a variação na posição de um elemento do meio é:

$$s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t) \quad (3.1)$$

e a variação na pressão a partir do valor de equilíbrio é:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{máx}} \sin(kx - \omega t) \quad (3.2)$$

onde  $\Delta P_{\text{máx}}$  é a **amplitude de pressão**. A onda de pressão está  $90^\circ$  fora de fase com a onda de deslocamento. A relação entre  $s_{\text{máx}}$  e  $\Delta P_{\text{máx}}$  é:

$$\Delta P_{\text{máx}} = \rho v \omega s_{\text{máx}} \quad (3.10)$$

Na variação na frequência ouvida por um observador, sempre que há movimento relativo entre este e uma fonte de ondas sonoras, é chamada **efeito Doppler**. A frequência observada é:

$$f' = \left( \frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f \quad (3.19)$$

Nessa expressão, os sinais para os valores substituídos em  $v_o$  e  $v_s$  dependem da direção da velocidade. Um valor positivo para a velocidade do observador ou da fonte é substituído se a velocidade estiver na direção de um para o outro, enquanto um valor negativo representa a velocidade de um se afastando do outro.

## Perguntas Objetivas

- Uma onda sonora pode ser caracterizada como (a) uma onda transversal, (b) uma onda longitudinal, (c) uma onda transversal ou longitudinal, dependendo da natureza de sua origem, (d) que não carrega energia ou (e) uma onda que não exige um meio para ser transmitida de um lugar para o outro.
- Duas sirenes A e B estão soando de modo que a frequência de A é duas vezes a de B. Em comparação com a velocidade do som de A, a velocidade do som a partir de B é (a) duas vezes mais rápida, (b) metade da velocidade, (c) quatro vezes mais rápida, (d) um quarto da velocidade ou (e) a mesma?
- Conforme você viaja pela estrada em seu carro, uma ambulância se aproxima por trás em alta velocidade soando a sirene em uma frequência de 500 Hz. Qual afirmação é correta em relação à frequência que você ouve? (a) Inferior a 500 Hz. (b) Igual a 500 Hz. (c) Superior a 500 Hz. (d) Superior a 500 Hz, enquanto o motorista da ambulância ouve uma frequência inferior a 500 Hz. (e) Inferior a 500 Hz, enquanto o motorista da ambulância ouve uma frequência de 500 Hz.
- O que acontece com uma onda sonora que se propaga do ar para a água? (a) A intensidade aumenta. (b) O comprimento de onda diminui. (c) Sua frequência aumenta. (d) Sua frequência permanece a mesma. (e) Sua velocidade diminui.
- A Tabela 3.1 mostra que a velocidade do som é tipicamente uma ordem de grandeza maior em sólidos que em gases. A que esse valor muito maior pode ser diretamente atribuído? (a) À diferença de densidade entre sólidos e gases. (b) À diferença na compressibilidade entre sólidos e gases. (c) À dimensão limitada de um objeto sólido em relação a um gás livre. (d) À impossibilidade de manter um gás sob tensão considerável.
- Se uma fonte sonora de 1,00 kHz se move a uma velocidade de 50,0 m/s em direção a um observador, que se move a uma velocidade de 30,0 m/s em uma direção para longe da fonte, qual é a frequência aparente ouvida pelo observador? (a) 796 Hz. (b) 949 Hz. (c) 1.000 Hz. (d) 1.068 Hz. (e) 1.273 Hz.
- A duplicação da potência de uma fonte sonora emitindo uma única frequência resultará em qual aumento no nível de decibéis? (A) 0,50 dB. (b) 2,0 dB. (c) 3,0 dB. (d) 4,0 dB. (e) Acima de 20 dB.
- Suponha que uma mudança na fonte de som reduza o comprimento de onda de uma onda sonora no ar por um fator de 2. (i) O que acontece com sua frequência? (a) Aumenta por um fator de 4. (b) Aumenta por um fator de 2. (c) Permanece inalterada. (d) Diminui por um fator de 2. (e) Altera-se por um fator imprevisível. (ii) O que acontece com sua velocidade? Escolha entre as mesmas alternativas da parte (i).
- Um sino de igreja em uma torre toca uma vez. Trezentos metros na frente da igreja, a intensidade sonora máxima é de  $2 \mu\text{W/m}^2$ . A 950 m, a intensidade sonora máxima é de  $0,2 \mu\text{W/m}^2$ . Qual é a principal razão para a diferença na intensidade? (a) A maior parte do som é absorvida pelo ar antes que ele chegue muito longe da fonte. (b) A maioria do som é absorvida pelo solo, conforme se propaga para longe da fonte. (c) O sino transmite a maior parte para a frente. (d) A uma distância maior, a potência se espalha por uma área maior.
- Dos seguintes sons, qual é mais provável ter um nível de som de 60 dB? (a) Um concerto de rock. (b) O virar de uma página deste livro. (c) Uma conversação à mesa de jantar. (d) Uma multidão em um jogo de futebol.
- Uma fonte de som vibra com frequência constante. Classifique a frequência do som observada nos seguintes casos, do maior para o menor. Se duas frequências são iguais, mostre essa igualdade em sua classificação. Todas as propostas mencionadas têm a mesma velocidade de 25 m/s. (a) A fonte e o observador estão parados. (b) A fonte está se movendo em direção a um observador estacionário. (c) A fonte está se afastando de um observador estacionário. (d) O observador está se movendo em direção a uma fonte estacionária. (e) O observador se afasta de uma fonte estacionária.
- Suponha que um observador e uma fonte de som estejam em repouso em relação ao solo e um forte vento sopra da fonte em direção ao observador. (i) Que efeito tem o vento sobre a frequência observada? (a) Provoca um aumento. (b) Provoca uma diminuição. (c) Não produz nenhuma alteração. (ii) Que efeito o vento tem no comprimento de onda observado? Escolha entre as mesmas alternativas da parte (i). (iii) Que efeito tem o vento na velocidade observada da onda? Escolha entre as mesmas alternativas da parte (i).
- Um ponto transmite som em um meio uniforme. Se a distância da fonte for triplicada, como a intensidade muda? (a) Torna-se um nono da original. (b) Torna-se um terço da original. (c) Permanece inalterada. (d) Torna-se três vezes maior. (e) Torna-se nove vezes maior.
- Com um medidor de nível sonoro sensível, você mede o som de uma aranha correndo como  $-10$  dB. O que o sinal negativo implica? (a) A aranha está se afastando de você. (b) A frequência do som é demasiada baixa para ser audível aos humanos. (c) A intensidade do som é muito fraca para ser audível aos humanos. (d) Você cometeu um erro; sinais negativos não se encaixam com logaritmos.

## Perguntas Conceituais

- Como um objeto pode se mover em relação a um observador de modo que o som não seja alterado em frequência?
- O evento de Tunguska.* Em 30 de junho de 1908, um meteoro queimou e explodiu na atmosfera sobre o vale do rio Tunguska, na Sibéria, derrubando árvores ao longo de milhares de quilômetros quadrados e iniciando um incêndio na floresta, mas sem produzir nenhuma cratera nem, aparen-

temente, causar vítimas humanas. Uma testemunha sentada à porta de sua casa, fora da zona de queda das árvores, recorda dos eventos na seguinte sequência. Ela viu uma luz se movendo no céu, mais brilhante que o Sol e descendo em um ângulo pequeno em direção ao horizonte. Sentiu seu rosto ficar quente e o chão tremer. Um agente invisível a apanhou e ela caiu imediatamente, a cerca de 1 m de onde estava sentada. Ela ouviu um barulho muito alto e prolon-

gado. Sugira uma explicação para essas observações e para a ordem em que aconteceram.

- Os sistemas de radar usados pela polícia para detectar infratores de velocidade são sensíveis ao efeito Doppler de pulso de micro-ondas. Discuta como essa sensibilidade pode ser usada para medir a velocidade dos carros.
- Você está dirigindo em direção a um precipício e buzina. Haverá um efeito Doppler do som quando você ouvir o eco? Se houver, será como uma fonte em movimento ou um observador em movimento? E se a reflexão não ocorrer de um precipício, mas a partir da extremidade da frente de uma nave espacial alienígena enorme que se desloca em sua direção conforme você dirige?
- Explique como a distância de um raio pode ser determinada através da contagem de segundos entre o *flash* e o som do trovão.
- Câmeras antigas com autofoco enviam um pulso de som e medem o intervalo de tempo necessário para o pulso alcan-

çar um objeto, refletir-se nele e voltar para ser detectado. A temperatura do ar pode afetar o foco da câmera? Câmeras novas usam um sistema mais confiável de infravermelho.

- Uma amiga sentada em seu carro no final da estrada acena para você e aciona sua buzina ao mesmo tempo. Quão longe ela deve estar para que você possa calcular a velocidade do som com dois algarismos significativos através da medição do intervalo de tempo necessário para o som chegar até você?
- Como você pode determinar que a velocidade do som é a mesma para todas as frequências, ouvindo uma banda ou uma orquestra?
- Sensor sônico é um dispositivo que determina a distância até um objeto através do envio de um pulso ultrassônico de som e mede o intervalo de tempo necessário para a onda retornar pela reflexão do objeto. Em geral, esses dispositivos não podem detectar com segurança um objeto que está a menos de meio metro do sensor. Por quê?

## Problemas

ENHANCED

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

- denota problema direto;
- denota problema intermediário;
- denota problema de desafio;
- denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

*Observação:* ao longo deste capítulo, as variações de pressão  $\Delta P$  são medidas em relação à pressão atmosférica,  $1,013 \times 10^5$  Pa.

### Seção 3.1 Variações de pressão em ondas sonoras

- Uma onda sonora senoidal se move através de um meio e é descrita pela função de deslocamento de onda:

$$s(x, t) = 2,00 \cos(15,7x - 858t)$$

onde  $s$  está dado em micrômetros,  $x$  em metros e  $t$  em segundos. Encontre (a) a amplitude, (b) o comprimento da onda e (c) a velocidade da onda. (d) Determine o deslocamento instantâneo de equilíbrio dos elementos do meio na posição  $x = 0,050$  m a  $t = 3,00$  ms. (e) Determine a velocidade máxima do movimento oscilatório do elemento.

- Conforme determinada onda sonora se propaga pelo ar, produz variações de pressão (acima e abaixo da pressão atmosférica) dadas por  $\Delta P = 1,27 \sin(\pi x - 340\pi t)$  em unidades SI. Encontre (a) a amplitude das variações de pressão, (b) a frequência, (c) o comprimento da onda no ar e (d) a velocidade da onda sonora.
- Escreva uma expressão descrevendo a variação de pressão em função da posição e do tempo para uma onda sonora senoidal no ar. Suponha que a velocidade do som seja de 343 m/s,  $\lambda = 0,100$  m e  $\Delta P_{\text{máx}} = 0,200$  Pa.

### Seção 3.2 Velocidade escalar de ondas sonoras

O Problema 68 do Capítulo 2 do Volume 1 desta coleção também pode ser resolvido com esta seção.

*Observação:* no restante deste capítulo, salvo quando especificado o contrário, a densidade de equilíbrio do ar é de  $\rho = 1,20$  kg/m<sup>3</sup> e a velocidade do som no ar é de  $v = 343$  m/s. Use a Tabela 3.1 para encontrar as velocidades do som em outros meios.

- Q/C** Uma onda sonora se propaga no ar em 27 °C com frequência de 4,0 kHz. Ela passa por uma região onde a temperatura muda gradualmente e se move através do ar em 0 °C. Dê respostas numéricas às seguintes perguntas, na medida do possível, e indique seu raciocínio sobre o que acontece com a onda fisicamente. (a) O que acontece com a velocidade da onda? (b) O que acontece com sua frequência? (c) O que acontece com seu comprimento de onda?
- Q/C** Suponha que você ouça um estrondo de trovão 16,2 s depois de ver o raio associado a ele. A velocidade da luz no ar é de  $3,00 \times 10^8$  m/s. (a) Quão longe você está do raio? (b) Você precisa saber o valor da velocidade da luz para responder? Explique.
- Uma onda sonora no ar tem amplitude de pressão igual a  $4,00 \times 10^{-3}$  Pa. Calcule a amplitude de deslocamento da onda com uma frequência de 10,0 kHz.
- Um golfinho na água do mar a uma temperatura de 25 °C emite uma onda sonora direcionada para o fundo do mar a 150 m. Quanto tempo se passa antes que ele ouça um eco?
- Um pesquisador pretende gerar no ar uma onda sonora que tenha amplitude de deslocamento de  $5,50 \times 10^{-6}$  m. A amplitude de pressão deve ser limitada a 0,840 Pa. Qual é o comprimento de onda mínimo que a onda sonora pode ter?

9. O ultrassom é utilizado na medicina tanto para diagnóstico por imagem quanto para terapia. Para o diagnóstico, pulsos curtos de ultrassom são transmitidos através do corpo do paciente. Um eco refletido a partir da estrutura de interesse é gravado, e a distância para a estrutura pode ser determinada a partir do tempo de demora para o retorno desse eco. Para revelar detalhes, o comprimento de onda do ultrassom refletido deve ser pequeno comparado ao tamanho do objeto que reflete as ondas. A velocidade do ultrassom em tecidos humanos é de cerca de 1.500 m/s (quase o mesmo que a velocidade do som na água). (a) Qual é o comprimento de onda de ultrassom com uma frequência de 2,40 MHz? (b) Em todo o conjunto de técnicas de imagem, as frequências na faixa de 1,00 MHz a 20,0 MHz são usadas. Qual é a faixa de comprimentos de onda correspondentes a essa faixa de frequências?
10. Terremotos em falhas na crosta terrestre criam ondas sísmicas, que são longitudinais (ondas P) ou transversais (ondas S). As ondas P têm uma velocidade de cerca de 7 km/s. Estime o módulo volumétrico médio de crosta da Terra, dado que a densidade da rocha é de cerca de 2.500 kg/m<sup>3</sup>.

11. Um vaso é derrubado do parapeito da janela de uma altura  $d = 20,0$  m acima da calçada, como mostrado na Figura P3.11. Ele cai em direção a um homem de altura  $h = 1,75$  m que está em pé embaixo do prédio. Suponha que o homem necessite de um intervalo de tempo  $\Delta t = 0,300$  s para responder à advertência. Quão perto da calçada o vaso pode cair antes que seja tarde demais para um grito de aviso, a partir do parapeito, chegar a tempo ao homem?

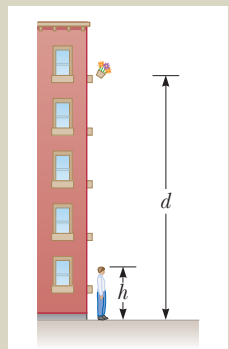


Figura P3.11  
Problemas 11 e 12.

12. **S** Um vaso é derrubado do parapeito da janela de uma altura  $d$  acima da calçada, como mostrado na Figura P3.11. Ele cai em direção a um homem de altura  $h$  que está de pé embaixo do prédio. Suponha que o homem necessite de um intervalo de tempo  $\Delta t$  para responder à advertência. Quão perto da calçada o vaso pode cair antes que seja tarde demais para um grito de aviso, a partir do parapeito, chegar a tempo ao homem? Use o símbolo  $v$  para a velocidade do som.
13. A velocidade do som no ar (em metros por segundo) depende da temperatura, de acordo com a expressão aproximada:
- $$v = 331,5 + 0,607 T_C$$
- onde  $T_C$  é a temperatura dada em Celsius. No ar seco, a temperatura diminui cerca de 1 °C a cada aumento de 150 m de altitude. (a) Suponha que essa mudança seja constante até uma altitude de 9.000 m. Que intervalo de tempo é necessário para o som de um avião voando a 9.000 metros chegar ao chão em um dia em que a temperatura é de 30 °C? (b) **E Se?** Compare sua resposta com o intervalo de tempo necessário se o ar estivesse uniformemente a 30 °C. Que intervalo de tempo é mais longo?
14. **S** Uma onda sonora se move como um cilindro na Figura Ativa 3.2. Mostre que a variação de pressão da onda é des-

crita por  $\Delta P = \pm \rho v \omega \sqrt{s_{\text{máx}}^2 - s^2}$ , onde  $s = s(x, t)$  é dado pela Equação 3.1.

15. **Q/C** Um martelo atinge uma extremidade de uma espessa grade de ferro de comprimento 8,50 m. Um microfone situado no extremo oposto do trilho detecta dois pulsos de som, um que se propaga através do ar e uma onda longitudinal que atravessa o trilho. (a) Que pulso alcança primeiro o microfone? (b) Encontre o intervalo de tempo entre as chegadas dos dois pulsos.
16. Um avião de resgate voa horizontalmente a uma velocidade constante em busca de um barco quebrado. Quando o avião está diretamente acima do barco, os tripulantes buzina bem alto. Até o momento em que o detector de som localiza o som, o avião percorreu uma distância igual à metade de sua altura acima do oceano. Supondo que demore 2,00 s para o som chegar ao avião, determine (a) a velocidade do avião e (b) sua altitude.
17. Um *cowboy* está em pé em um terreno horizontal entre penhascos paralelos e verticais, mas não a meio caminho entre os penhascos. Ele dispara um tiro e ouve seus ecos. O segundo eco chega 1,92 s após o primeiro, e 1,47 s antes do terceiro. Considere que apenas o som se propaga paralelo ao chão e reflete entre os paredões. (a) Qual é a distância entre os penhascos? (b) **E Se?** Se ele ouvir o quarto eco, quanto tempo após o terceiro ele chega?

### Seção 3.3 Intensidade das ondas sonoras periódicas

18. A área de um tímpano normal é de cerca de  $5,00 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>. (a) Calcule a potência média de som incidente em um tímpano no limiar da dor, que corresponde a uma intensidade de 1,00 W/m<sup>2</sup>. (b) Quanta energia é transferida para o tímpano exposto a esse som por 1,00 min?
19. Calcule o nível de som (em decibéis) de uma onda sonora que tem uma intensidade de 4,00  $\mu$ W/m<sup>2</sup>.
20. A onda de som de uma sirene de polícia tem intensidade de 100,0 W/m<sup>2</sup> em certo ponto; uma segunda onda de uma ambulância por perto tem um nível de intensidade 10 dB maior que a da sirene de polícia no mesmo ponto. Qual é o nível da onda sonora devido à ambulância?
21. A potência de um alto-falante é 6,00 W. Suponha que ele transmita igualmente em todas as direções. (a) A que distância do alto-falante uma pessoa deve estar para que o som seja doloroso para o ouvido? (b) A que distância do alto-falante o som é quase inaudível?
22. Conforme as pessoas cantam na igreja, o nível de som em qualquer lugar ali dentro é de 101 dB. Nenhum som é transmitido através das paredes maciças, mas todas as janelas e portas estão abertas em uma manhã de verão. Sua área total é de 22,0 m<sup>2</sup>. (a) Quanta energia sonora é irradiada através das janelas e portas em 20,0 min? (b) Suponha que o terreno seja um bom refletor e irradie o som da igreja de modo uniforme em todas as direções, horizontal e ascendente. Encontre o nível sonoro a 1,00 km de distância.
23. Uma pessoa usa aparelho auditivo que aumenta uniformemente o nível de som de todas as frequências audíveis em 30,0 dB. O aparelho capta o som com uma frequência de 250 Hz, com intensidade de  $3,0 \times 10^{-11}$  W/m<sup>2</sup>. Qual é a intensidade que chega ao tímpano?
24. A intensidade do som a uma distância de 16 m de um gerador barulhento é de 0,25 W/m<sup>2</sup>. Qual é a intensidade do som a uma distância de 28 metros do gerador?



25. A intensidade de uma onda sonora a uma distância fixa de um alto-falante que vibra a 1,00 kHz é 0,600 W/m<sup>2</sup>. (a) Determine a intensidade resultante se a frequência for aumentada para 2,50 kHz, enquanto uma amplitude de deslocamento constante é mantida. (b) Calcule a intensidade se a frequência for reduzida para 0,500 kHz e a amplitude de deslocamento, dobrada.
26. **S** A intensidade de uma onda sonora a uma distância fixa de um alto-falante que vibra a uma frequência  $f$  é  $I$ . (a) Determine a intensidade resultante se a frequência for aumentada para  $f'$ , enquanto uma amplitude de deslocamento constante é mantida. (b) Calcule a intensidade se a frequência for reduzida para  $f/2$  e a amplitude de deslocamento, dobrada.
27. A melodia vocal mais alta é a da *Missa*, de Johann Sebastian Bach em B Menor. Em uma seção, os baixos, tenores, contraltos e sopranos levam a melodia de um Ré baixo a um Lá alto. Em tom de concerto, as notas são atribuídas às frequências de 146,8 Hz e 880,0 Hz. Encontre os comprimentos de onda (a) da nota inicial e (b) da nota final. Suponha que o coro cante a melodia com um nível uniforme de som de 75,0 dB. Encontre as amplitudes de pressão (c) da nota inicial e (d) da nota final. Encontre as amplitudes de deslocamento (e) da nota inicial e (f) da nota final.
28. **S** Mostre que a diferença entre os níveis de decibéis  $\beta_1$  e  $\beta_2$  de um som está relacionada com a razão das distâncias  $r_1$  e  $r_2$  da fonte sonora por:

$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \log \left( \frac{r_1}{r_2} \right)$$

29. O nível de som a uma distância de 3,00 m de uma fonte é de 120 dB. A que distância está o nível de som em (a) 100 dB e (b) 10,0 dB?
30. Dois pequenos alto-falantes emitem ondas sonoras de diferentes frequências igualmente em todas as direções. O alto-falante A tem uma potência de 1,00 mW, e o B, de 1,50 mW. Determine o nível de som (em decibéis) no ponto C na Figura P3.30 supondo que (a) apenas o alto-falante A emita som, (b) somente o alto-falante B emita som e (c) os dois emitam som.

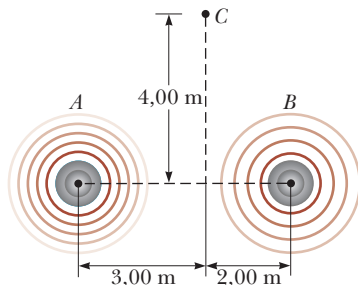


Figura P3.30

31. **M** Um fogo de artifício é detonado muitos metros acima do solo. A uma distância de  $d_1 = 500$  m da explosão, a pressão acústica atinge um máximo de  $\Delta P_{\text{máx}} = 10,0$  Pa (Figura P3.31). Suponha que a velocidade do som seja constante em 343 m/s em toda a atmosfera sobre a região considerada, que o solo absorve todo o som caindo sobre ele e que o ar absorve a energia do som pela razão de 7,00 dB/km. Qual é o nível de som (em decibéis) a uma distância de  $d_2 = 4,00 \times 10^3$  m da explosão?

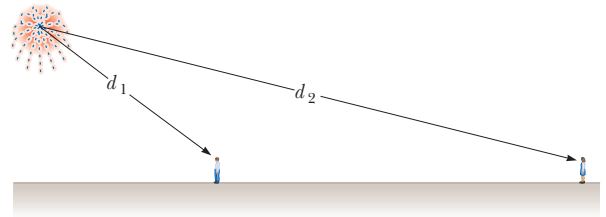


Figura P3.31

32. Por que a seguinte situação é impossível? É cedo em uma manhã de sábado e, para seu descontentamento, seu vizinho começa a cortar o gramado. Enquanto você tenta voltar a dormir, seu vizinho do outro lado também começa a cortar a grama com um cortador idêntico à mesma distância. Essa situação incomoda muito, porque o som total tem agora o dobro do que tinha quando era apenas um vizinho cortando a grama.
33. **M** Um show popular sobre gelo é realizado em uma arena fechada. Os patinadores se apresentam com a música com nível de 80,0 dB. Esse nível é muito alto para seu bebê, que grita a 75,0 dB. (a) Que intensidade sonora total cerca você? (b) Qual é o nível do som combinado?
34. Um fogo de artifício explode a uma altura de 100 m acima do solo. Um observador no solo diretamente sob a explosão sofre uma intensidade média de  $7,00 \times 10^{-2}$  W/m<sup>2</sup> por 0,200 s. (a) Qual é a quantidade total de energia transferida para fora do local da explosão de som? (b) Qual é o nível de som (em decibéis) ouvido pelo observador?

### Seção 3.4 O efeito Doppler

35. Uma ambulância em movimento a 42 m/s faz a sirene soar na frequência é de 450 Hz. Um carro está se movendo na mesma direção da ambulância, a 25 m/s. Qual a frequência que uma pessoa dentro do carro ouve (a) conforme a ambulância se aproxima do carro e (b) depois que a ambulância passa o carro?
36. **GP** O submarino A viaja horizontalmente a 11,0 m/s pelo oceano. Ele emite um sinal de sonar de frequência  $f = 5,27 \times 10^3$  Hz para a frente. Outro submarino B está na frente do A e viaja a 3,00 m/s em relação à água na mesma direção. Um tripulante do submarino B usa seu equipamento para detectar as ondas de som (*pings*) do submarino A. Queremos determinar o que é ouvido pelo tripulante no submarino B. (a) Um observador em qual submarino detecta uma frequência de  $f'$  como descrito pela Equação 3.19? (b) Na Equação 3.19, o sinal de  $v_s$  deve ser positivo ou negativo? (c) Na Equação 3.19, o sinal de  $v_o$  deve ser positivo ou negativo? (d) Na Equação 3.19, qual velocidade do som deve ser usada? (e) Encontre a frequência do som detectada pelo tripulante do submarino B.
37. Um motorista viaja na direção norte em uma rodovia a uma velocidade de 25,0 m/s. Um carro de polícia, viajando ao sul a uma velocidade de 40,0 m/s, aproxima-se com a sirene produzindo um som com frequência de 2.500 Hz. (a) Qual a frequência que o motorista observa conforme o carro de polícia se aproxima? (b) Qual a frequência que o condutor detecta depois que o carro da polícia passa por ele? (c) Repita (a) e (b) para o caso em que o carro da polícia está atrás do motorista e viaja ao norte.
38. Quando partículas carregadas de alta energia se movem através de um meio transparente, com uma velocidade superior à da luz nesse meio, uma onda de choque, ou onda em arco, de luz é produzida. Esse fenômeno é chamado

*efeito Cerenkov.* Quando um reator nuclear é protegido por um grande reservatório de água, radiação Cerenkov pode ser vista como um brilho azul nos arredores do núcleo do reator, devido à alta velocidade dos elétrons se movendo através da água. Em um caso específico, a radiação Cerenkov produz uma frente de onda com um ápice de semiângulo de  $53,0^\circ$ . Calcule a velocidade dos elétrons na água. A velocidade da luz na água é  $2,25 \times 10^8$  m/s.

- 39. Revisão.** Um bloco com um alto-falante parafusado a ele está ligado a uma mola com constante de mola de  $k = 20,0$  N/m e oscila conforme mostrado na Figura P3.39. A massa total do bloco com o alto-falante é  $5,00$  kg, e a amplitude de movimento desse aparelho é  $0,500$  m. O alto-falante emite ondas sonoras de frequência de  $440$  Hz. Determine (a) a maior e (b) a menor frequência ouvida pela pessoa à direita do alto-falante. (c) Se o nível máximo de som ouvido pela pessoa é  $60,0$  dB, quando o alto-falante está em sua menor distância  $d = 1,00$  m dela, qual é o nível sonoro mínimo ouvido pelo observador?

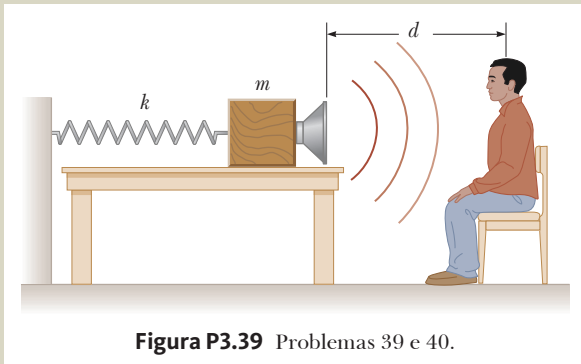


Figura P3.39 Problemas 39 e 40.

- 40. S Revisão.** Um bloco com um alto-falante parafusado a ele está ligado a uma mola com constante de mola  $k$  e oscila conforme mostrado na Figura P3.39. A massa total do bloco com o alto-falante é  $m$  e a amplitude de movimento desse aparelho é  $A$ . O alto-falante emite ondas sonoras de frequência  $f$ . Determine (a) a maior e (b) a menor frequência ouvida pela pessoa à direita do alto-falante. (c) Se o nível máximo de som ouvido pela pessoa é  $\beta$ , quando o alto-falante está em sua menor distância  $d$  dela, qual é o nível sonoro mínimo ouvido pelo observador?
- 41.** Estando em uma faixa de pedestres, você ouve uma frequência de  $560$  Hz da sirene de uma ambulância que se aproxima. Depois que a ambulância passa, a frequência observada da sirene é de  $480$  Hz. Determine a velocidade da ambulância a partir dessas observações.
- 42.** Por que a seguinte situação é impossível? Nos Jogos Olímpicos de Verão, o atleta corre a uma velocidade constante por um caminho em linha reta, enquanto um espectador perto da pista emite uma nota em uma buzina com uma frequência fixa. Quando o atleta passa pela buzina, ele ouve a frequência cair pelo intervalo musical chamado uma terceira menor. Ou seja, a frequência que ele ouve cai para cinco sextos de seu valor original.
- 43.** Os pais, à espera do nascimento de seu filho, estão entusiasmados para escutar os batimentos cardíacos do bebê, revelados por um detector de ultrassom que produz bips de som audível em sincronia com os batimentos cardíacos fetais. Suponha que a parede ventricular do feto se mova em movimento harmônico simples com amplitude de  $1,80$  mm e frequência de  $115$  batimentos por minuto. (a) Encontre a velocidade linear máxima da parede do coração. Supo-

nha que uma fonte montada no detector em contato com o abdômen da mãe produza um som de  $2.000.000,0$  Hz, que se propaga através do tecido a  $1,50$  km/s. (b) Encontre a variação máxima da frequência entre o som que chega à parede do coração do bebê e o emitido pela fonte. (c) Encontre a variação máxima da frequência entre o som refletido recebida pelo detector e o emitido pela fonte.

- 44. Revisão.** Um diapasão de  $512$  Hz cai do repouso e acelera a  $9,80$  m/s<sup>2</sup>. Quanto abaixo estará o diapasão do ponto de lançamento quando as ondas de frequência  $485$  Hz chegarem ao ponto de lançamento?
- 45. M** Um jato supersônico viajando a Mach 3,00, a uma altitude de  $h = 20.000$  m, está diretamente sobre uma pessoa no momento  $t = 0$ , como mostrado na Figura P3.45. Suponha que a velocidade média do som no ar seja de  $335$  m/s ao longo do caminho do som. (a) Em que momento a pessoa vai encontrar a onda de choque devido ao som emitido em  $t = 0$ ? (b) Onde o avião vai estar quando esta onda de choque for ouvida?

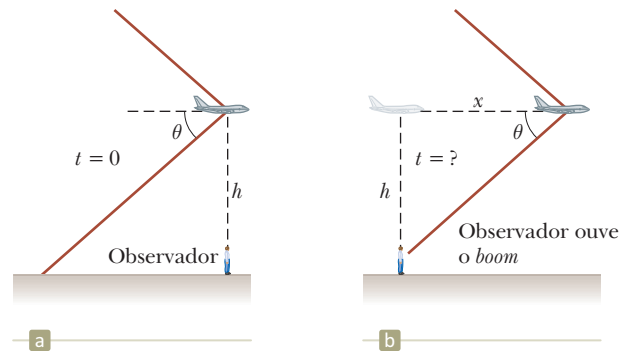


Figura P3.45

### Problemas Adicionais

- 46.** A maior nota escrita e publicada por um cantor foi Fá sustenido acima de C alto,  $1,480$  kHz, para Zerbina, na versão original da ópera de Richard Strauss *Ariadne auf Naxos*. (a) Encontre o comprimento de onda do som no ar. (b) Suponha que as pessoas na quarta fileira de assentos ouvissem essa nota com nível de  $81,0$  dB. Encontre a amplitude de deslocamento do som. (c) E se? Em resposta às reclamações, Strauss, depois, transpôs a nota para F acima de C alto,  $1,397$  kHz. O comprimento de onda mudou por qual incremento?
- 47.** Uma rodovia interestadual foi construída no meio de um bairro na cidade. Na parte da tarde, o nível de som em um apartamento naquele bairro é de  $80,0$  dB, porque até cem carros passam pela rodovia por minuto. Tarde da noite, o fluxo de tráfego é de apenas cinco carros por minuto. Qual é o nível sonoro médio nesse período?
- 48.** Suponha que um alto-falante de  $150$  W transmita som igualmente em todas as direções e produzindo um nível de  $103$  dB a uma distância de  $1,60$  m de seu centro. (a) Encontre a potência de saída de som. Se um vendedor afirma que o alto-falante é avaliado em  $150$  W, ele está se referindo à entrada de energia elétrica máxima do falante. (b) Encontre a eficiência do alto-falante, ou seja, a fração da energia de entrada que é convertida em potência útil.
- 49.** Caminhões que transportam lixo para o aterro sanitário da cidade formam uma procissão quase constante em uma estrada rural, todos viajando a  $19,7$  m/s na mesma direção. Dois caminhões chegam ao aterro a cada  $3$  min. Um ciclista também está viajando em direção ao aterro, a  $4,47$  m/s.

(a) Com que frequência os caminhões passam o ciclista? (b) **E se?** Uma colina não diminui a velocidade dos caminhões, mas faz que a velocidade do ciclista fora de forma caia para 1,56 m/s. Qual é a frequência com que os caminhões passam o ciclista agora?

50. A tensão de tração em uma barra de cobre espessa é de 99,5% de seu ponto elástico de quebra de  $13,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ . Se uma onda de som de 500 Hz é transmitida através do material, (a) que amplitude de deslocamento fará que a barra se quebre? (b) Qual é a velocidade máxima dos elementos de cobre nesse momento? (c) Qual é a intensidade do som na barra?
51. **Q/C Revisão.** Um flutuador de 150 g se move com  $v_1 = 2,30 \text{ m/s}$  em uma faixa de ar em direção a um flutuador de 200 g inicialmente fixo, conforme mostrado na Figura P3.51. Os flutuadores sofrem uma colisão completamente inelástica e travam juntos ao longo de um intervalo de tempo de 7,00 ms. Um estudante sugere que cerca de metade da diminuição da energia mecânica do sistema dos dois flutuadores é transferida para o ambiente na forma de som. Essa sugestão é razoável? Para avaliar a ideia, encontre o nível sonoro em uma posição de 0,800 m dos flutuadores. Se a ideia do aluno não é razoável, sugira uma melhor.

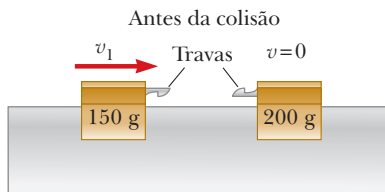


Figura P3.51

52. **Q/C** Ondas esféricas de 45,0 centímetros de comprimento de onda se propagam para fora a partir de uma fonte pontual. (a) Explique como a intensidade a uma distância de 240 centímetros se compara com a intensidade a uma distância de 60,0 cm. (b) Explique como a amplitude a uma distância de 240 centímetros se compara com a amplitude a uma distância de 60,0 cm. (c) Explique como a fase da onda a uma distância de 240 centímetros se compara com a fase de 60,0 centímetros no mesmo momento.
53. Uma viatura de polícia está viajando para o leste a 40,0 m/s ao longo de uma estrada reta, ultrapassando um carro antes de ele se mover para leste, a 30,0 m/s. A viatura tem uma sirene que está com mau funcionamento, travada a 1.000 Hz. (a) Qual seria o comprimento de onda no ar do som da sirene se a viatura da polícia estivesse em repouso? (b) Qual é o comprimento de onda na frente da viatura? (c) Qual seria o comprimento de onda atrás dela? (d) Qual é a frequência ouvida pelo motorista que está sendo perseguido?
54. **Q/C** Um grande conjunto de arquibancadas de futebol desocupadas tem assentos e degraus sólidos. Você fica no campo, na frente da arquibancada e bate fortemente uma vez usando duas tábuas de madeira. O pulso de som que você produz não tem frequência definida nem comprimento de onda. O som que você ouve refletido da arquibancada tem uma frequência de identificação e pode parecer como um toque rápido de trompete, apito ou vuvuzela. (a) Explique o que esse som representa. Calcule as estimativas de ordem de grandeza para (b) a frequência, (c) o comprimento de onda e (d) a duração do som com base nos dados que você especificar.
55. **Q/C** Um morcego, se movendo a 5,00 m/s, está perseguindo um inseto voando. Se o morcego emite um pio de

40,0 kHz e recebe de volta um eco de 40,4 kHz, (a) qual é a velocidade do inseto? (b) Será que o morcego é capaz de capturá-lo? Explique.

56. **Q/C** Considere a seguinte função de onda em unidades SI:

$$\Delta P(r, t) = \left( \frac{25,0}{r} \right) \sin(1,36r - 2.030t)$$

Explique como essa função de onda pode ser aplicada a uma onda irradiando de uma fonte pequena, com  $r$  sendo a distância radial a partir do centro da fonte para qualquer ponto fora dela. Dê a descrição mais detalhada da onda que você conseguir. Inclua respostas a perguntas como as seguintes e dê valores representativos para todas as quantidades que podem ser avaliadas. (a) A onda se move mais para a direita ou para a esquerda? (b) Conforme ela se afasta da fonte, o que acontece com sua amplitude? (c) Sua velocidade? (d) Sua frequência? (e) Seu comprimento de onda? (f) Sua potência? (g) Sua intensidade?

57. **M** Para medir sua velocidade, um paraquedista carrega um alarme que emite um tom constante de 1.800 Hz. Um amigo no local do pouso, diretamente abaixo, escuta o som amplificado. Suponha que o ar esteja calmo e que a velocidade do som seja independente da altitude. Enquanto o paraquedista está caindo a uma velocidade terminal, seu amigo no chão recebe ondas de frequência de 2.150 Hz. (a) Qual é a velocidade de descida do paraquedista? (b) **E Se?** Suponha que o paraquedista possa ouvir o som da buzina refletida no chão. Qual a frequência que ele recebe?

58. **M** Dois navios estão se movendo ao longo de uma linha leste (Figura P3.58). O navio competidor tem velocidade relativa a um ponto de observação terrestre de  $v_1 = 64,0 \text{ km/h}$ , e o líder, de  $v_2 = 45,0 \text{ km/h}$  com relação àquele ponto. Os dois navios estão em uma região do oceano onde a corrente está se movendo para oeste de maneira uniforme, a  $v_{\text{corrente}} = 10,0 \text{ km/h}$ . O barco competidor transmite um sinal de sonar a uma frequência de 1.200,0 Hz através da água. Que frequência é monitorada pelo líder?

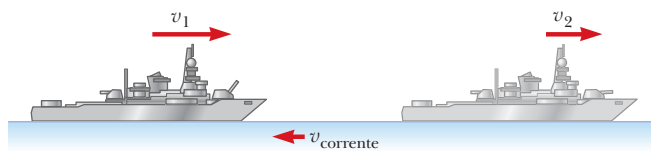


Figura P3.58

59. **Revisão.** Para certo tipo de aço, a deformação é sempre proporcional à tensão com o módulo de Young  $20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ . O aço tem densidade de  $7,86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Ele falhará, dobrando permanentemente, se submetido a tensões de compressão maiores que seu limite de elasticidade  $\sigma_y = 400 \text{ MPa}$ . Uma barra de 80,0 centímetros de comprimento, feita desse aço, é disparada a 12,0 m/s em linha reta diretamente em uma parede muito rígida. (a) A velocidade de uma onda unidimensional compressional movendo a haste é dada por  $v = \sqrt{Y/\rho}$ , onde  $Y$  é o módulo de Young para a barra e  $\rho$  a densidade. Calcule essa velocidade. (b) Após a extremidade dianteira da barra bater na parede e parar, sua extremidade traseira continua se movendo, como descrito pela Primeira Lei de Newton, até que seja parada por excesso de pressão em uma onda sonora que se move para trás através da barra. Qual é o intervalo de tempo decorrido antes de a extremidade traseira da barra receber a mensagem de que deve parar? (c) Quanto a

extremidade traseira da barra se moveu nesse intervalo de tempo? Encontre (d) a tensão e (e) a deformação na barra. (f) Se não falhar, qual é a velocidade de impacto máximo que uma barra pode ter em termos de  $\sigma_y$ ,  $Y$  e  $\rho$ ?

60. **Q/C** A velocidade de uma onda unidimensional compressional se propagando ao longo de uma barra fina de cobre é 3,56 km/s. Um forte golpe é dado em uma de suas extremidades. Um ouvinte na outra extremidade da barra escuta o som duas vezes, transmitido através do metal e pelo ar, com um intervalo de tempo  $\Delta t$  entre os dois pulsos. (a) Qual som chega primeiro? (b) Encontre o comprimento da barra em função de  $\Delta t$ . (c) Encontre o comprimento da barra, se  $\Delta t = 127$  ms. (d) Imagine que a barra de cobre seja substituída por outro material através do qual a velocidade do som é  $v_r$ . Qual é o comprimento da barra, em termos de  $t$  e  $v_r$ ? (e) A resposta da parte (d) irá para um limite bem definido assim como a velocidade do som na barra vai para o infinito? Justifique sua resposta.

61. **M** Com métodos experimentais específicos, é possível produzir e observar em uma barra longa e fina tanto uma onda transversal, cuja velocidade depende principalmente da tensão na barra, quanto longitudinal, cuja velocidade é determinada pelo módulo de Young e a densidade do material, que é obtida pela expressão  $v = \sqrt{Y/\rho}$ . A onda transversal pode ser modelada como uma onda em uma corda esticada. Uma barra de metal, de 150 cm de comprimento, tem raio de 0,200 cm e uma massa de 50,9 g. O módulo de Young para o material é  $6,80 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>. Qual deve ser a tensão na haste se a razão entre a velocidade das ondas longitudinais e a velocidade das ondas transversais for de 8,00?

62. Três barras de metal são colocadas umas em relação às outras como mostrado na Figura P3.62, onde  $L_1 + L_2 = L_3$ . A velocidade do som em uma barra é dada por  $v = \sqrt{Y/\rho}$ , onde  $Y$  é o módulo de Young para a barra e  $\rho$ , a densidade. Os valores de densidade e módulo de Young para os três materiais são  $\rho_1 = 2,70 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $Y_1 = 7,00 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>;  $\rho_2 = 11,3 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $Y_2 = 1,60 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>;  $\rho_3 = 8,80 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>;  $Y_3 = 11,0 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>. Se  $L_3 = 1,50$  m, qual deve ser a razão  $L_1/L_2$  se uma onda de som percorrer o comprimento das barras 1 e 2 no mesmo intervalo de tempo necessário para a onda para percorrer o comprimento da barra 3?

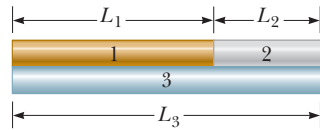


Figura P3.62

63. Um grande meteoro entra na atmosfera da Terra a uma velocidade de 20,0 km/s e não é significativamente retardado antes de entrar no oceano. (a) Qual é o ângulo de Mach da onda de choque do meteoro na atmosfera mais baixa? (b) Se assumirmos que o meteoro sobrevive ao impacto com a superfície do oceano, qual é o ângulo (inicial) de Mach que a onda de choque do meteoro produz na água?

### Problemas de Desafio

64. **S** Na Seção 3.2, derivamos a velocidade do som em um gás, utilizando o Teorema do Impulso-Momento aplicado ao cilindro de gás na Figura 3.5. Vamos obter a velocidade do som em um gás utilizando uma abordagem diferente, com base no elemento de gás da Figura 3.3. Proceda da seguinte maneira: (a) desenhe um diagrama de força para esse elemento mostrando as forças exercidas sobre as superfícies da esquerda e da direita, devido à pressão do gás em ambos os lados do elemento, (b) ao aplicar a Segunda Lei de Newton para o elemento, mostre que:

$$-\frac{\partial(\Delta P)}{\partial x} A \Delta x = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

(c) substituindo  $\Delta P = -(B \partial s / \partial x)$  (Equação 3.3), derive a equação da onda seguinte para som:

$$\frac{B}{\rho} \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

(d) para um físico matemático, essa equação demonstra a existência de ondas sonoras e determina sua velocidade. Como estudante de Física, você deve dar mais um ou dois passos. Substitua na equação de onda a tentativa de solução  $s(x, t) = s_{\text{máx}} \cos(kx - \omega t)$ . Mostre que essa função satisfaz a equação de onda, desde que  $\omega/k = v = \sqrt{B/\rho}$ .

65. A equação Doppler apresentada no livro é válida quando o movimento entre o observador e a fonte ocorrer em uma linha reta, de modo que ambos estejam se movendo em direção diretamente convergente ou diretamente divergente. Se essa restrição é relaxada, deve-se usar a equação Doppler mais geral:

$$f' = \left( \frac{v + v_o \cos \theta_o}{v - v_s \cos \theta_s} \right) f$$

onde  $\theta_o$  e  $\theta_s$  são definidos na Figura P3.65a. Use a equação anterior para resolver o seguinte problema. Um trem se move a uma velocidade constante de  $v = 25,0$  m/s em direção ao cruzamento mostrado na Figura P3.65b. Um carro está parado perto do cruzamento, a 30,0 m dos trilhos. O apito do trem emite uma frequência de 500 Hz quando ele está a 40,0 metros do cruzamento. (a) Qual é a frequência ouvida pelos passageiros no carro? (b) Se o trem emite esse som contínuo e o carro permanece parado nessa posição muito tempo antes que o trem chegue até muito tempo depois que ele sai, que intervalo de frequências os passageiros no carro ouvem? (c) Suponha que o carro está, estupidamente, tentando chegar mais rápido que o trem no cruzamento e se movendo a 40,0 m/s na direção dos trilhos. Quando o carro estiver a 30,0 m dos trilhos e o trem a 40,0 metros do cruzamento, qual é a frequência ouvida pelos passageiros no carro agora?

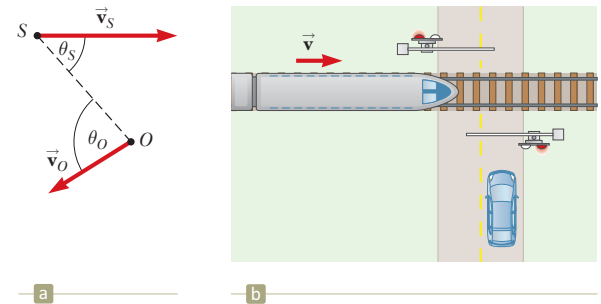


Figura P3.65

66. **S** A Equação 3.13 afirma que a uma distância  $r$  de uma fonte pontual com a potência  $(\text{Potência})_{\text{média}}$ , a intensidade da onda é

$$I = \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{4\pi r^2}$$

Estude a Figura Ativa 3.10 e prove que à distância  $r$  na frente de uma fonte pontual com potência  $(\text{Potência})_{\text{média}}$  se movendo em velocidade constante  $v_s$  a intensidade da onda é:

$$I = \frac{(\text{Potência})_{\text{média}}}{4\pi r^2} \left( \frac{v - v_s}{v} \right)$$



# Superposição e ondas estacionárias

- 4.1 Modelo de análise: ondas em interferência
- 4.2 Ondas estacionárias
- 4.3 Modelo de análise: ondas sob condições limite
- 4.4 Ressonância
- 4.5 Ondas estacionárias em colunas de ar
- 4.6 Ondas estacionárias em barras e membranas
- 4.7 Batimentos: interferência no tempo
- 4.8 Padrões de onda não senoidal

**O modelo de onda foi apresentado nos dois capítulos anteriores.**

Vimos que ondas são muito diferentes de partículas. Uma partícula tem tamanho zero, enquanto uma onda tem um tamanho característico: seu comprimento de onda. Outra diferença importante entre ondas e partículas é que podemos explorar a possibilidade de duas ou mais ondas combinarem em um ponto no mesmo meio. Partículas podem ser combinadas para formar corpos alongados, mas devem estar em locais *diferentes*; em contraste, duas ondas podem estar presentes no mesmo local. As ramificações dessa possibilidade são exploradas neste capítulo.

Quando ondas são combinadas em sistemas com condições limite, somente algumas frequências permitidas podem existir, e dizemos que as frequências são *quantificadas*. Quantização é uma noção que está no centro da Mecânica Quântica, um assunto que será apresentado formalmente no Capítulo 6 do Volume 4 desta coleção. Ali, mostraremos que a análise de ondas sob condições limite explica muitos dos fenômenos quânticos. Neste capítulo, usaremos quantização para entender o comportamento de um grande grupo de instrumentos musicais que são baseados em cordas e colunas de ar.

Também consideraremos a combinação de ondas com frequências diferentes. Quando duas ondas sonoras com quase a mesma frequência interferem, ouvimos variações no volume chamadas *batimentos*. Finalmente, discutiremos como qualquer onda periódica não senoidal pode ser descrita como uma soma das funções seno e cosseno.



O mestre do blues, B.B. King, usa as ondas estacionárias nas cordas. Ele muda para notas mais altas na guitarra apertando as cordas contra a palheta no braço, encurtando os comprimentos das porções das cordas que vibram. (Astrid Stawiarz/Getty Images)

## 4.1 Modelo de análise: ondas em interferência

Muitos fenômenos interessantes de ondas na natureza não podem ser descritos por uma única onda progressiva. Em vez disso, esses fenômenos devem ser analisados em termos de uma combinação de ondas progressivas. Conforme mencionado na introdução, há uma diferença notável entre ondas e partículas, pois as primeiras podem ser combinadas no *mesmo* local no espaço. Para analisar tais combinações de ondas, devemos usar o **princípio de superposição**.

### Princípio de superposição ►

Se duas ou mais ondas progressivas se propagam por um meio, o valor resultante da função de onda em qualquer ponto é a soma algébrica dos valores das funções de onda das ondas individuais.

Ondas que obedecem a esse princípio são chamadas *ondas lineares*. No caso de ondas mecânicas, as lineares são geralmente caracterizadas por ter amplitudes muito menores que seus comprimentos de onda. Ondas que violam o princípio de superposição são chamadas *ondas não lineares* e, frequentemente, são caracterizadas por amplitudes grandes. Neste livro, lidaremos somente com ondas lineares.

#### Prevenção de Armadilhas 4.1

##### As ondas interferem de fato?

No uso popular, o termo *interferir* significa que um agente afeta uma situação de maneira que impede alguma coisa de acontecer. Por exemplo, no futebol americano, *interferência de passe* quer dizer que um jogador de defesa afetou o receptor de modo que ele não consegue pegar a bola. Esse uso é muito diferente daquele envolvido na Física, em que ondas passam uma pela outra e interferem, mas não afetam uma à outra de qualquer outro modo. Em Física, interferência é semelhante à noção de *combinação*, conforme descrita neste capítulo.

Uma consequência do princípio de superposição é que duas ondas progressivas podem passar uma pela outra sem ser destruída ou alterada. Por exemplo, quando dois pedregulhos são jogados em um lago e batem na superfície em locais diferentes, as ondas circulares que se expandem na superfície nos dois locais simplesmente passam uma pela outra sem nenhum efeito permanente. Esse padrão complexo resultante pode ser visto como duas séries independentes de círculos em expansão.

A Figura Ativa 4.1 é uma representação gráfica da superposição de dois pulsos. A função de onda para o pulso se movendo para a direita é  $y_1$ , e para o pulso se movendo para a esquerda é  $y_2$ . Os pulsos têm a mesma velocidade, mas formatos diferentes, e o deslocamento dos elementos do meio é na direção positiva  $y$  para os dois pulsos. Quando as ondas se sobrepõem (Figura Ativa. 4.1b), a função de onda para as ondas complexas resultantes é dada por  $y_1 + y_2$ . Quando os picos dos pulsos coincidem (Figura Ativa. 4.1c), a onda resultante dada por  $y_1 + y_2$  tem maior amplitude que aquela dos pulsos individuais. Os dois pulsos finalmente se separam e continuam a se mover em suas direções originais (Figura Ativa. 4.1d). Note que os formatos dos pulsos permanecem inalterados após a interação, como se nunca tivessem se encontrado!

A combinação de ondas separadas na mesma região do espaço para produzir uma onda resultante é chamada **interferência**. Para os dois pulsos mostrados na Figura Ativa 4.1, o deslocamento dos elementos do meio é na direção positiva  $y$  para ambos, e o pulso resultante (criado quando os pulsos individuais se sobrepõem) exibe uma amplitude maior que aquela de qualquer um deles individualmente. Como os deslocamentos causados pelos dois pulsos são na mesma direção, referimo-nos a sua superposição como **interferência construtiva**.

### Interferência construtiva ►

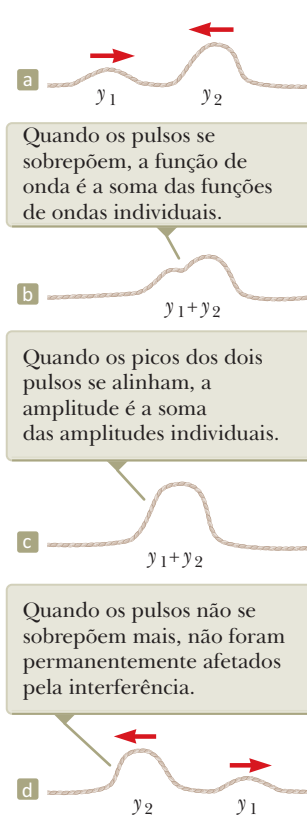
Considere agora dois pulsos viajando em direções opostas em uma corda esticada, na qual um é invertido em relação ao outro, como ilustrado na Figura Ativa 4.2. Quando esses pulsos começam a se sobrepor, o pulso resultante é dado por  $y_1 + y_2$ , mas os valores da função  $y_2$  são negativos. Novamente, os dois pulsos passam um pelo outro; no entanto, como os deslocamentos causados por eles são em direções opostas, referimo-nos à superposição deles como **interferência destrutiva**.

### Interferência destrutiva ►

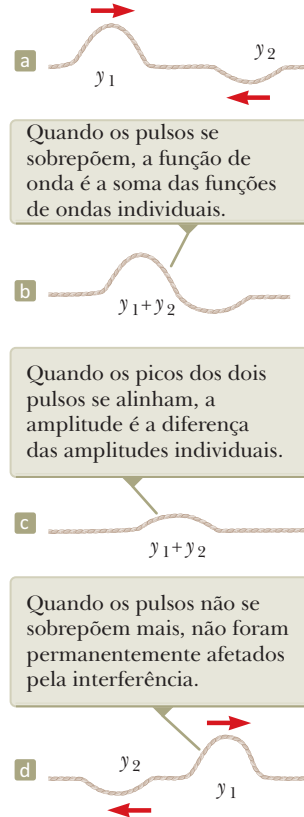
O princípio de superposição é o ponto central do modelo de análise chamado **ondas em interferência**. Em muitas situações, tanto em acústica quanto em óptica, ondas se combinam de acordo com esse princípio e exibem fenômenos interessantes com aplicações práticas.

**Teste Rápido 4.1** Dois pulsos se propagam em direções opostas em uma corda e são idênticos em formato, exceto que um tem deslocamentos positivos dos elementos da corda e o outro, deslocamentos negativos. No instante em que os dois pulsos se sobrepõem completamente na corda, o que acontece? (a) A energia associada com os pulsos desaparece. (b) A corda não se move. (c) A corda forma uma linha reta. (d) Os pulsos desapareceram e não vão reaparecer.



**FIGURA ATIVA 4.1**

Interferência construtiva. Dois pulsos positivos se propagam, em uma corda esticada em direções opostas e se sobrepõem.

**FIGURA ATIVA 4.2**

Interferência destrutiva. Dois pulsos, um positivo e um negativo, propagam-se em uma corda esticada em direções opostas e se sobrepõem.

## Superposição de ondas senoidais

Vamos aplicar o princípio de superposição a duas ondas senoidais se propagando na mesma direção em um meio linear. Se duas ondas estão se propagando para a direita e têm a mesma frequência, comprimento de onda e amplitude, mas fases diferentes, podemos expressar suas funções de ondas individuais como:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

onde, como sempre,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega = 2\pi f$ , e  $\phi$  é a constante de fase, conforme discutido na Seção 2.2. Então, a função de onda resultante  $y$  é:

$$y = y_1 + y_2 = A [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \phi)]$$

Para simplificar essa expressão, usamos a identidade trigonométrica:

$$\sin a + \sin b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Fazendo  $a = kx - \omega t$  e  $b = kx - \omega t + \phi$ , descobrimos que a função de onda resultante  $y$  é reduzida para:

$$y = 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

◀ **Resultado de duas ondas senoidais progressivas**

Esse resultado tem vários aspectos importantes. A função de onda resultante  $y$  também é senoidal e tem a mesma frequência e comprimento de onda que as ondas individuais, porque a função seno incorpora os mesmos valores de  $k$  e  $\omega$

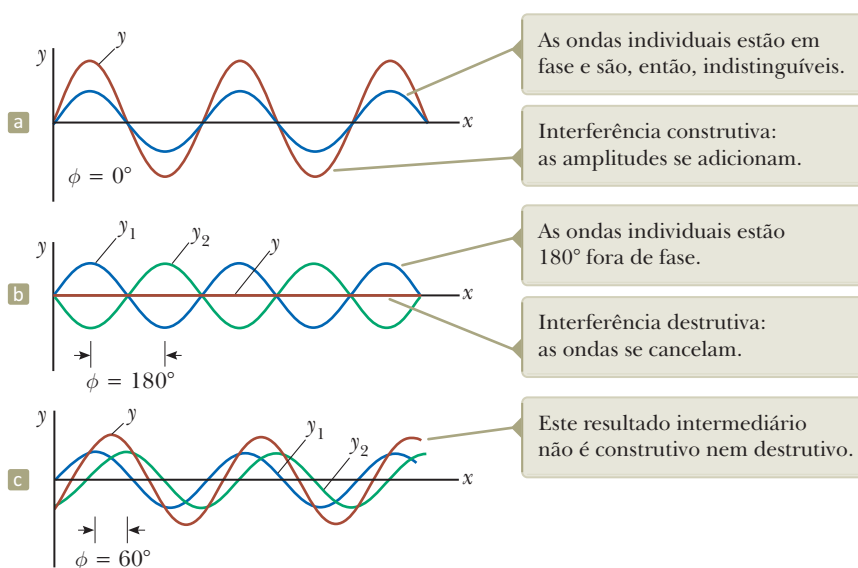
que aparecem nas funções de ondas originais. A amplitude da onda resultante é  $2A \cos(\phi/2)$ , e sua fase é  $\phi/2$ . Se a constante de fase  $\phi$  é igual a 0,  $\cos(\phi/2) = \cos 0 = 1$ , e a amplitude da onda resultante é  $2A$ , o dobro da amplitude das ondas individuais. Nesse caso, os picos das duas ondas estão no mesmo local no espaço, e se diz que as ondas estão *em fase* em todos os lugares e, portanto, interferem construtivamente. As ondas individuais  $y_1$  e  $y_2$  se combinam para formar a curva vermelho-amarronzada  $y$  de amplitude  $2A$  mostrada na Figura Ativa 4.3a. Como as ondas individuais estão em fase, são indistinguíveis na Figura Ativa 4.3a, onde aparecem como uma única curva azul. Em geral, a interferência construtiva ocorre quando  $\cos(\phi/2) = \pm 1$ . Isso é verdadeiro, por exemplo, quando  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  rad, ou seja, quando  $\phi$  é um múltiplo *par* de  $\pi$ .

Quando  $\phi$  é igual a  $\pi$  rad ou a qualquer múltiplo *ímpar* de  $\pi$ ,  $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ , e os picos de uma onda ocorrem nas mesmas posições que os vales da segunda onda (Figura Ativa 4.3b). Então, como consequência da interferência destrutiva, a onda resultante tem amplitude *zero* em qualquer lugar, como mostrado pela linha vermelho-amarronzada na Figura Ativa 4.3b. Finalmente, quando a constante de fase tem valor arbitrário diferente de 0 ou um número inteiro múltiplo de  $\pi$  rad (Figura Ativa 4.3c), a onda resultante tem uma amplitude cujo valor fica entre 0 e  $2A$ .

No caso mais geral, em que as ondas têm o mesmo comprimento de onda, mas amplitudes diferentes, os resultados são semelhantes, com as seguintes exceções. No caso em fase, a amplitude das ondas resultantes não é o dobro daquela de uma onda única e, sim, a soma das amplitudes de duas ondas. Quando as ondas estão  $\pi$  rad fora de fase, elas não se cancelam completamente, como na Figura Ativa 4.3b. O resultado é uma onda cuja amplitude é a diferença nas amplitudes das ondas individuais.

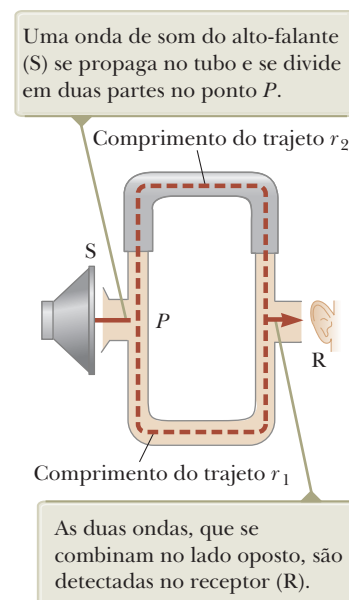
## Interferência de ondas sonoras

Um aparelho simples para demonstrar a interferência de ondas sonoras é ilustrado na Figura 4.4. O som de um alto-falante S é enviado para um tubo no ponto P, onde há uma junção T. Metade da energia sonora se propaga em uma direção, e a outra na direção oposta. Portanto, as ondas sonoras que chegam ao receptor R podem se propagar ao longo de qualquer um dos dois trajetos. A distância ao longo de qualquer trajeto do alto-falante para o receptor é chamada **comprimento do trajeto**  $r$ . Esse comprimento do trajeto inferior  $r_1$  é fixo, mas o superior  $r_2$  pode ser variado deslizando-se o tubo em forma de U, que é parecido com aquele de um trombone de vara. Quando a diferença nos comprimentos de trajeto  $\Delta r = |r_2 - r_1|$  é zero ou algum número inteiro múltiplo do comprimento de onda  $\lambda$  (isto é,  $\Delta r = n\lambda$ , onde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ), as duas ondas alcançando o receptor em qualquer instante estão em fase e interferem construtivamente, como mostrado na Figura Ativa 4.3a. Para esse caso, a intensidade máxima do som é detectada no receptor. Se o comprimento do trajeto  $r_2$  é ajustado de modo que a diferença de trajeto  $\Delta r = \lambda/2, 3\lambda/2, \dots, n\lambda/2$  (para  $n$  ímpar), as duas ondas estão exatamente  $\pi$  rad, ou  $180^\circ$ , fora de fase no receptor e, então, cancelam uma à outra. Nesse caso de



**FIGURA ATIVA 4.3**

A superposição de duas ondas idênticas  $y_1$  e  $y_2$  (azul e verde, respectivamente) para resultar em uma onda resultante (vermelho-amarronzada).



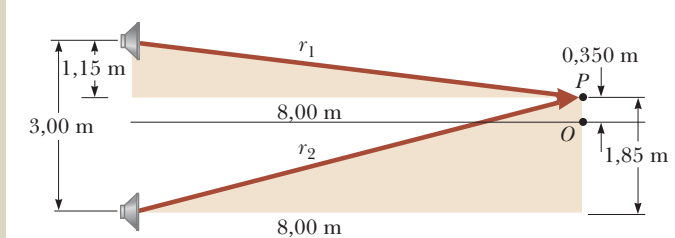
**Figura 4.4** Sistema acústico para demonstrar a interferência de ondas sonoras. O comprimento superior do trajeto  $r_2$  pode ser variado deslizando a seção superior.

interferência destrutiva, nenhum som é detectado no receptor. Esse experimento simples demonstra que uma diferença de fase pode surgir entre duas ondas geradas pela mesma fonte quando ambas percorrem trajetórias de comprimentos desiguais. Esse fenômeno importante será indispensável em nossa investigação da interferência de ondas de luz no Capítulo 3 do Volume 4 desta coleção.

### Exemplo 4.1

### Dois alto-falantes acionados pela mesma fonte

Dois alto-falantes idênticos colocados a 3,00 m um do outro são acionados pelo mesmo oscilador (Figura 4.5). Um ouvinte está originalmente no ponto  $O$ , localizado a 8,00 m do centro da linha, conectando os dois alto-falantes. O ouvinte se move para um ponto  $P$ , que está a uma distância perpendicular de 0,350 m de  $O$ , e ouve a *primeira mínima* na intensidade do som. Qual é a frequência do oscilador?



**Figura 4.5** (Exemplo 4.1) Dois alto-falantes idênticos emitem ondas sonoras para um ouvinte em  $P$ .

### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Na Figura 4.4, uma onda sonora entra em um tubo e é, então, *acusticamente* dividida em dois trajetos diferentes antes de se recombinar na outra extremidade. Neste exemplo, um sinal representando o som é dividido *eletricamente* e enviado para dois alto-falantes diferentes. Depois de deixar os alto-falantes, as ondas sonoras se recombinaem na posição do ouvinte. Apesar da diferença como a divisão ocorre, a discussão sobre a diferença de trajeto relacionada à Figura 4.4 pode ser aplicada aqui.

**Categorização** Como as ondas sonoras de duas fontes separadas se combinam, aplicamos o modelo de análise de ondas em interferência.

**Análise** A Figura 4.5 mostra o arranjo físico dos alto-falantes, junto com dois triângulos retos sombreados que podem ser desenhados com base nos comprimentos descritos no problema. A primeira mínima ocorre quando as duas ondas chegando ao ouvinte no ponto  $P$  estão  $180^\circ$  fora de fase, ou seja, quando a diferença de trajeto  $\Delta r$  entre elas é igual a  $\lambda/2$ .

A partir dos triângulos sombreados, encontre os comprimentos de trajeto dos alto-falantes até o ouvinte:

$$r_1 = \sqrt{(8,00 \text{ m})^2 + (1,15 \text{ m})^2} = 8,08 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{(8,00 \text{ m})^2 + (1,85 \text{ m})^2} = 8,21 \text{ m}$$

Então, a diferença de trajeto é  $r_2 - r_1 = 0,13 \text{ m}$ . Como essa diferença de trajeto deve ser igual a  $\lambda/2$  para a primeira mínima,  $\lambda = 0,26 \text{ m}$ .

Para obter a frequência do oscilador, use a Equação 2.12,  $v = \lambda f$ , onde  $v$  é a velocidade do som no ar, 343 m/s:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343 \text{ m/s}}{0,26 \text{ m}} = 1,3 \text{ kHz}$$

**Finalização** Este exemplo nos permite compreender por que os fios do alto-falante em um sistema de som devem ser conectados corretamente. Quando não o são – isto é, quando o fio positivo (ou vermelho) é conectado ao terminal negativo (ou preto) em um dos alto-falantes, e o outro é conectado corretamente – diz-se que os alto-falantes estão “fora de fase”, com um alto-falante se movendo para fora, enquanto o outro se move para dentro. Em consequência, a onda de som vindo de um alto-falante interfere destrutivamente na onda vinda do outro no ponto  $O$  na Figura 4.5. Uma região de rarefação devido a um alto-falante é superposta a uma região de compressão do outro. Embora os dois sons provavelmente não se cancelem completamente (porque os sinais estéreos da esquerda e da direita normalmente não são idênticos), uma perda significativa de qualidade de som ocorre no ponto  $O$ .

**E SE?** E se os alto-falantes fossem conectados fora de fase? O que aconteceria no ponto  $P$  na Figura 4.5?

**Resposta** Nessa situação, a diferença de trajeto de  $\lambda/2$  combina com uma diferença de fase de  $\lambda/2$  devido à fiação incorreta para dar uma diferença de fase inteira de  $\lambda$ . Como resultado, as ondas estão em fase e há uma intensidade *máxima* no ponto  $P$ .

## 4.2 Ondas estacionárias

As ondas sonoras do par de alto-falantes do Exemplo 4.1 saem deles na direção para a frente, e consideramos a interferência em um ponto na frente dos alto-falantes. Suponha que os viremos de forma que fiquem um de frente para o outro



**Figura 4.6** Dois alto-falantes idênticos emitem ondas sonoras na direção um do outro. Quando se sobrepõem, ondas idênticas se propagando em direções opostas se combinam para formar ondas estacionárias.

e, então, emitam som da mesma frequência e amplitude. Nessa situação, duas ondas idênticas se propagam em direções opostas no mesmo meio da Figura 4.6. Essas ondas se combinam de acordo com aquelas no modelo de interferência.

Podemos analisar uma dessas situações considerando funções de ondas para duas ondas senoidais transversais tendo a mesma amplitude, frequência e comprimento de onda, mas se propagando em direções opostas no mesmo meio:

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t) \quad y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

onde  $y_1$  representa uma onda se propagando na direção positiva  $x$ , e  $y_2$  representa outra se propagando na direção negativa  $x$ . A adição dessas duas funções dá a função de onda resultante  $y$ :

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

Quando usamos a identidade trigonométrica  $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$ , esta expressão é reduzida para:

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t \quad (4.1)$$

A Equação 4.1 representa a função de onda de uma **onda estacionária**, que, como aquela na corda mostrada na Figura 4.7, é um padrão de oscilação *com um traço estacionário* que resulta da superposição de duas ondas idênticas se propagando em direções opostas.

Note que a Equação 4.1 não contém uma função de  $kx - \omega t$ . Portanto, não é uma expressão para uma onda progressiva única. Quando você observa uma onda estacionária, o sentido do movimento não é na direção de propagação de qualquer uma das ondas originais. Comparando a Equação 4.1 com a Equação 1.6, vemos que ela descreve um tipo especial de movimento harmônico simples. Cada elemento do meio oscila em movimento harmônico simples com a mesma frequência angular  $\omega$  (de acordo com o fator  $\cos \omega t$  na equação). No entanto, a amplitude do movimento harmônico simples de um elemento (dado pelo fator  $2A \sin kx$ , o coeficiente da função cosseno) depende da localização  $x$  do elemento no meio.

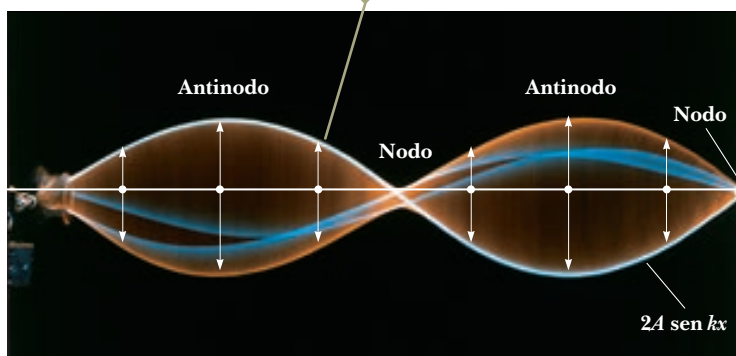
Se você conseguir encontrar um telefone sem fio com um fio em espiral conectando o conjunto de mão à unidade de base, verá a diferença entre uma onda estacionária e uma progressiva. Estique o fio enrolado e lhe dê um leve toque com um dedo. Você verá um pulso se propagando ao longo do fio. Agora, balance o conjunto de mão para cima e para baixo e ajuste a frequência do balanço até que todas as espirais no fio estejam se movendo para cima ao mesmo tempo e depois para baixo. Essa é uma onda estacionária, formada pela combinação de ondas se movendo para longe de sua mão e refletidas da base em direção a sua mão. Note que não há um sentido de propagação ao longo da corda como havia para o pulso. Você só vê o movimento para cima e para baixo dos elementos do fio.

#### Prevenção de Armadilhas 4.2

##### Três tipos de amplitude

Aqui precisamos distinguir cuidadosamente entre **amplitude das ondas individuais**, que é  $A$ , e **amplitude do movimento harmônico simples dos elementos do meio**, que é  $2A \sin kx$ . Certo elemento em uma onda estacionária vibra dentro dos limites da função *envoltória*  $2A \sin kx$ , onde  $x$  é a posição daquele elemento no meio. Tal vibração contrasta com as ondas senoidais progressivas, onde todos os elementos oscilam com a mesma amplitude e a mesma frequência, e a amplitude  $A$  das ondas é a mesma que a amplitude  $A$  do movimento harmônico simples dos elementos. Além disso, podemos identificar a **amplitude da onda estacionária** como  $2A$ .

A amplitude da oscilação vertical de qualquer elemento da corda depende da posição horizontal do elemento. Cada elemento vibra dentro dos limites da função envoltória  $2A \sin kx$ .



**Figura 4.7** Fotografia *multiflash* de uma onda estacionária em uma corda. O comportamento do deslocamento vertical no tempo a partir do equilíbrio de um elemento individual da corda é dado por  $\cos \omega t$ . Isto é, cada elemento vibra a uma frequência angular  $\omega$ .

A Equação 4.1 mostra que a amplitude do movimento harmônico simples de um elemento do meio tem um valor mínimo de zero quando  $x$  satisfaz a condição  $\sin kx = 0$ , ou seja, quando:

$$kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

Como  $k = 2\pi/\lambda$ , esses valores para  $kx$  resultam em:

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.2) \quad \blacktriangleleft \text{Posições dos nodos}$$

Esses pontos de amplitude zero são chamados **nodos**.

O elemento do meio com o *maior* deslocamento de equilíbrio possível tem uma amplitude de  $2A$ , que definimos como a amplitude da onda estacionária. As posições no meio onde ocorre esse deslocamento máximo são chamadas **antinodos**, que estão localizados em posições onde a coordenada  $x$  satisfaz a condição  $\sin kx = \pm 1$ ; isto é, quando:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

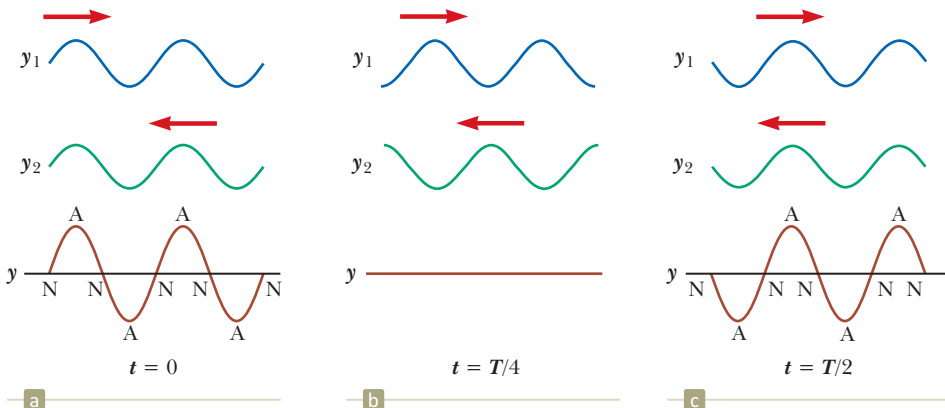
Portanto, as posições dos antinodos são dadas por:

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots = \frac{n\lambda}{4} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (4.3) \quad \blacktriangleleft \text{Posições dos antinodos}$$

Dois nodos e dois antinodos são rotulados na onda estacionária na Figura 4.7. A curva azul-clara rotulada  $2A \sin kx$  na Figura 4.7 representa um comprimento de onda das ondas progressivas que se combinam para formar a onda estacionária. A Figura 4.7 e as equações 4.2 e 4.3 fornecem os seguintes aspectos importantes das localizações de nodos e antinodos:

A distância entre antinodos adjacentes é igual a  $\lambda/2$ .  
 A distância entre nodos adjacentes é igual a  $\lambda/2$ .  
 A distância entre um nodo e um antinodo adjacente é  $\lambda/4$ .

Padrões de onda dos elementos do meio produzidos em diversos momentos por duas ondas progressivas transversais se movendo em direções opostas são mostrados na Figura Ativa 4.8. As curvas azul e verde são os padrões de onda para as ondas progressivas individuais, e as curvas vermelho-amarronzadas são os padrões de onda para a onda estacionária resultante. Em  $t = 0$  (Figura Ativa 4.8a), as duas ondas progressivas estão em fase, dando um padrão de onda onde cada elemento do meio está em repouso e experimenta um deslocamento de equilíbrio máximo. Um quarto de período depois, em  $t = T/4$  (Figura Ativa 4.8b), as ondas progressivas se moveram um quarto de um comprimento de onda (uma para a direita e a outra para a esquerda). Nesse momento, as ondas progressivas estão fora de fase, e cada elemento do meio está passando pela posição de equilíbrio em seu movimento harmônico simples. O resultado é deslocamento zero para os elementos em todos os valores de  $x$ ; ou seja, o padrão de onda é uma linha reta. Em  $t = T/2$  (Figura Ativa 4.8c), as ondas progressivas estão em fase novamente, produzindo um padrão de onda que é invertido em relação ao padrão  $t = 0$ . Na onda estacionária, os elementos do meio se alternam no tempo entre os extremos mostrados nas figuras ativas 4.8a e 4.8c.



**FIGURA ATIVA 4.8**

Padrões de ondas estacionárias produzidos em diversos instantes por duas ondas de amplitude igual se propagando em direções opostas. Para a onda resultante  $y$ , os nodos (N) são pontos de zero deslocamento, e os antinodos (A) são pontos de deslocamento máximo.

**Teste Rápido 4.2** Considere as ondas na Figura Ativa 4.8 como ondas em uma corda esticada. Defina a velocidade dos elementos da corda como positiva se eles se movem para cima na figura. (i) No momento em que a corda tem o formato mostrado pela curva vermelho-amarronzada, na Figura Ativa 4.8a, qual é a velocidade instantânea dos elementos ao longo da corda? (a) Zero para todos os elementos. (b) Positiva para todos os elementos. (c) Negativa para todos os elementos. (d) Varia com a posição do elemento. (ii) Das mesmas possibilidades, no instante em que a corda tem o formato mostrado pela curva vermelho-amarronzada na Figura Ativa 4.8b, qual é a velocidade instantânea dos elementos ao longo da corda?

### Exemplo 4.2

### Formação de uma onda estacionária

Duas ondas se propagando em direções opostas produzem uma onda estacionária. As funções de ondas individuais são:

$$y_1 = 4,0 \sin(3,0x - 2,0t)$$

$$y_2 = 4,0 \sin(3,0x + 2,0t)$$

onde  $x$  e  $y$  são medidos em centímetros e  $t$  em segundos.

(A) Encontre a amplitude do movimento harmônico simples do elemento do meio localizado em  $x = 2,3$  cm.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** As ondas descritas pelas equações dadas são idênticas, exceto por suas direções de propagação; então, elas realmente se combinam para formar uma onda estacionária, como discutido nesta seção. Podemos representar as ondas graficamente pelas curvas azul e verde na Figura Ativa 4.8.

**Categorização** Substituiremos valores nas equações desenvolvidas nesta seção; então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

A partir das equações para as ondas, vemos que  $A = 4,0$  cm,  $k = 3,0$  rad/cm e  $\omega = 2,0$  rad/s. Use a Equação 4.1 para escrever a expressão para uma onda estacionária:

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t = 8,0 \sin 3,0x \cos 2,0t$$

Encontre a amplitude do movimento harmônico simples do elemento na posição  $x = 2,3$  cm ao avaliar o coeficiente da função cosseno nessa posição:

$$\begin{aligned} y_{\text{máx}} &= (8,0 \text{ cm}) \sin 3,0x|_{x=2,3} \\ &= (8,0 \text{ cm}) \sin(6,9 \text{ rad}) = 4,6 \text{ cm} \end{aligned}$$

(B) Encontre as posições dos nodos e antinodos se uma extremidade da corda está a  $x = 0$ .

#### SOLUÇÃO

Encontre o comprimento de onda das ondas se propagando:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 3,0 \text{ rad/cm} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3,0} \text{ cm}$$

Use a Equação 4.2 para encontrar as posições dos nodos:

$$x = n \frac{\lambda}{2} = n \left( \frac{\pi}{3,0} \right) \text{ cm} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Use a Equação 4.3 para encontrar as posições dos antinodos:

$$x = n \frac{\lambda}{4} = n \left( \frac{\pi}{6,0} \right) \text{ cm} \quad n = 1, 3, 5, 7, \dots$$

## 4.3 Modelo de análise: ondas sob condições limite

Considere uma corda de comprimento  $L$  fixada nas duas extremidades, como mostrado na Figura 4.9. Usaremos esse sistema como modelo para uma corda de violão ou de piano. Ondas podem se propagar pelas duas direções na corda. Então, ondas estacionárias podem ser estabelecidas na corda por uma superposição contínua de ondas incidentes sobre as pontas e refletida delas. Note que há uma *condição limite* para as ondas na corda. Como as extremidades desta são fixas, elas devem necessariamente ter deslocamento zero e, então, são nodo por definição. Essa condição limite resulta no fato de a corda ter um número de padrões naturais discretos de oscilação, chamados **modos normais**, cada um com uma frequência característica que é facilmente calculada. Essa situação, na qual somente certas frequências de oscilação são permitidas, é chamada **quantização**, uma ocorrência comum quando ondas são sujeitas a condições limite, e um atributo central em nossas discussões sobre Física Quântica na versão estendida deste texto. Note que na Figura Ativa 4.8



não há condições limite, então, ondas estacionárias de *qualquer* frequência podem ser estabelecidas; não há quantização sem condições limite. Como condições limite ocorrem muito frequentemente para ondas, identificamos um modelo de análise chamado **ondas sob condições limite** para a discussão que segue.

Os modos normais de oscilação para a corda na Figura 4.9 podem ser descritos pela imposição de condições limite onde as pontas sejam nodos, e que os nodos e antinodos sejam separados por um quarto de comprimento de onda. O primeiro modo normal, que é consistente com essas exigências, mostrado na Figura Ativa 4.10a, tem nodos em suas extremidades e um antinodo no meio. Esse modo normal é aquele com mais longo comprimento de onda, que é consistente com nossas condições limite. O primeiro modo normal ocorre quando o comprimento de onda  $\lambda_1$  é igual ao dobro do comprimento da corda, ou  $\lambda_1 = 2L$ . A seção de uma onda estacionária de um nodo ao nodo seguinte é chamada *anel*. No primeiro modo normal, a corda vibra em um anel. No segundo (ver Figura Ativa. 4.10b), a corda vibra em dois anéis. Nesse caso, o comprimento de onda  $\lambda_2$  é igual ao comprimento da corda, como expresso por  $\lambda_2 = L$ . O terceiro modo normal (ver Figura Ativa. 4.10c) corresponde ao caso onde  $\lambda_3 = 2L/3$ , e nossa corda vibra em três anéis. Em geral, os comprimentos de onda dos diversos modos normais para uma corda de comprimento  $L$  fixa nas duas extremidades são:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4) \quad \blacktriangleleft \text{Comprimentos de onda de modos normais}$$

onde o índice  $n$  se refere ao  $n$ -ésimo modo normal de oscilação. Esses nodos são os modos *possíveis* de oscilação para a corda. Os modos *reais*, que são estimulados em uma corda, serão discutidos brevemente.

As frequências naturais associadas com os modos de oscilação são obtidas da relação  $f = v/\lambda$ , onde a velocidade de onda  $v$  é a mesma para todas as frequências. Usando a Equação 4.4, vemos que as frequências naturais  $f_n$  dos modos normais são:

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.5) \quad \blacktriangleleft \text{Frequências de modos normais como funções de velocidade de onda e comprimento de corda}$$

Essas frequências naturais também são chamadas *frequências quantizadas* associadas à corda que vibra fixada nas duas extremidades.

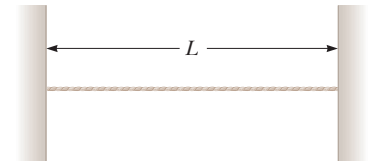
Como  $v = \sqrt{T/\mu}$  (ver Equação 2.18 para ondas em uma corda, onde  $T$  é a tensão na corda e  $\mu$  é sua densidade de massa linear, também podemos expressar as frequências naturais de uma corda esticada como:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6) \quad \blacktriangleleft \text{Frequências de modos normais como função de tensão na corda e densidade de massa linear}$$

A frequência mais baixa  $f_1$ , que corresponde a  $n = 1$ , é chamada **fundamental**, ou **frequência fundamental**, e é dada por:

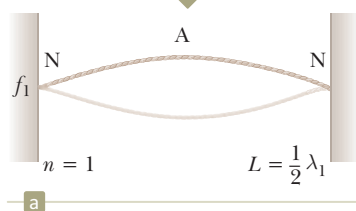
$$f_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (4.7) \quad \blacktriangleleft \text{Frequência fundamental de uma corda esticada}$$

As frequências dos modos normais remanescentes são múltiplos inteiros da frequência fundamental. Frequências de modos normais que exibem a relação número inteiro-múltiplo formam uma **série harmônica**, e os modos normais são

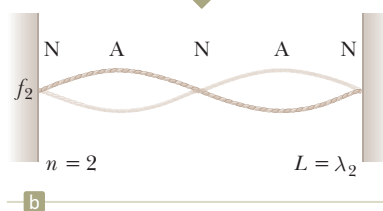


**Figura 4.9** Uma corda de comprimento  $L$  fixa nas duas extremidades.

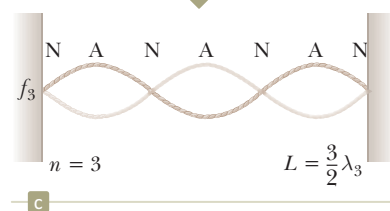
Fundamental, ou primeiro harmônico



Segundo harmônico



Terceiro harmônico



**FIGURA ATIVA 4.10**

Os modos normais de vibração da corda na Figura 4.9 formam uma série harmônica. A corda vibra entre os extremos mostrados.

chamados **harmônicos**. A frequência fundamental  $f_1$  é a frequência do primeiro harmônico, a  $f_2 = 2f_1$  é a do segundo harmônico, e a  $f_n = nf_1$  é a do  $n$ -ésimo harmônico. Outros sistemas oscilatórios, tal como a pele do tambor, exibem modos normais, porém, as frequências não são relacionadas como múltiplos inteiros de uma fundamental (ver Seção 4.6). Portanto, não usamos o termo *harmônico* associado a esses tipos de sistemas.

Vamos examinar com mais detalhe como os diversos harmônicos são criados em uma corda. Para estimular um único harmônico, a corda deve ser distorcida até um formato que corresponda àquele do harmônico desejado. Após ser liberada, a corda vibra na frequência daquele harmônico. No entanto, essa manobra é de difícil execução, e não é como a corda de um instrumento musical é estimulada. Se a corda é distorcida de maneira que seu formato não é aquele de um único harmônico, a vibração resultante inclui uma combinação de vários harmônicos. Tal distorção ocorre em instrumentos musicais quando a corda é tocada (como na guitarra), passa por um arco (como em um violoncelo) ou é golpeada (como em um piano). Quando a corda é distorcida em um formato não senoidal, somente ondas que satisfazem as condições limite podem persistir na corda. Essas ondas são os harmônicos.

A frequência de uma corda que define a nota musical que ela toca é aquela da fundamental. A frequência da corda pode ser variada mudando-se a tensão da corda ou seu comprimento. Por exemplo, a tensão nas cordas do violino e da guitarra é variada por um mecanismo de ajuste por parafuso ou grampos de afinação localizados no pescoço do instrumento. Conforme a tensão aumenta, a frequência dos modos normais aumenta de acordo com a Equação 4.6. Depois que o instrumento é “afinado”, tocadores variam a frequência movendo seus dedos ao longo do pescoço, mudando assim o comprimento de porção oscilatória da corda. Conforme o comprimento é diminuído, a frequência aumenta, porque, como a Equação 4.6 especifica, as frequências de modo normal são inversamente proporcionais ao comprimento da corda.

**Teste Rápido 4.3** Quando uma onda estacionária é estabelecida em uma corda fixa nas duas extremidades, qual das afirmativas a seguir é verdadeira? (a) O número de nodos é igual ao de antinodos. (b) O comprimento de onda é igual ao da corda dividido por um número inteiro. (c) A frequência é igual ao número de nodos vezes a frequência fundamental. (d) O formato da corda em qualquer instante apresenta simetria no ponto central da corda.

### Exemplo 4.3

### Dê-me uma nota Dó natural

O meio da corda Dó natural em um piano tem frequência fundamental de 262 Hz, e a corda para o primeiro Lá natural acima do Dó natural, de 440 Hz.

(A) Calcule as frequências dos próximos dois harmônicos da corda Dó.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Lembre-se de que os harmônicos de uma corda vibratória têm frequências que são relacionadas por múltiplos inteiros da fundamental.

**Categorização** Esta primeira parte do exemplo é um problema de substituição simples.

Sabendo que a frequência fundamental é  $f_1 = 262$  Hz, encontre as frequências dos próximos harmônicos multiplicando os números inteiros:

$$f_2 = 2f_1 = 524 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 3f_1 = 786 \text{ Hz}$$

(B) Se as cordas Lá e Dó têm a mesma densidade linear de massa  $\mu$  e comprimento  $L$ , determine a proporção das tensões nas duas cordas.

#### SOLUÇÃO

**Categorização** Esta parte do exemplo é mais um problema de análise que a parte (A).

**Análise** Use a Equação 4.7 para escrever expressões para as frequências fundamentais das duas cordas:

$$f_{1D} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_D}{\mu}} \quad \text{e} \quad f_{1L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_L}{\mu}}$$

Divida a primeira equação pela segunda e resolva para a proporção das tensões:

$$\frac{f_{1D}}{f_{1L}} = \sqrt{\frac{T_D}{T_L}} \rightarrow \frac{T_D}{T_L} = \left( \frac{f_{1D}}{f_{1L}} \right)^2 = \left( \frac{440}{262} \right)^2 = 2,82$$

## 4.3 cont.

**Finalização** Se as frequências das cordas do piano fossem determinadas somente pela tensão, esse resultado sugeriria que a proporção das tensões da corda mais baixa para a mais alta no piano seria enorme. Tensões grandes, assim, dificultariam o desenho de uma estrutura para suportar as cordas. Na realidade, as frequências de cordas de piano variam devido a parâmetros adicionais, incluindo a massa por unidade de comprimento e o comprimento da corda. A questão **E SE?** a seguir explora uma variação no comprimento.

**E SE?** Se você olhar dentro de um piano real, verá que a suposição que fez na parte (B) só é parcialmente verdadeira. As cordas provavelmente não terão o mesmo comprimento. As densidades das cordas para as notas citadas podem ser iguais, mas suponha que o comprimento de uma corda Lá seja só 64% do comprimento da corda Dó. Qual é a proporção de suas tensões?

**Resposta** Usando a Equação 4.7 novamente, estabelecemos a proporção de frequências:

$$\frac{f_{LD}}{f_{LL}} = \frac{L_L}{L_D} \sqrt{\frac{T_D}{T_L}} \rightarrow \frac{T_D}{T_L} = \left( \frac{L_D}{L_L} \right)^2 = \left( \frac{f_{LD}}{f_{LL}} \right)^2$$

$$\frac{T_D}{T_L} = (0,64)^2 \left( \frac{440}{262} \right)^2 = 1,16$$

Note que esse resultado representa um aumento de 16% na tensão, comparado ao aumento de 182% na parte (B).

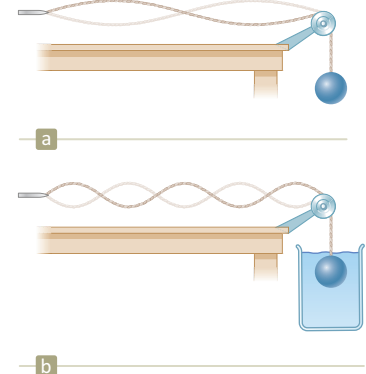
**Exemplo 4.4****Mudando a vibração de uma corda com água**

Uma das pontas de uma corda é presa a uma lâmina vibratória, e a outra passa por uma roldana, como na Figura 4.11a. Uma esfera de massa 2,00 kg é pendurada na ponta da corda. A corda vibra em seu segundo harmônico. Um recipiente de água é levantado embaixo da esfera, de modo que ela fica completamente submersa. Nessa configuração, a corda vibra em seu quinto harmônico, como mostrado na Figura 4.11b. Qual é o raio da esfera?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Imagine o que acontece quando a esfera é imersa na água. A força de empuxo atua para cima na esfera, reduzindo a tensão na corda. A mudança de tensão causa uma mudança na velocidade das ondas na corda, que, por sua vez, causa uma mudança no comprimento de onda. Esse comprimento de onda alterado resulta em a corda vibrar em seu quinto modo normal, em vez do segundo.

**Categorização** A esfera pendurada é modelada como uma partícula em equilíbrio. Uma das forças atuando sobre ela é a de empuxo da água. Também aplicamos o modelo de ondas sob condições limite à corda.



**Figura 4.11** (Exemplo 4.4) (a) Quando a esfera fica pendurada no ar, a corda vibra em seu segundo harmônico. (b) Quando a esfera é imersa em água, a corda vibra em seu quinto harmônico.

**Análise** Aplique o modelo de partícula em equilíbrio à esfera na Figura 4.11a, identificando  $T_1$  como a tensão na corda enquanto a esfera está pendurada no ar:

$$\sum F = T_1 - mg = 0$$

$$T_1 = mg$$

Aplique o modelo de partícula em equilíbrio à esfera na Figura 4.11b, onde  $T_2$  é a tensão na corda enquanto a esfera é imersa em água:

$$T_2 + B - mg = 0$$

$$(1) \quad B = mg - T_2$$

A quantidade desejada, o raio da esfera, aparece na expressão para a força de empuxo  $B$ . Entretanto, antes de prosseguir nessa direção, devemos avaliar  $T_2$  a partir da informação sobre a onda estacionária.

*continua*

## 4.4 cont.

Escreva a equação para a frequência de uma onda estacionária em uma corda (Equação 4.6) duas vezes; primeiro, antes de a esfera ser imersa, e depois de isso acontecer. Note que a frequência  $f$  é a mesma nos dois casos, porque ela é determinada pela lâmina vibratória. Além disso, a densidade linear de massa  $\mu$  e o comprimento  $L$  da porção vibratória da corda são as mesmas nos dois casos. Divida as equações:

$$f = \frac{n_1}{2L} \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

$$f = \frac{n_2}{2L} \sqrt{\frac{T_2}{\mu}}$$

Resolva para  $T_2$ :

$$T_2 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 T_1 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 mg$$

Substitua esse resultado na Equação (1):

$$(2) \quad B = mg - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 mg = mg \left[ 1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \right]$$

Usando a Equação 14.5 do Volume 1 desta coleção, expresse a força de empuxo em termos do raio da esfera:

$$B = \rho_{\text{água}} g V_{\text{esfera}} = \rho_{\text{água}} g \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right)$$

Resolva para o raio da esfera e substitua na Equação (2):

$$r = \left( \frac{3B}{4\pi\rho_{\text{água}}g} \right)^{1/3} = \left\{ \frac{3m}{4\pi\rho_{\text{água}}} \left[ 1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \right] \right\}^{1/3}$$

Substitua os valores numéricos:

$$r = \left\{ \frac{3(2,00 \text{ kg})}{4\pi(1.000 \text{ kg/m}^3)} \left[ 1 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \right] \right\}^{1/3}$$

$$= 0,0737 \text{ m} = 7,37 \text{ cm}$$

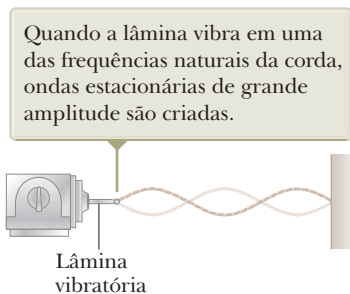
**Finalização** Note que somente alguns raios da esfera resultarão na vibração da corda em modo normal; a velocidade das ondas na corda pode ser mudada para um valor tal que o comprimento da corda é um número inteiro múltiplo de meio comprimento de onda. Essa limitação é uma característica da *quantização*, apresentada anteriormente neste capítulo; os raios da esfera que levam a corda a vibrar em um modo normal são *quantizados*.

## 4.4 Ressonância

Vimos que um sistema como uma corda esticada é capaz de oscilar em um ou mais modos normais de oscilação. Suponha que guiemos uma dessas cordas com uma lâmina vibratória, como na Figura 4.12. Descobrimos que se uma força periódica é aplicada a tal sistema, a amplitude do movimento resultante da corda é maior quando a frequência da força aplicada é igual a uma das frequências naturais do sistema. Esse fenômeno, conhecido como *ressonância*, foi discutido na Seção 1.7. Embora um sistema bloco-mola ou um pêndulo simples tenha somente uma frequência natural, sistemas de ondas estacionárias têm um conjunto de frequências naturais, tal como aquele dado pela Equação 4.6 para uma corda.

Como um sistema oscilatório exibe grande amplitude quando forçado a vibrar em qualquer uma de suas frequências naturais, essas frequências são geralmente chamadas **frequências de ressonância**.

Considere a corda na Figura 4.12 novamente. A extremidade fixa é um nodo, e a outra, conectada à lâmina, é quase um nodo, porque a amplitude do movimento da lâmina é pequena comparada àquela dos elementos da corda. Conforme a lâmina oscila, ondas transversais enviadas pela corda são refletidas da extremidade fixa. Como aprendemos na Seção 4.3, a corda tem frequências naturais que são determinadas por seu comprimento, tensão e densidade de massa linear (ver Equação 4.6). Quando a frequência da lâmina é igual a uma das frequências naturais da corda, ondas estacionárias são produzidas e a corda oscila com grande amplitude. Nesse caso de ressonância, a onda gerada pela lâmina oscilatória está em fase com a onda refletida, e a corda absorve energia da lâmina. Se a corda for forçada a vibrar em uma frequência que não é nenhuma de suas frequências naturais, as oscilações são de baixa amplitude e não exibem um padrão estável.



**Figura 4.12** Ondas estacionárias se estabelecem em uma corda quando uma extremidade é conectada a uma lâmina vibratória.

A ressonância é muito importante no estímulo de instrumentos musicais baseados em colunas de ar. Discutiremos essa aplicação da ressonância na Seção 4.5.

## 4.5 Ondas estacionárias em colunas de ar

O modelo de ondas sob condições limite também pode ser aplicado a ondas sonoras em uma coluna de ar, como aquela dentro de um órgão ou um clarinete. Ondas estacionárias resultam da interferência entre ondas sonoras longitudinais se propagando em direções opostas.

Em um tubo fechado em uma extremidade, a extremidade fechada é um **nodo de deslocamento**, porque a barreira rígida nesta não permite movimento longitudinal do ar. Como a onda de pressão está  $90^\circ$  fora de fase com a onda de deslocamento (ver Seção 3.1), a extremidade fechada de uma coluna de ar corresponde a um **antinodo de pressão** (isto é, um ponto de variação máxima de pressão).

A extremidade aberta de uma coluna de ar é quase um **antinodo de deslocamento**<sup>1</sup> e um nodo de pressão. Podemos entender por que não ocorre variação de pressão na extremidade aberta notando que a extremidade da coluna de ar é aberta para a atmosfera; então, a pressão nessa extremidade deve permanecer constante à pressão atmosférica.

Você pode perguntar como uma onda sonora pode refletir de uma extremidade aberta, porque pode não parecer que haja mudança no meio nesse ponto; o meio pelo qual a onda sonora se move é o ar dentro e fora do tubo. Entretanto, o som pode ser representado como uma onda de pressão, e uma região de compressão das ondas sonoras constrita pelas laterais do tubo, desde que a região seja dentro do tubo. Conforme a região de compressão sai pela extremidade aberta do tubo, a constrição do tubo é removida e o ar comprimido fica livre para se expandir na atmosfera. Portanto, há uma mudança na *característica* do meio entre o interior e o exterior do tubo, mesmo que não haja mudança no *material* do meio. Essa mudança de característica é suficiente para permitir alguma reflexão.

Com as condições limite de nodos ou antinodos nas extremidades da coluna de ar, estabelecemos um conjunto de modos normais de oscilação, como é o caso para a corda fixa nas duas extremidades. Então, a coluna de ar tem frequências quantizadas.

Os primeiros três modos normais de oscilação de um tubo aberto nas duas extremidades são mostrados na Figura 4.13a. Note que as duas extremidades são antinodos de deslocamento (aproximadamente). No primeiro modo normal, a onda estacionária se estende entre dois antinodos adjacentes, uma distância de meio comprimento de onda. Portanto, o comprimento de onda é duas vezes o comprimento do tubo, e a frequência fundamental é  $f_1 = v/2L$ . Como a Figura 4.13a mostra, as frequências dos harmônicos mais altos são  $2f_1$ ,  $3f_1$ , ...

Em um tubo aberto nas duas extremidades, as frequências naturais de oscilação formam uma série harmônica que inclui todos os números inteiros múltiplos da frequência fundamental.

Como todos os harmônicos estão presentes e a frequência fundamental é dada pela mesma expressão que aquela para uma corda (ver Equação 4.5), podemos expressar as frequências naturais de oscilação como:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.8)$$

### Prevenção de Armadilhas 4.3

#### Ondas sonoras no ar são

#### longitudinais, não transversais

As ondas estacionárias longitudinais são desenhadas como ondas transversais na Figura 4.13. Como elas estão na mesma direção que a propagação, é difícil desenhar deslocamentos longitudinais. Portanto, é melhor interpretar as curvas vermelho-amarronzadas na Figura 4.13 como uma representação gráfica das ondas (nossos diagramas de ondas de cordas são representações gráficas), com o eixo vertical representando o deslocamento horizontal  $s(x, t)$  dos elementos do meio.

### ◀ Frequências naturais de um tubo aberto nas duas extremidades

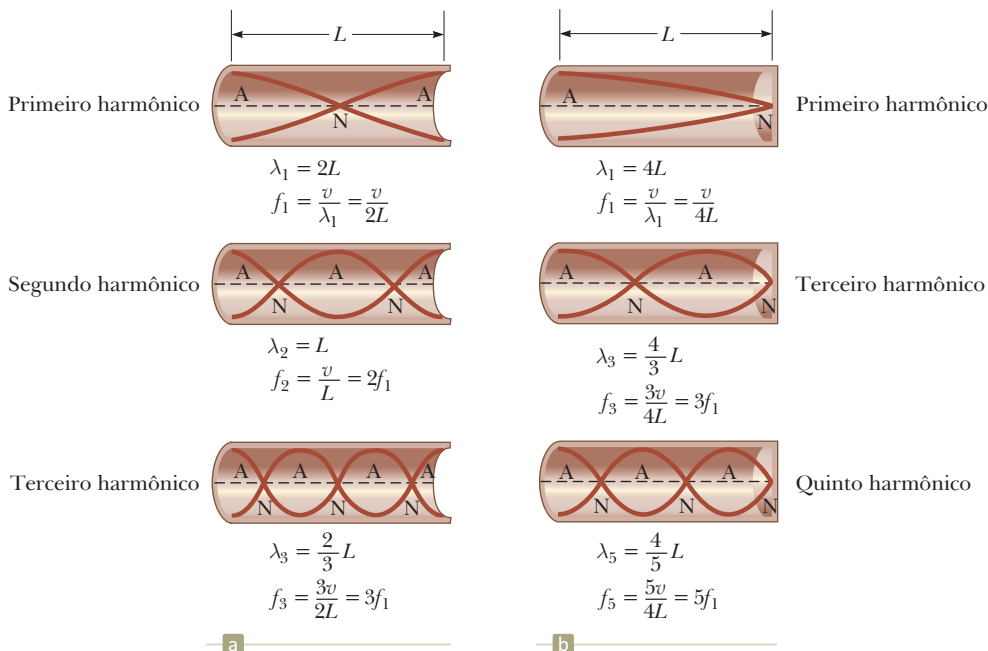
Apesar da semelhança entre as equações 4.5 e 4.8, você deve lembrar que  $v$  na Equação 4.5 é a velocidade das ondas na corda, enquanto na Equação 4.8 é a velocidade de som no ar.

Se um tubo é fechado em uma extremidade e aberto na outra, a fechada é um nodo de deslocamento (ver Figura 4.13b). Nesse caso, a onda estacionária para o modo fundamental se estende de um antinodo ao nodo adjacente, que é um quarto de comprimento de onda. Portanto, o comprimento de onda para o primeiro modo normal é  $4L$ , e a frequência fundamental é  $f_1 = v/4L$ . Como a Figura 4.13b mostra, as ondas de maior frequência que satisfazem nossas condições são aquelas que têm um nodo na extremidade fechada e um antinodo na outra, aberta; então, os harmônicos mais altos têm frequências  $3f_1$ ,  $5f_1$ , ...

<sup>1</sup> Estritamente falando, a extremidade aberta de uma coluna de ar não é exatamente um antinodo de deslocamento. Uma compressão atingindo uma extremidade aberta não reflete até passar do final. Para um tubo de seção transversal circular, uma correção no final aproximadamente igual a  $0,6R$ , onde  $R$  é o raio do tubo, deve ser acrescentada ao comprimento da coluna de ar. Então, o comprimento efetivo da coluna de ar é mais longo que o comprimento verdadeiro  $L$ . Desprezamos essa correção final nesta discussão.

Em um tubo aberto nas duas extremidades, estas são antinodos de deslocamento, e a série harmônica contém todos os múltiplos inteiros da fundamental.

Em um tubo fechado em uma extremidade, a extremidade aberta é um antinodo de deslocamento, e a fechada é um nodo. A série harmônica contém somente números ímpares inteiros múltiplos da fundamental.



**Figura 4.13** Representações gráficas do movimento dos elementos de ar em ondas estacionárias longitudinais em (a) uma coluna aberta nas duas extremidades e (b) uma coluna fechada em uma extremidade.

Em um tubo fechado em uma extremidade, as frequências naturais de oscilação formam uma série harmônica que só inclui os números ímpares inteiros múltiplos da frequência fundamental.

Expressamos esse resultado matematicamente como:

**Frequências naturais de um tubo fechado em uma extremidade e aberto na outra**

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (4.9)$$

É interessante investigar o que acontece às frequências de instrumentos baseados em colunas de ar e cordas durante um concerto à medida que a temperatura sobe. O som emitido por uma flauta, por exemplo, fica agudo (aumenta em frequência) à medida que a flauta se aquece, porque a velocidade do som aumenta no ar cada vez mais quente dentro da flauta (considere a Equação 4.8). O som produzido por um violino fica baixo (diminui em frequência) conforme as cordas expandem termicamente, porque a expansão faz que a tensão delas diminua (ver a Equação 4.6).

Instrumentos musicais baseados em colunas de ar são geralmente estimulados por ressonância. A coluna de ar recebe uma onda de som rica em muitas frequências e, então, responde com uma oscilação de grande amplitude às frequências que combinam com as quantizadas em seu jogo de harmônicos. Em muitos instrumentos de sopro, o som rico inicial é proporcionado por uma palheta vibratória. Em instrumentos de metal, esse estímulo é proporcionado pelo som vindo da vibração dos lábios do músico. Em uma flauta, o estímulo inicial vem do soprar sobre a borda do bocal do instrumento de modo semelhante a soprar a boca de uma garrafa de pescoço estreito. O som do ar passando rapidamente pela abertura da garrafa tem muitas frequências, inclusive uma que põe a cavidade do ar na garrafa em ressonância.

**Teste Rápido 4.4** Um tubo aberto nas duas extremidades ressoa com frequência fundamental  $f_{\text{aberta}}$ . Quando uma extremidade é fechada e o tubo ressoa novamente, a frequência fundamental é  $f_{\text{fechada}}$ . Qual das expressões a seguir descreve como essas duas frequências ressonantes se comparam? (a)  $f_{\text{fechada}} = f_{\text{aberta}}$ , (b)  $f_{\text{fechada}} = \frac{1}{2}f_{\text{aberta}}$ , (c)  $f_{\text{fechada}} = 2f_{\text{aberta}}$ , (d)  $f_{\text{fechada}} = \frac{3}{2}f_{\text{aberta}}$ .



**Teste Rápido 4.5** O Balboa Park, em San Diego, tem um órgão ao ar livre. Quando a temperatura do ar aumenta, a frequência fundamental de um dos tubos do órgão (a) fica a mesma, (b) abaixa, (c) sobe ou (d) é impossível determinar.

### Exemplo 4.5 Vento em uma galeria

A seção de uma galeria de drenagem com 1,23 m de comprimento faz um som uivante quando o vento sopra por sua extremidade aberta.

(A) Determine as frequências dos primeiros três harmônicos da galeria se ela tem formato cilíndrico e é aberta nas duas extremidades. Considere  $v = 343$  m/s como a velocidade do som no ar.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** O som do vento soprando pela extremidade do tubo contém muitas frequências, e a galeria responde ao som vibrando nas frequências naturais da coluna de ar.

**Categorização** Este exemplo é um problema relativamente simples de substituição.

Encontre a frequência do primeiro harmônico da galeria, modelando-o como uma coluna de ar aberta nas duas extremidades:

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2(1,23 \text{ m})} = 139 \text{ Hz}$$

Encontre os próximos harmônicos multiplicando por números inteiros:

$$f_2 = 2f_1 = 279 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 3f_1 = 418 \text{ Hz}$$

(B) Quais são as três frequências naturais mais baixas da galeria se uma de suas extremidades for bloqueada?

#### SOLUÇÃO

Encontre a frequência do primeiro harmônico da galeria, modelando-o como uma coluna de ar fechada em uma ponta:

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(1,23 \text{ m})} = 69,7 \text{ Hz}$$

Encontre os próximos dois harmônicos multiplicando por números inteiros ímpares:

$$f_3 = 3f_1 = 209 \text{ Hz}$$

$$f_5 = 5f_1 = 349 \text{ Hz}$$

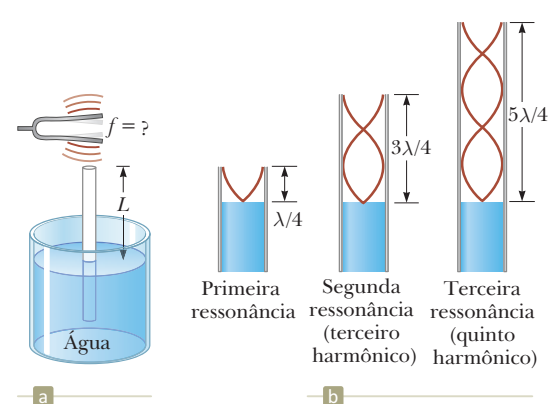
### Exemplo 4.6 Medindo a frequência de um diapasão

Um aparelho simples para demonstrar a ressonância em uma coluna de ar é descrito na Figura 4.14. Um tubo vertical aberto nas duas extremidades é parcialmente submerso em água, e um diapasão vibrando com frequência desconhecida é colocado perto do topo do tubo. O comprimento  $L$  da coluna de ar pode ser ajustado movendo o tubo verticalmente. As ondas sonoras geradas pelo diapasão são reforçadas quando  $L$  corresponde a uma das frequências de ressonância do tubo. Para o tubo, o menor valor de  $L$  para o qual um pico ocorre na intensidade do som é 9,00 cm.

(A) Qual é a frequência do diapasão?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Considere como este problema é diferente do do exemplo anterior. Na galeria, o comprimento era fixo e a coluna de ar recebeu uma mistura de muitas frequências. O tubo, aqui, recebe uma frequência única do diapasão, e o comprimento do tubo varia até que atinja a ressonância.



**Figura 4.14** (Exemplo 4.6) (a) Aparelho para demonstrar a ressonância de ondas sonoras em um tubo fechado em uma extremidade. O comprimento  $L$  da coluna de ar é variado movendo o tubo verticalmente, enquanto está parcialmente submerso em água. (b) Os três primeiros modos normais do sistema mostrados em (a).

continua

## 4.6 cont.

**Categorização** Este exemplo é um problema simples de substituição. Embora o tubo seja aberto em sua extremidade inferior para permitir a entrada de água, sua superfície age como uma barreira. Portanto, essa configuração pode ser modelada como uma coluna de ar fechada em uma extremidade.

Use a Equação 4.9 para achar a frequência fundamental para  $L = 0,0900$  m:

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(0,0900 \text{ m})} = 953 \text{ Hz}$$

Como o diapasão faz a coluna de ar ressoar nessa frequência, ela deve ser aquela do diapasão.

**(B)** Quais são os valores de  $L$  para as duas próximas condições de ressonância?

## SOLUÇÃO

Use a Equação 2.12 para achar o comprimento de onda da onda sonora do diapasão:

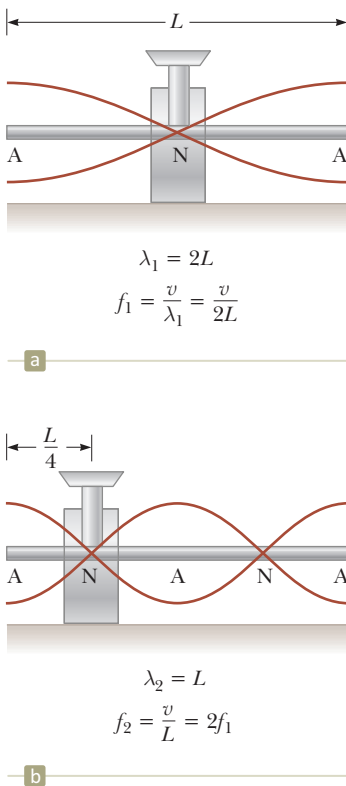
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{953 \text{ Hz}} = 0,360 \text{ m}$$

Note na Figura 4.14b que o comprimento da coluna de ar para a segunda ressonância é  $3\lambda/4$ :

$$L = 3\lambda/4 = 0,270 \text{ m}$$

Note na Figura 4.14b que o comprimento da coluna de ar para a terceira ressonância é  $5\lambda/4$ :

$$L = 5\lambda/4 = 0,450 \text{ m}$$



**Figura 4.15** Vibrações longitudinais de modo normal de uma barra de comprimento  $L$  (a) grampeada no meio para produzir o primeiro modo normal, e (b) grampeada a uma distância  $L/4$  de uma extremidade para produzir o segundo modo normal. Note que as curvas vermelho-amarronzadas são representações gráficas de oscilações paralelas à barra (ondas longitudinais).

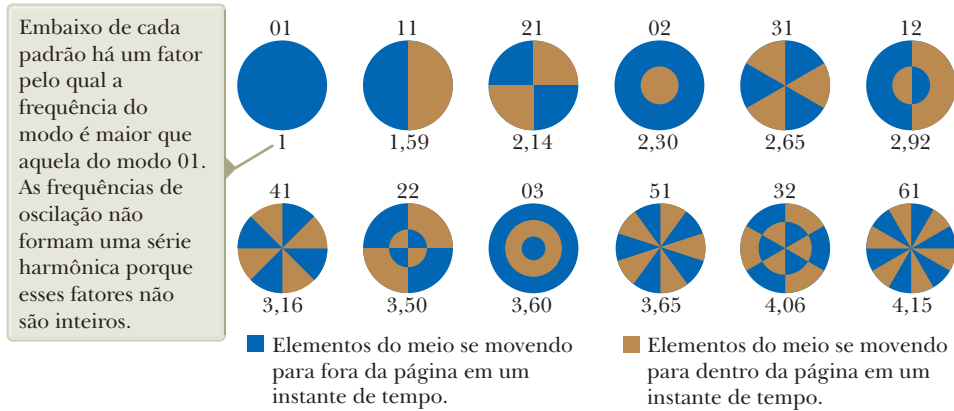
## 4.6 Ondas estacionárias em barras e membranas

Ondas estacionárias também podem ser estabelecidas em barras e membranas. Uma barra grampeada no meio e golpeada paralelamente em uma extremidade oscila, como mostrado na Figura 4.15a. As oscilações dos elementos da barra são longitudinais, e as curvas vermelho-amarronzadas na Figura 4.15 representam deslocamentos *longitudinais* de várias partes da barra. Para esclarecer, os deslocamentos foram desenhados na direção transversal, como se fossem para colunas de ar. O ponto central é um nodo de deslocamento, porque é fixado pelo grampo, enquanto as pontas são antinodos de deslocamento, porque estão livres para oscilar. As oscilações nesse arranjo são análogas às aquelas em um tubo aberto nas duas pontas. As linhas vermelho-amarronzadas na Figura 4.15a representam o primeiro modo normal, para o qual o comprimento de onda é  $2L$  e a frequência é  $f = v/2L$ , onde  $v$  é a velocidade das ondas longitudinais na barra. Outros modos normais podem ser estimulados grampeando-se a barra em pontos diferentes. Por exemplo, o segundo modo normal (Figura 4.15b) é estimulado grampeando-se a barra a uma distância  $L/4$  de uma extremidade.

Também é possível estabelecer ondas estacionárias transversais em barras. Instrumentos musicais que dependem de ondas estacionárias transversais em barras incluem triângulos, marimbas, xilofones, *glockenspiels*, carrilhões e vibrafones. Outros aparelhos que fazem sons de barras vibratórias incluem caixas de música e carrilhões de vento.

Oscilações em duas dimensões podem ser estabelecidas em uma membrana flexível esticada sobre um aro circular, como aquelas na pele de um tambor. Conforme a membrana é atingida em um ponto, ondas que chegam ao limite fixo são refletidas muitas vezes. O som resultante não é harmônico porque as ondas estacionárias têm frequências que *não* são relacionadas por múltiplos inteiros. Sem essa relação, o som pode ser mais corretamente descrito como *ruído*, em vez de música. A produção de ruído está em contraste com a situação no vento e em instrumentos de corda, que produzem sons que descrevemos como musicais.

Alguns modos normais possíveis de oscilação para uma membrana circular bidimensional são mostrados na Figura 4.16. Enquanto os nodos são *pontos* em ondas estacionárias de uma dimensão em cordas e em colunas de ar, um oscilador bidimensional tem *curvas* ao longo das quais não há deslocamento dos elementos do meio. O modo normal mais baixo, que tem frequência  $f_1$ , contém somente uma curva nodal;



**Figura 4.16** Representação de alguns dos modos normais possíveis em uma membrana circular fixada em seu perímetro. O par de números em cima de cada padrão corresponde ao número de nós radiais e ao de nós circulares, respectivamente. Em cada diagrama, elementos da membrana dos dois lados de uma linha nodal se movem em direções opostas, como indicado pelas cores. (Adaptado de Rossing, T. D. *The Science of Sound*, 2. ed. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Co., 1990.)

esta curva passa ao redor da borda externa da membrana. Os outros modos normais possíveis apresentam curvas nodais adicionais, que são círculos e linhas retas através do diâmetro da membrana.

## 4.7 Batimentos: interferência no tempo

Os fenômenos de interferência estudados até agora envolvem a superposição de duas ou mais ondas com a mesma frequência. Como a amplitude da oscilação de elementos do meio varia com a posição no espaço do elemento em uma dessas ondas, referimo-nos aos fenômenos como *interferência espacial*. Ondas estacionárias em cordas e tubos são exemplos comuns de interferência espacial.

Vamos considerar outro tipo de interferência, que resulta da superposição de duas ondas com frequências *levemente* diferentes. Nesse caso, quando as duas ondas são observadas em um ponto no espaço, elas estão periodicamente dentro e fora de fase. Ou seja, há uma alternância *temporal* entre as interferências construtiva e destrutiva. Como consequência, referimo-nos a esse fenômeno como *interferência no tempo* ou *interferência temporal*. Por exemplo, se dois diapásões de frequências levemente diferentes são tocados, o som ouvido tem amplitude periodicamente variável. Esse fenômeno é chamado **batimento**.

Batimento é a variação periódica da amplitude em certo ponto por causa da superposição de duas ondas com frequências levemente diferentes.

◀ **Definição de batimento**

O número de amplitudes máximas ouvido por segundo, ou a *frequência de batimento*, é igual à diferença em frequência entre as duas fontes, como mostraremos a seguir. A frequência máxima de batimento que o ouvido humano pode detectar é de aproximadamente 20 batimentos/s. Quando a frequência de batimento excede esse valor, os batimentos se fundem com os sons que os produzem e são indistinguíveis.

Considere duas ondas sonoras de igual amplitude e frequências levemente diferentes  $f_1$  e  $f_2$  viajando por um meio. Usamos equações parecidas com a Equação 2.13 para representar a função de onda para essas duas ondas em um ponto que identificamos como  $x = 0$ . Escolhemos o ângulo de fase na Equação 2.13 como  $\phi = \pi/2$ :

$$y_1 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A \cos(2\pi f_1 t)$$

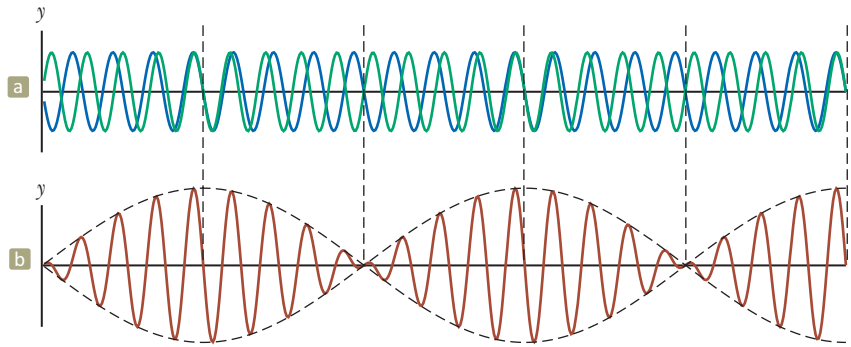
$$y_2 = A \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A \cos(2\pi f_2 t)$$

Usando o princípio de superposição, descobrimos que a função de onda resultante nesse ponto é:

$$y = y_1 + y_2 = A (\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t)$$

A identidade trigonométrica:

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

**FIGURA ATIVA 4.17**

Batimentos são formados pela combinação de duas ondas de frequências levemente diferentes: (a) as ondas individuais e (b) a onda combinada. A onda envoltória (linha pontilhada) representa o batimento dos sons combinados.

permite escrever a expressão para  $y$  como:

**Resultante de duas ondas de frequências diferentes, mas de amplitude igual** ▶

$$y = \left[ 2A \cos 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \right] \cos 2\pi \left( \frac{f_1 + f_2}{2} \right) t \quad (4.10)$$

Os gráficos das ondas individuais e da onda resultante são mostrados na Figura Ativa 4.17. A partir dos fatores na Equação 4.10, vemos que a onda resultante tem uma frequência efetiva igual à frequência média  $(f_1 + f_2)/2$ . Essa onda é multiplicada pela onda envoltória dada pela expressão nos colchetes:

$$y_{\text{envoltória}} = 2A \cos 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t \quad (4.11)$$

Isto é, a amplitude e, portanto, a intensidade do som resultante variam no tempo. A linha preta pontilhada na Figura Ativa 4.17b é uma representação gráfica da onda envoltória na Equação 4.11, e uma onda senoidal variando com a frequência  $(f_1 - f_2)/2$ .

O máximo na amplitude da onda de som resultante é detectada sempre que:

$$\cos 2\pi \left( \frac{f_1 - f_2}{2} \right) t = \pm 1$$

Portanto, há *dois* máximos em cada período da envoltória. Como a amplitude varia com a frequência conforme  $(f_1 - f_2)/2$ , o número de batimentos por segundo, ou a frequência de batimento  $f_{\text{batimento}}$ , é o dobro desse valor. Isto é:

$$\text{Frequência de batimento} \quad f_{\text{batimento}} = |f_1 - f_2| \quad (4.12)$$

Por exemplo, se um diapasão vibra a 438 Hz e um segundo a 442 Hz, a onda sonora resultante da combinação tem frequência de 440 Hz (a nota musical Lá) e uma frequência de batimento de 4 Hz. Um ouvinte ouviria uma onda sonora de 440 Hz passar por uma intensidade máxima quatro vezes a cada segundo.

### Exemplo 4.7

### As cordas desafinadas do piano

Duas cordas de piano idênticas de 0,750 m de comprimento são afinadas a exatamente 440 Hz. A tensão em uma das cordas é aumentada em 1,0%. Se elas forem tocadas, qual é a frequência de batimento entre as fundamentais das duas cordas?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Conforme a tensão em uma das cordas é alterada, sua frequência fundamental muda. Então, quando as duas cordas são tocadas, elas terão frequências diferentes e os batimentos serão ouvidos.

**Categorização** Temos que combinar nosso entendimento do modelo de onda sob condições limite para cordas com nosso novo conhecimento de batimentos.

**Análise** Estabeleça uma proporção das frequências fundamentais das duas cordas usando a Equação 4.5:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{(v_2/2L)}{(v_1/2L)} = \frac{v_2}{v_1}$$

## 4.7 cont.

Use a Equação 2.18 para substituir as velocidades das ondas nas cordas:

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{\sqrt{T_2/\mu}}{\sqrt{T_1/\mu}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

Lembre-se de que a tensão em uma corda é 1,0% maior que a outra; isto é,  $T_2 = 1,010T_1$ :

$$\frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{1,010T_1}{T_1}} = 1,005$$

Resolva para a frequência da corda apertada:

$$f_2 = 1,005f_1 = 1,005(440 \text{ Hz}) = 442 \text{ Hz}$$

Encontre a frequência de batimento usando a Equação 4.12:

$$f_{\text{batimento}} = 442 \text{ Hz} - 440 \text{ Hz} = 2 \text{ Hz}$$

**Finalização** Note que um erro de afinação de 1,0% na tensão leva a uma frequência de batimento audível de 2 Hz. Um afinador de piano pode usar batimentos para afinar um instrumento de cordas “batendo” uma nota contra um tom de referência de frequência conhecida. O afinador pode, então, ajustar a tensão da corda até que a frequência do som que ele emite seja igual à do tom de referência. O afinador faz isso apertando ou soltando a corda até que os batimentos produzidos pela fonte de referência sejam muito infrequentes para notar.

## 4.8 Padrões de onda não senoidal

É relativamente fácil distinguir os sons vindos de um violino e de um saxofone, mesmo quando os dois estão tocando a mesma nota. Em contrapartida, uma pessoa sem treinamento em música pode ter dificuldade em distinguir uma nota quando tocada em um clarinete e em um oboé. Podemos usar o padrão das ondas sonoras de várias fontes para explicar esses efeitos.

Quando frequências que são múltiplos inteiros de uma frequência fundamental são combinadas para fazer um som, o resultado é um som *musical*. Um ouvinte pode atribuir um tom ao som com base na frequência fundamental. Tom é uma reação psicológica que permite a uma pessoa classificar o som em uma escala de baixo para alto (baixo para soprano). Combinações de frequências que não são múltiplos inteiros de uma fundamental resultam em *ruído*, e não em som musical. É muito mais difícil um ouvinte atribuir um tom a um ruído que a um som musical.

Os padrões de onda produzidos por um instrumento musical são o resultado da superposição de frequências que são múltiplos inteiros de uma fundamental. Essa superposição resulta na riqueza correspondente dos tons musicais. A resposta perceptiva humana associada a várias misturas de harmônicos é a *qualidade* ou *timbre* do som. Por exemplo, o som do trompete é percebido como tendo uma qualidade “metálica” (ou seja, aprendemos a associar o adjetivo *metálico* com aquele som); essa qualidade nos permite distinguir o som do trompete daquele do saxofone, cuja qualidade é percebida como “fino”. No entanto, tanto o clarinete quanto o oboé contêm colunas de ar estimuladas por palhetas; por causa dessa semelhança, eles têm misturas parecidas de frequências, e é mais difícil para o ouvido humano distinguir os instrumentos com base na qualidade do som.

Os padrões de ondas sonoras produzidos pela maioria dos instrumentos musicais são não senoidais. Padrões característicos produzidos por um diapasão, uma flauta e um clarinete, cada um tocando a mesma nota, são mostrados na Figura 4.18. Cada instrumento tem seu próprio padrão característico. Note, porém, que, apesar das diferenças nos padrões, cada um deles é periódico. Esse ponto é importante para nossa análise dessas ondas.

A análise de padrões de ondas não senoidais parece ser uma tarefa desafiadora. Entretanto, se o padrão de onda é periódico, ele pode ser representado pela combinação de um número suficientemente grande de ondas senoidais que formam uma série de harmônicos. Na realidade, podemos representar qualquer função periódica como uma série de termos de seno e cosseno usando uma técnica matemática baseada no **Teorema de Fourier**.<sup>2</sup> A soma dos termos que representam o padrão de onda periódica é chamada **série Fourier**. Considere  $y(t)$  como qualquer função periódica no tempo com período  $T$  de modo que  $y(t + T) = y(t)$ . O Teorema de Fourier diz que essa função pode ser escrita como:

$$y(t) = \sum (A_n \sin 2\pi f_n t + B_n \cos 2\pi f_n t)$$

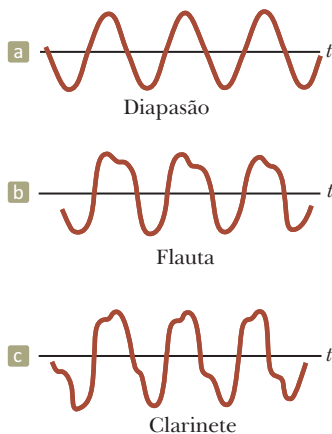
(4.13) ◀ Teorema de Fourier

### Prevenção de Armadilhas 4.4

#### Tom versus frequência

Não confunda o termo *tom* com *frequência*. Frequência é a medida física do número de oscilações por segundo. Tom é uma reação psicológica que permite a uma pessoa classificar o som em uma escala de alto para baixo ou de soprano para baixo. Então, a frequência é o estímulo e o tom é a resposta. Embora o tom seja majoritário, mas não completamente, relacionado à frequência, eles não são a mesma coisa. Uma frase como “o tom do som” é incorreta, porque tom não é uma propriedade física do som.

<sup>2</sup> Desenvolvido por Jean Baptiste Joseph Fourier (1786-1830).

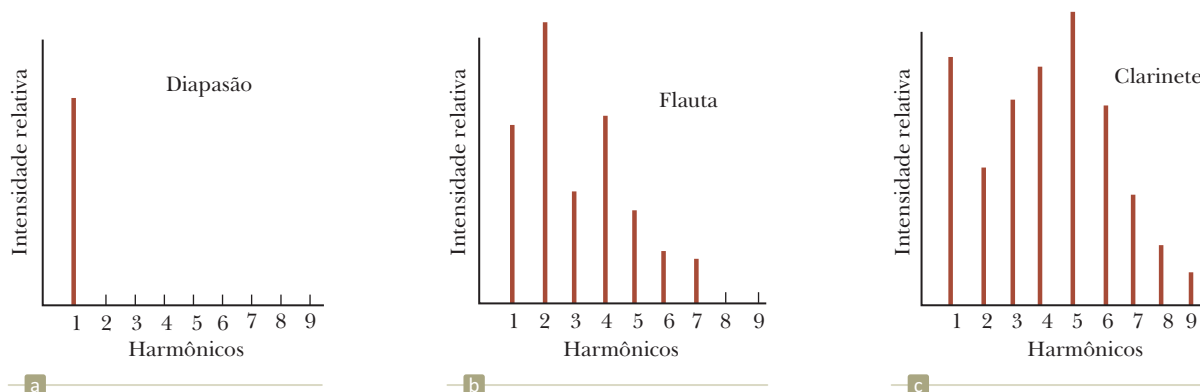


**Figura 4.18** Padrões de ondas sonoras produzidos por (a) um diapasão, (b) uma flauta e (c) um clarinete, cada um aproximadamente na mesma frequência.

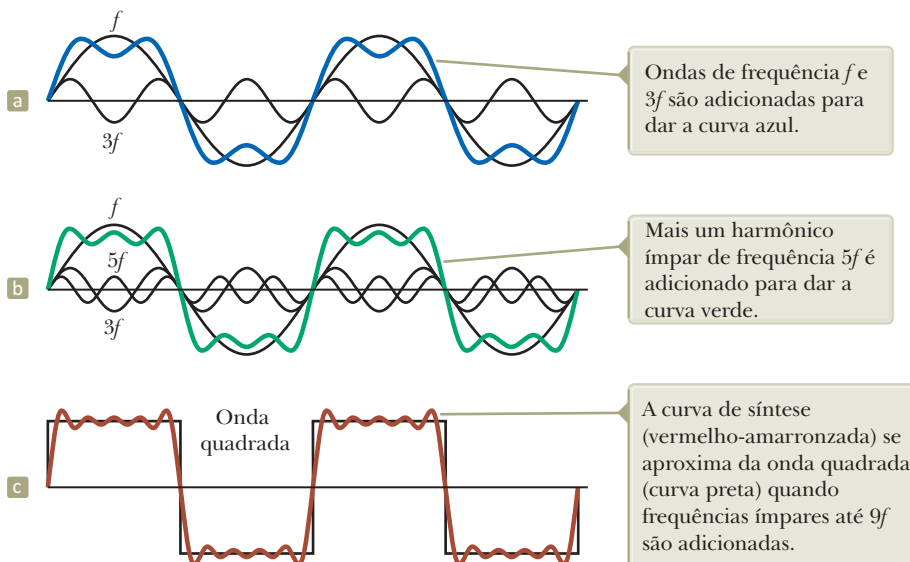
onde a frequência mais baixa é  $f_1 = 1/T$ . As frequências mais altas são múltiplos inteiros da fundamental,  $f_n = nf_1$ , e os coeficientes  $A_n$  e  $B_n$  representam as amplitudes das várias ondas. A Figura 4.19 representa uma análise harmônica dos padrões de onda mostrados na Figura 4.18. Cada barra no gráfico representa um dos termos na série na Equação 4.13 até  $n = 9$ . Note que um diapasão tocado produz somente um harmônico (o primeiro), enquanto a flauta e o clarinete produzem o primeiro harmônico e muitos outros mais altos.

Note a variação na intensidade relativa dos vários harmônicos para a flauta e o clarinete. Em geral, qualquer som musical consiste em uma frequência fundamental  $f$  mais outras que são múltiplos inteiros de  $f$ , todos com intensidades diferentes.

Discutimos a *análise* de um padrão de onda usando o Teorema de Fourier, que envolve determinar os coeficientes dos harmônicos na Equação 4.13 a partir do conhecimento do padrão de onda. O processo inverso, chamado *síntese de Fourier*, também pode ser realizado; neste, os diversos harmônicos são adicionados para formar um padrão de onda resultante. Como exemplo da síntese de Fourier, considere a construção de uma onda quadrada mostrada na Figura Ativa 4.20. A simetria da onda quadrada resulta na combinação somente de múltiplos ímpares da frequência fundamental em sua síntese. Na Figura Ativa 4.20a, a curva azul mostra a combinação de  $f$  e  $3f$ . Na 4.20b, adicionamos  $5f$  à combinação e obtivemos a curva verde. Note como o formato geral da onda quadrada é aproximado, embora as porções mais altas e mais baixas não sejam planas como deveriam ser.



**Figura 4.19** Harmônicos dos padrões de onda mostrados na Figura 4.18. Note as variações em intensidade dos diversos harmônicos. As partes (a), (b) e (c) correspondem àquelas na Figura 4.18.



#### FIGURA ATIVA 4.20

A síntese de Fourier de uma onda quadrada, representada pela soma de múltiplos ímpares do primeiro harmônico, que tem frequência  $f$ .



A Figura Ativa 4.20c mostra o resultado da adição de frequências ímpares até  $9f$ . Essa aproximação (curva vermelho-amarronzada) para a onda quadrada é melhor que as aproximações nas figuras ativas 4.20a e 4.20b. Para aproximar a onda quadrada tanto quanto possível, adicionamos todos os múltiplos ímpares da frequência fundamental até a frequência infinita.

Usando tecnologia moderna, sons musicais podem ser gerados eletronicamente misturando amplitudes diferentes de qualquer número de harmônicos. Sintetizadores eletrônicos de música são amplamente usados e capazes de produzir uma variedade infinita de tons musicais.

## Resumo

### Conceitos e Princípios

O **princípio de superposição** especifica que, quando duas ou mais ondas se propagam por um meio, o valor da função de onda resultante é igual à soma algébrica dos valores das funções de onda individuais.

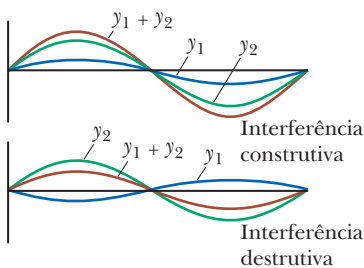
O fenômeno de **batimento** é a variação periódica da intensidade em um ponto, devido à superposição de duas ondas com frequências levemente diferentes.

**Ondas estacionárias** são formadas da combinação de duas ondas senoidais com a mesma frequência, amplitude e comprimento de onda, mas se propagando em direções opostas. A onda estacionária resultante é descrita pela função de onda:

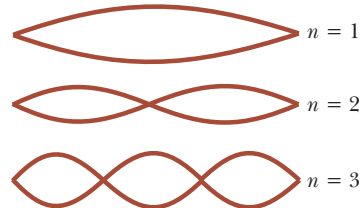
$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t \quad (4.1)$$

Portanto, a amplitude da onda estacionária é  $2A$ , e a amplitude do movimento harmônico simples de qualquer elemento do meio varia de acordo com sua posição conforme  $2A \sin kx$ . Os pontos de amplitude zero (chamados **nodos**) ocorrem em  $x = n\lambda/2$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Os pontos de amplitude máxima (chamados **antinodos**) ocorrem em  $x = n\lambda/4$  ( $n = 1, 3, 5, \dots$ ). Antinodos adjacentes são separados por uma distância  $\lambda/2$ . Nodos adjacentes também são separados por essa mesma distância.

### Modelo de Análise para Resolução de Problemas



**Ondas em interferência.** Quando duas ondas progressivas com frequências iguais se sobrepõem, a onda resultante tem uma amplitude que depende do ângulo de fase  $\phi$  entre ambas. **Interferência construtiva** ocorre quando as duas ondas estão em fase, correspondendo a  $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$  rad. Já a **interferência destrutiva** ocorre quando as duas ondas estão  $180^\circ$  fora de fase, correspondendo a  $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$  rad.



**Ondas sob condições limite.** Quando uma onda é sujeita a condições limite, somente algumas frequências naturais são permitidas; dizemos que as frequências são quantizadas.

Para ondas em uma corda fixa nas duas extremidades, as frequências naturais são:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

onde  $T$  é a tensão na corda e  $\mu$ , sua densidade de massa linear.

Para ondas sonoras com velocidade  $v$  em uma coluna de ar de comprimento  $L$  aberta nas duas extremidades, as frequências naturais são:

$$f_n = n \frac{v}{2L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.8)$$

Se uma coluna de ar é aberta em uma extremidade e fechada na outra, há somente harmônicos ímpares presentes, e as frequências naturais são:

$$f_n = n \frac{v}{4L} \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (4.9)$$

## Perguntas Objetivas

1. Na Figura PO4.1, uma onda sonora com comprimento de onda  $0,8\text{ m}$  se divide em duas partes iguais que se recombinam para interferir construtivamente, com a diferença original entre seus comprimentos de trajeto sendo  $|r_2 - r_1| = 0,8\text{ m}$ . Classifique as situações seguintes de acordo com a intensidade do som no receptor do mais alto para o mais baixo. Suponha que as paredes do tubo não absorvam energia do som. Dê classificações iguais para as situações em que a intensidade é igual. (a) A partir de sua posição original, a seção deslizante é movida  $0,1\text{ m}$  para fora. (b) Em seguida, ela desliza mais  $0,1\text{ m}$  para fora. (c) Ela desliza mais  $0,1\text{ m}$  para fora. (d) Ela se move ainda mais  $0,1\text{ m}$ .

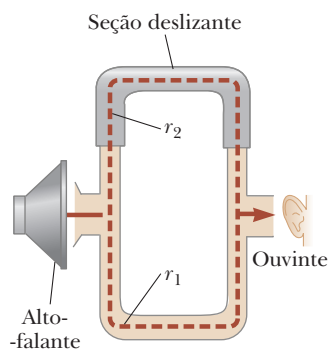


Figura PO4.1 Pergunta Objetiva 1 e Problema 6.

2. Uma corda de comprimento  $L$ , massa por unidade de comprimento  $\mu$ , e tensão  $T$ , vibra em sua frequência fundamental. (i) Se o comprimento da corda é dobrado e todos os outros fatores forem mantidos constantes, qual é o efeito sobre a frequência fundamental? (a) Fica duas vezes maior. (b) Fica  $\sqrt{2}$  vezes maior. (c) Fica inalterada. (d) Fica  $1/\sqrt{2}$  vezes o tamanho. (e) Fica metade do tamanho. (ii) Se a massa por unidade de comprimento é dobrada e todos os outros fatores forem mantidos constantes, qual é o efeito sobre a frequência fundamental? Escolha entre as mesmas possibilidades da parte (i). (iii) Se a tensão é dobrada e todos os outros fatores forem mantidos constantes, qual é o efeito sobre a frequência fundamental? Escolha entre as mesmas possibilidades da parte (i).
3. No Exemplo 4.1, investigamos um oscilador a  $1,3\text{ kHz}$  alimentando dois alto-falantes idênticos lado a lado. Descobrimos que um ouvinte no ponto  $O$  ouve o som com intensidade máxima, enquanto outro, no ponto  $P$ , ouve um mínimo. Qual é a intensidade em  $P$ ? (a) Menos que, mas próximo da intensidade em  $O$ . (b) Metade da intensidade em  $O$ . (c) Muito baixa, mas não zero. (d) Zero. (e) Indeterminada.
4. Uma série de pulsos, cada um de amplitude  $0,1\text{ m}$ , é enviada por uma corda presa a uma extremidade de um poste. Os pulsos são refletidos no poste e se propagam de volta ao longo da corda sem perder amplitude. (i) Qual é o deslocamento total em um ponto na corda onde os dois pulsos se cruzam? Suponha que a corda seja presa rigidamente ao poste. (a)  $0,4\text{ m}$ . (b)  $0,3\text{ m}$ . (c)  $0,2\text{ m}$ . (d)  $0,1\text{ m}$ . (e)  $0$ . (ii) Suponha, agora, que a extremidade onde ocorre a reflexão seja livre para deslizar para cima e para baixo. Qual o deslocamento total em um ponto na corda onde os dois pulsos se cruzam? Escolha sua resposta entre as mesmas possibilidades da parte (i).
5. Uma flauta tem comprimento de  $58,0\text{ cm}$ . Se a velocidade do som no ar é  $343\text{ m/s}$ , qual é a frequência fundamental da flauta, supondo que seja um tubo fechado em uma extremidade e aberto na outra? (a)  $148\text{ Hz}$ . (b)  $296\text{ Hz}$ . (c)  $444\text{ Hz}$ . (d)  $591\text{ Hz}$ . (e) Nenhuma das anteriores.
6. Uma onda estacionária com três nodos é estabelecida em uma corda fixa nas duas extremidades. Se a frequência da onda é dobrada, quantos antinodos haverá? (a) 2. (b) 3. (c) 4. (d) 5. (e) 6.
7. Conforme pulsos do mesmo formato se movendo em direções opostas (um para cima e o outro para baixo) em uma corda passam um pelo outro, em um determinado instante, a corda não apresenta deslocamento da posição de equilíbrio em ponto algum. O que aconteceu com a energia carregada pelos pulsos nesse momento? (a) Foi usada na produção do movimento anterior. (b) É toda energia potencial. (c) É toda energia interna. (d) É toda energia cinética. (e) A energia positiva de um pulso chega a zero com a energia negativa do outro pulso.
8. Quando dois diapasões são tocados ao mesmo tempo, uma frequência de batimento de  $5\text{ Hz}$  ocorre. Se um dos diapasões tem frequência de  $245\text{ Hz}$ , qual é a frequência do outro? (a)  $240\text{ Hz}$ . (b)  $242,5\text{ Hz}$ . (c)  $247,5\text{ Hz}$ . (d)  $250\text{ Hz}$ . (e) Mais de uma resposta poderia ser correta.
9. Sabe-se que um diapasão vibra com frequência  $262\text{ Hz}$ . Quando ele é tocado juntamente com uma corda de bandomolim, quatro batimentos são ouvidos a cada segundo. Então, um pouco de fita é colocada em cada dente do diapasão, e ele, agora, produz cinco batimentos por segundo com a mesma corda de bandomolim. Qual é a frequência da corda? (a)  $257\text{ Hz}$ . (b)  $258\text{ Hz}$ . (c)  $262\text{ Hz}$ . (d)  $266\text{ Hz}$ . (e)  $267\text{ Hz}$ .
10. Suponha que duas ondas senoidais idênticas estejam se propagando pelo mesmo meio na mesma direção. Sob que condição a amplitude da onda resultante será maior que qualquer uma das ondas originais? (a) Em todos os casos. (b) Só se as ondas não tiverem diferença de fase. (c) Só se a diferença de fase for menor que  $90^\circ$ . (d) Só se a diferença de fase for menor que  $120^\circ$ . (e) Só se a diferença de fase for menor que  $180^\circ$ .
11. Suponha que todas as seis cordas de comprimento igual de um violão acústico sejam tocadas sem dedilhar, ou seja, sem ser apertadas em nenhuma palheta. Quais quantidades são as mesmas para todas as seis cordas? Escolha todas as respostas corretas. (a) A frequência fundamental. (b) O comprimento de onda fundamental da onda da corda. (c) O comprimento de onda fundamental do som emitido. (d) A velocidade da onda da corda. (e) A velocidade do som emitido.
12. Um arqueiro lança uma flecha horizontalmente do centro da corda de um arco segurado verticalmente. Depois que a flecha sai dela, a corda do arco vibra como uma superposição de quais harmônicos de onda estacionária? (a) Somente no harmônico número 1, a fundamental. (b) Somente no segundo harmônico. (c) Somente nos harmônicos ímpares 1, 3, 5, 7, ... (d) Somente nos harmônicos pares 2, 4, 6, 8, ... (e) Em todos os harmônicos.

## Perguntas Conceituais

1. Apesar de ter mãos razoavelmente firmes, com frequência uma pessoa derruba seu café enquanto o transporta até seu lugar. Discuta a ressonância como uma possível causa dessa dificuldade e planeje uma maneira de prevenir derramamentos.
2. Uma garrafa de refrigerante ressoa conforme o ar é soprado por seu topo. O que acontece com a frequência de ressonância à medida que o nível do fluido na garrafa diminui?
3. Explique como um instrumento musical, como um piano, pode ser afinado usando o fenômeno de batimentos.
4. Um mecânico de aviões nota que o som de um bimotor varia rapidamente em volume quando os dois motores estão funcionando. O que poderia estar causando essa variação de alto para baixo?
5. Esse fenômeno de interferência de onda se aplica somente a ondas senoidais?
6. O que limita a amplitude de movimento de um sistema vibratório real que é forçado a vibrar em uma de suas frequências de ressonância?
7. Um modelo tosco de garganta humana é um tubo aberto nas duas extremidades com uma fonte de vibração para introduzir o som em uma extremidade do tubo. Supondo que a fonte de vibração produza uma variação de frequências, discuta o efeito de mudar o comprimento do tubo.
8. Quando duas ondas interferem construtiva ou destrutivamente, há alguma perda ou ganho de energia no sistema das ondas? Explique.
9. Um diapasão, por si só, produz um som fraco. Explique como cada um dos métodos a seguir pode ser usado para dele obter um som mais alto. Explique também qualquer efeito no intervalo de tempo durante o qual o diapasão vibra audivelmente. (a) Segurar a borda de uma folha de papel contra um dente em vibração. (b) Apertar o cabo do diapasão contra um quadro de giz ou um tampo de mesa. (c) Segurar o diapasão em cima de uma coluna de ar de comprimento adequado, como no Exemplo 4.6. (d) Segurar o diapasão próximo de uma abertura cortada em uma folha de espuma ou papelão (com a abertura de tamanho e formato semelhante àquele do dente do garfo e o movimento dos dentes perpendicular à folha).

## Problemas



**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos on-line no Enhanced WebAssign (em inglês)

- 1. denota problema direto;
- 2. denota problema intermediário;
- 3. denota problema de desafio;
- 1. denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

*Observação:* a menos que especificado, suponha que a velocidade do som no ar seja 343 m/s, seu valor a uma temperatura do ar de 20,0 °C. A qualquer outra temperatura Celsius,  $T_C$ , a velocidade do som no ar é descrita por:

$$v = 331 \sqrt{1 + \frac{T_C}{273}}$$

onde  $v$  é dado em m/s e  $T_C$  em °C.

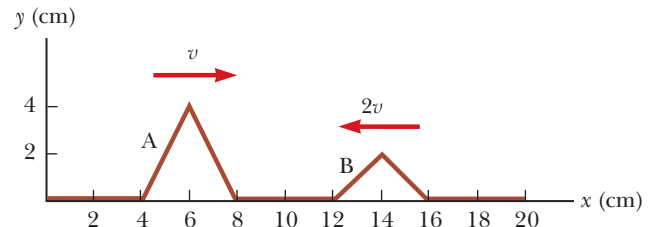


Figura P4.2

### Seção 4.1 Modelo de análise: ondas em interferência

1. Duas ondas se propagam na mesma direção ao longo de uma corda esticada. As ondas estão 90,0° fora de fase. Cada onda tem amplitude de 4,00 cm. Encontre a amplitude da onda resultante.
2. Dois pulsos de onda A e B se propagam em direções opostas, cada um com velocidade  $v = 2,00$  cm/s. A amplitude de A é o dobro da de B. Os pulsos são mostrados na Figura P4.2 em  $t = 0$ . Desenhe a onda resultante em  $t = 1,00$  s; 1,50 s; 2,00 s; 2,50 s e 3,00 s.
3. Duas ondas em uma corda são descritas pela função de ondas:
 
$$y_1 = 3,0 \cos(4,0x - 1,6t) \quad y_2 = 4,0 \cos(5,0x - 2,0t)$$
 onde  $x$  e  $y$  são dados em centímetros, e  $t$  em segundos. Encontre a superposição das ondas  $y_1 + y_2$  nos pontos (a)  $x = 1,00$ ,  $t = 1,00$ ; (b)  $x = 1,00$ ,  $t = 0,500$ ; e (c)  $x = 0,500$ ,  $t = 0$ . *Observação:* lembre-se de que os argumentos das funções trigonométricas são dados em radianos.

4. Dois pulsos de amplitudes diferentes se aproximam um do outro, cada um com velocidade de  $v = 1,00$  m/s. A Figura P4.4 mostra as posições dos pulsos no momento  $t = 0$ . (a) Desenhe a onda resultante em  $t = 2,00$  s;  $4,00$  s;  $5,00$  s; e  $6,00$  s. (b) **E se?** Se o pulso à direita é invertido de modo que fique para cima, como seriam mudados seus desenhos da onda resultante?

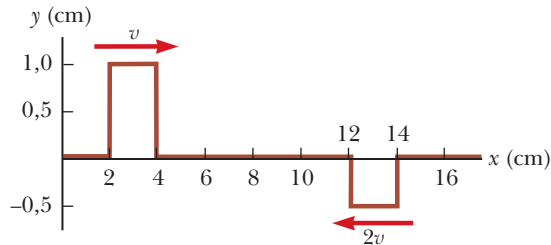


Figura P4.4

5. **M** Duas ondas senoidais progressivas são descritas pelas funções de ondas:

$$y_1 = 5,00 \sin [\pi(4,00x - 1.200t)]$$

$$y_2 = 5,00 \sin [\pi(4,00x - 1.200t - 0,250)]$$

onde  $x$ ,  $y_1$  e  $y_2$  são dados em metros, e  $t$  em segundos. (a) Qual é a amplitude da função de onda resultante  $y_1 + y_2$ ? (b) Qual é a frequência da função de onda resultante?

6. O sistema acústico mostrado na Figura PQ4.1 é forçado a vibrar por um alto-falante emitindo som de frequência 756 Hz. (a) Se ocorre interferência construtiva em um local específico da seção deslizante, por qual valor mínimo a seção deslizante deveria ser movida para cima de modo que ocorra interferência destrutiva? (b) A que distância mínima da posição original da seção deslizante haverá interferência construtiva novamente?

7. **M** Duas ondas senoidais em uma corda são definidas pelas funções de onda:

$$y_1 = 2,00 \sin (20,0x - 32,0t) \quad y_2 = 2,00 \sin (25,0x - 40,0t)$$

onde  $x$ ,  $y_1$  e  $y_2$  são dados em centímetros, e  $t$  em segundos. (a) Qual é a diferença de fase entre essas duas ondas no ponto  $x = 5,00$  cm e  $t = 2,00$  s? (b) Qual é o valor positivo de  $x$  mais próximo da origem para o qual as duas fases diferem por  $\pm \pi$  em  $t = 2,00$  s? (Nesse local, as duas ondas somam zero.)

8. Dois alto-falantes idênticos são colocados em uma parede a 2,00 m um do outro. Um ouvinte está a 3,00 m da parede diretamente em frente a um deles. Um único oscilador impulsiona os alto-falantes a uma frequência de 300 Hz. (a) Qual é a diferença de fase em radianos entre as ondas dos alto-falantes quando alcançam o observador? (b) **E se?** Qual é a frequência mais próxima de 300 Hz para a qual o oscilador pode ser ajustado para que o observador ouça o som mínimo?

9. Dois pulsos se propagando na mesma corda são descritos por:

$$y_1 = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2} \quad y_2 = \frac{-5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

(a) Em que direção cada pulso se propaga? (b) Em que instante eles se cancelam em qualquer lugar? (c) Em que ponto ambos sempre se cancelam?

10. Por que a seguinte situação é impossível? Dois alto-falantes idênticos são forçados a vibrar pelo mesmo oscilador a uma

frequência de 200 Hz. Eles estão no solo a uma distância  $d = 4,00$  m um do outro. Começando longe dos alto-falantes, um homem caminha diretamente na direção ao da direita, como mostrado na Figura P4.10. Depois de passar por três mínimos em intensidade de som, ele anda até o próximo máximo e para. Ignore qualquer reflexão do som do solo.

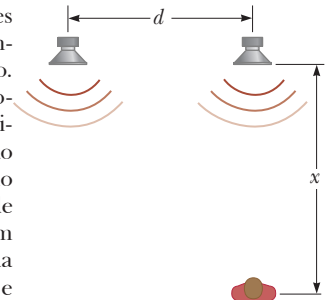


Figura P4.10

11. **Q/C** Dois alto-falantes idênticos a 10,0 m um do outro são forçados a vibrar pelo mesmo oscilador com frequência de  $f = 21,5$  Hz (Figura P4.11) em uma área onde a velocidade do som é 344 m/s. (a) Mostre que um receptor no ponto A registra um mínimo de intensidade de som dos dois alto-falantes. (b) Se o receptor é movido nos planos dos alto-falantes, mostre que o trajeto que ele deveria seguir para manter a intensidade mínima é ao longo da hipérbole  $9x^2 - 16y^2 = 144$  (mostrado em vermelho-amarronzado na Figura P4.11). (c) O receptor pode permanecer em um mínimo e se mover para longe das duas fontes? Se sim, determine a forma limitante do trajeto que deve ser seguido. Se não, explique qual a distância que ele alcança.

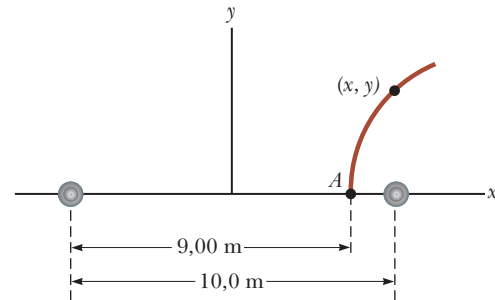


Figura P4.11

## Seção 4.2 Ondas estacionárias

12. **Q/C** Duas ondas presentes simultaneamente em uma corda longa têm uma diferença de fase  $\phi$  entre elas, tal que uma onda estacionária formada a partir da combinação delas é descrita por:

$$y(x,t) = 2A \sin \left( kx + \frac{\phi}{2} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\phi}{2} \right)$$

(a) Apesar da presença do ângulo de fase  $\phi$ , ainda é verdadeiro que os nodos estão separados por meio comprimento de onda? Explique. (b) Os nodos seriam diferentes de alguma maneira se  $\phi$  fosse zero? Explique.

13. Duas ondas senoidais se propagando em direções opostas interferem para produzir uma onda estacionária com função de onda:

$$y = 1,50 \sin (0,400x) \cos (200t)$$

onde  $x$  e  $y$  são dados em metros, e  $t$  em segundos. Determine (a) o comprimento de onda, (b) a frequência e (c) a velocidade das ondas em interferência.

14. Verifique através de substituição direta que a função de onda para uma onda estacionária dada na Equação 4.1:

$$y = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

é uma solução da equação geral de onda linear, Equação 2.27:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

15. Dois alto-falantes idênticos são impulsionados em fase por um oscilador comum a 800 Hz e ficam de frente um para o outro a uma distância de 1,25 m. Localize os pontos ao longo da linha unindo os dois alto-falantes onde seria esperado um mínimo relativo da pressão da amplitude do som.
16. **Q/C** Uma onda estacionária é descrita pela função de onda:

$$y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cos(100\pi t)$$

onde  $x$  e  $y$  são dados em metros, e  $t$  em segundos. (a) Prepare gráficos mostrando  $y$  como uma função de  $x$  para cinco momentos:  $t = 0,5$  ms, 10 ms, 15 ms e 20 ms. (b) A partir do gráfico, identifique o comprimento de onda da onda e explique como fazer isso. (c) A partir do gráfico, identifique a frequência da onda e explique como fazer isso. (d) A partir da equação, identifique diretamente o comprimento de onda da onda e explique como fazer isso. (e) A partir da equação, identifique diretamente a frequência e explique como fazer isso.

17. Duas ondas senoidais transversais combinando-se em um meio são descritas pelas funções de onda:

$$y_1 = 3,00 \sin \pi(x + 0,600t) \quad y_2 = 3,00 \sin \pi(x - 0,600t)$$

onde  $x$ ,  $y_1$  e  $y_2$  são dados em centímetros, e  $t$  em segundos. Determine a posição transversal máxima de um elemento do meio em (a)  $x = 0,250$  cm, (b)  $x = 0,500$  cm e (c)  $x = 1,50$  cm. (d) Encontre os três menores valores de  $x$  correspondentes a antinodos.

#### Seção 4.3 Modelo de análise: ondas sob condições limite

18. Uma corda de 30,0 cm de comprimento e massa por unidade de comprimento de  $9,00 \times 10^{-3}$  kg/m é esticada a uma tensão de 20,0 N. Encontre (a) a frequência fundamental e (b) as três frequências seguintes que poderiam causar padrões de ondas estacionárias na corda.
19. Certa corda vibratória em um piano tem comprimento de 74,0 cm e forma uma onda estacionária com dois antinodos. (a) Que harmônico essa onda representa? (b) Determine o comprimento de onda dessa onda. (c) Quantos nodos há no padrão de onda?
20. Uma corda esticada tem comprimento de 2,60 m e é fixada nas duas extremidades. (a) Encontre o comprimento de onda do modo fundamental de vibração da corda. (b) Você consegue encontrar a frequência desse modo? Explique por que sim ou por que não.

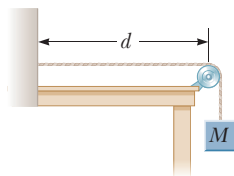


Figura P4.21

21. Uma corda com massa  $m = 8,00$  g e comprimento  $L = 5,00$  m tem uma extremidade presa a uma parede. A outra extremidade é drapeada sobre uma roldana pequena, fixada a uma distância  $d = 4,00$  m da parede e presa a um corpo pendurado de massa  $M = 4,00$  kg, como na Figura P4.21. Se a parte horizontal da corda for puxada, qual é a frequência fundamental de sua vibração?
22. A corda de 64,0 cm de comprimento de uma guitarra tem frequência fundamental de 330 Hz quando vibra livre-

mente ao longo de todo seu comprimento. Uma palheta é usada para limitar a vibração a dois terços da corda. (a) Se a corda é pressionada para baixo nessa palheta e puxada, qual é a nova frequência fundamental? (b) **E se?** O guitarrista pode tocar “harmônico natural” tocando gentilmente a corda no lugar dessa palheta e puxando a corda em um sexto do caminho ao longo do comprimento a partir da outra extremidade. Que frequência será ouvida, então?

23. A corda Lá de um violoncelo vibra em seu primeiro modo normal com frequência de 220 Hz. O segmento vibratório tem 70,0 cm de comprimento e massa de 1,20 g. (a) Encontre a tensão na corda. (b) Determine a frequência de vibração quando a corda vibra em três segmentos.
24. No arranjo mostrado na Figura P4.24, um corpo pode ser pendurado de uma corda (com densidade de massa linear  $\mu = 0,00200$  kg/m) que passa sobre uma roldana leve. A corda é conectada a um vibrador (de frequência constante  $f$ ), e o comprimento da corda entre o ponto  $P$  e a roldana é  $L = 2,00$  m. Quando a massa  $m$  do corpo é 16,0 kg ou 25,0 kg, ondas estacionárias são observadas; no entanto, não se observam ondas estacionárias com nenhuma massa entre esses valores. (a) Qual é a frequência do vibrador? *Observação:* quanto maior a tensão na corda, menor o número de nodos na onda estacionária. (b) Qual é a maior massa do corpo para a qual ondas estacionárias poderiam ser observadas?

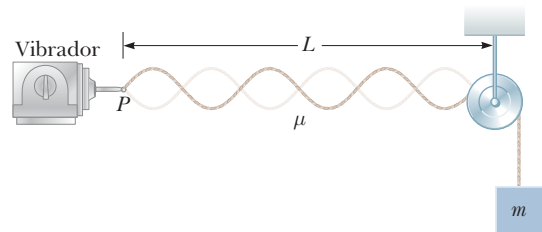


Figura P4.24

25. **Revisão.** Uma esfera de massa  $M = 1,00$  kg é suportada por uma corda que passa sobre uma roldana leve na extremidade de uma barra horizontal de comprimento  $L = 0,300$  m (Figura P4.25). A corda forma um ângulo  $\theta = 35,0^\circ$  com a barra. A frequência fundamental de ondas estacionárias na porção da corda acima da barra é  $f = 60,0$  Hz. Encontre a massa da porção da corda acima da barra.

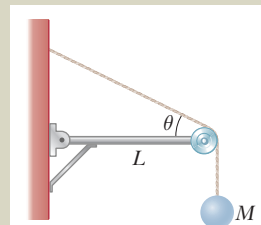


Figura P4.25  
Problemas 25 e 26.

26. **S Revisão.** Uma esfera de massa  $M$  é suportada por uma corda que passa sobre uma roldana leve na extremidade de uma barra horizontal de comprimento  $L$  (Figura P4.25). A corda forma um ângulo  $\theta$  com a barra. A frequência fundamental de ondas estacionárias na porção da corda acima da barra é  $f$ . Encontre a massa da porção da corda acima da barra.

27. Um padrão de onda estacionária é observado em um arame fino com comprimento de 3,00 m. A função de onda é:

$$y = 0,00200 \sin(\pi x) \cos(100\pi t)$$

onde  $x$  e  $y$  são dados em metros, e  $t$  em segundos. (a) Quantos anéis esse padrão exibe? (b) Qual é a frequência fundamental de vibração do arame? (c) **E se?** Se a frequência original é mantida constante, e a tensão no arame é aumen-



tada por um fator de 9, quantos anéis estão presentes no novo padrão?

28. **Revisão.** Um corpo sólido de cobre está pendurado na parte de baixo de um arame de aço de massa desprezível. A extremidade superior do arame é fixa. Quando o arame é golpeado, emite um som com frequência fundamental de 300 Hz. O corpo de cobre é então submerso em água de modo que metade de seu volume fica abaixo da linha da água. Determine a nova frequência fundamental.
29. Uma corda de violino tem comprimento de 0,350 m e é afinada para Sol de concerto G, com  $f_G = 392$  Hz. (a) A que distância da extremidade da corda o violinista deve posicionar seu dedo para tocar Lá concerto, com  $f_A = 440$  Hz? (b) Se essa posição deve permanecer correta até metade da largura de um dedo (ou seja, até 0,600 cm), qual é o percentual máximo de variação permitido na tensão da corda?

#### Seção 4.4 Ressonância

30. **Q/C** A Baía de Fundy, na Nova Escócia, tem as marés mais altas do mundo. Suponha que no meio do oceano e na boca da baía o gradiente de gravidade da Lua e a rotação da Terra fazem a superfície oscilar com amplitude de alguns centímetros e período de 12h24min. Na entrada da baía, a amplitude é de vários metros. Suponha que a baía tenha um comprimento de 210 km e profundidade uniforme de 36,1 m. A velocidade das ondas de água de comprimento longo é dada por  $v = \sqrt{gd}$ , onde  $d$  é a profundidade da água. Argumente a favor ou contra a proposição de que a maré é ampliada pela ressonância de ondas estacionárias.
31. Um terremoto pode produzir um *seiche* em um lago onde a água balança para a frente e para trás de ponta a ponta com grande amplitude e longo período. Considere um *seiche* produzido na lagoa de uma fazenda. Suponha que a lagoa tenha 9,15 m de comprimento e largura e profundidade uniformes. Você mede um pulso produzido em uma ponta que atinge a outra em 2,50 s. (a) Qual é a velocidade da onda? (b) Qual deveria ser a frequência do movimento do solo durante o terremoto para produzir um *seiche*, que é uma onda estacionária com antinodos em cada ponta da lagoa e um nodo no centro?
32. Um som de alta frequência pode ser usado para produzir vibrações de ondas estacionárias em uma taça de vinho. Uma vibração de onda estacionária em uma taça de vinho é observada em quatro nodos e quatro antinodos igualmente espaçados ao redor da circunferência de 20,0 cm da borda da taça. Se ondas transversais se propagam ao redor da taça a 900 m/s, um cantor de ópera teria que produzir um harmônico alto de que frequência para estilhaçar a taça com uma vibração ressoante como mostrado na Figura P4.32?



Figura P4.32

Steve Bronstein/Stone/Getty Images

#### Seção 4.5 Ondas estacionárias em colunas de ar

33. Uma coluna de ar em um tubo de vidro é aberta em uma extremidade e fechada na outra por um pistão móvel. O ar no tubo é aquecido além da temperatura ambiente, e um diapasão de 384 Hz é segurado na extremidade aberta. Ouve-se ressonância quando o pistão está a uma distância  $d_1 = 22,8$  cm da extremidade aberta e novamente quando está a uma distância  $d_2 = 68,3$  cm da mesma extremidade. (a) Que velocidade do som é inferida a partir desses dados? (b) A que distância da extremidade aberta o pistão estará quando a próxima ressonância for ouvida?
34. O comprimento total de um flautim é 32,0 cm. A coluna de ar ressoante é aberta nas duas extremidades. (a) Encontre a frequência da nota mais baixa que um flautim pode soar. (b) Abrir buracos nos lados do flautim diminui efetivamente o comprimento da coluna ressoante. Suponha que a nota mais alta que um flautim pode soar é 4.000 Hz. Encontre a distância entre antinodos adjacentes para esse modo de vibração.
35. A frequência fundamental do tubo aberto de um órgão corresponde ao Dó médio (261,6 Hz na escala musical cromática). A terceira ressonância de um tubo fechado de órgão tem a mesma frequência. Qual é o comprimento do tubo (a) aberto e (b) fechado?
36. Um box para chuveiro tem dimensões 86,0 cm  $\times$  86,0 cm  $\times$  210 cm. Suponha que o box atue como um tubo fechado nas duas extremidades, com nodos em lados opostos. Suponha que vozes cantantes variem de 130 Hz a 2.000 Hz e considere a velocidade do som no ar quente como 355 m/s. Para alguém cantando nesse chuveiro, em que frequências o som seria mais cheio (por causa da ressonância)?
37. Calcule o comprimento de um tubo que tem frequência fundamental de 240 Hz supondo que o tubo é (a) fechado em uma extremidade e (b) aberto nas duas extremidades.
38. Um diapasão com frequência  $f = 512$  Hz é colocado perto do topo de um tubo, como mostrado na Figura P4.38. O nível da água é diminuído de modo que o comprimento  $L$  aumenta lentamente a partir de um valor inicial de 20,0 cm. Determine os dois valores seguintes de  $L$  que correspondem aos modos ressoantes.

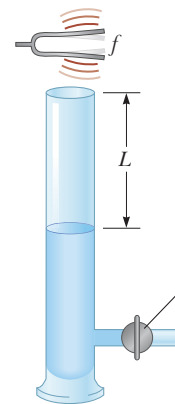


Figura P4.38

39. Com um dedilhar específico, uma flauta produz uma nota com frequência 880 Hz a 20,0 °C. A flauta é aberta nas duas extremidades. (a) Encontre o comprimento da coluna de ar. (b) No começo do intervalo de uma apresentação em um jogo de futebol no final da temporada, a temperatura ambiente é -5,00 °C e o flautista não teve a oportunidade de aquecer seu instrumento. Encontre a frequência que a flauta produz sob essas condições.
40. O tubo mais longo de um órgão tem 4,88 m. Qual é a frequência fundamental (a 0,00 °C) se o tubo é (a) fechado em uma extremidade e (b) aberto em cada extremidade? (c) Quais serão as frequências a 20,0 °C?



41. Como mostrado na Figura P4.41, a água é bombeada em um cilindro alto, vertical, a uma taxa de fluxo de volume  $R = 1,00 \text{ L/min}$ . O raio do cilindro é  $r = 5,00 \text{ cm}$  e, no topo aberto do cilindro, um diapasão vibra com frequência  $f = 512 \text{ Hz}$ . Conforme a água sobe, que intervalo de tempo decorre entre ressonâncias sucessivas?

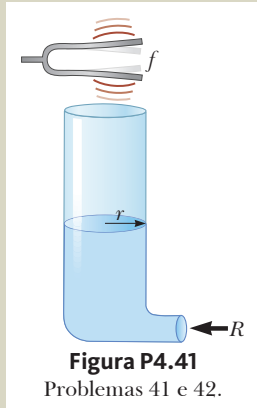


Figura P4.41

Problemas 41 e 42.

42. **S** Como mostrado na Figura P4.41, a água é bombeada em um cilindro alto, vertical, a uma taxa de fluxo de volume  $R$ . O raio do cilindro é  $r$  e, no topo aberto do cilindro, um diapasão vibra com uma frequência  $f$ . Conforme a água sobe, que intervalo de tempo decorre entre ressonâncias sucessivas?
43. **M** Duas frequências naturais adjacentes do tubo de um órgão são determinadas como  $550 \text{ Hz}$  e  $650 \text{ Hz}$ . Calcule (a) a frequência fundamental e (b) o comprimento desse tubo.
44. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um estudante ouve os sons de uma coluna de ar com  $0,730 \text{ m}$  de comprimento. Ele não sabe se a coluna é aberta nas duas extremidades ou somente em uma. Ele ouve a ressonância da coluna de ar em frequências de  $235 \text{ Hz}$  e  $587 \text{ Hz}$ .
45. Um estudante usa um oscilador de áudio de frequência ajustável para medir a profundidade de um poço de água. O estudante relata ouvir duas ressonâncias sucessivas, a  $51,87 \text{ Hz}$  e  $59,85 \text{ Hz}$ . (a) Qual a profundidade do poço? (b) Quantos antinodos estão na onda estacionária a  $51,87 \text{ Hz}$ ?
46. **Q/C** Um túnel embaixo de um rio tem  $2,00 \text{ km}$  de extensão. (a) A que frequências o ar no túnel pode ressoar? (b) Explique se seria bom criar uma regra contra buzinar o carro enquanto se está no túnel.

#### Seção 4.6 Ondas estacionárias em barras e membranas

47. Uma barra de alumínio de  $1,60 \text{ m}$  é segurada por seu centro. Ela é tocada por um pano encharcado de resina para estabelecer uma vibração longitudinal. A velocidade do som em uma barra fina de alumínio é  $5.100 \text{ m/s}$ . (a) Qual é a frequência fundamental das ondas estabelecida na barra? (b) Que harmônicos são estabelecidos na barra segurada dessa maneira? (c) **E se?** Qual seria a frequência fundamental se a barra fosse de cobre, na qual a velocidade do som é  $3.560 \text{ m/s}$ ?
48. Uma barra de alumínio é presa a um quarto de seu comprimento e posta em vibração longitudinal por uma fonte alimentadora de frequência variável. A frequência mais baixa que produz ressonância é  $4.400 \text{ Hz}$ . A velocidade do som em uma barra de alumínio é  $5.100 \text{ m/s}$ . Determine o comprimento da barra.

#### Seção 4.7 Batimentos: interferência no tempo

49. **M Revisão.** Um estudante segura um diapasão oscilando a  $256 \text{ Hz}$ . Ele anda na direção de uma parede com velocidade constante de  $1,33 \text{ m/s}$ . (a) Que frequência de batimento ele observa entre o diapasão e seu eco? (b) Com que velocidade ele deve se afastar da parede para observar uma frequência de batimento de  $5,00 \text{ Hz}$ ?
50. Enquanto tenta afinar uma nota Dó a  $523 \text{ Hz}$ , um afinador de piano ouve  $2,00$  batimentos/s entre um oscilador de refe-

rência e a corda. (a) Quais são as frequências possíveis da corda? (b) Quando ele aperta a corda levemente, ele ouve  $3,00$  batimentos/s. Qual é a frequência da corda agora? (c) Por que percentual o afinador deveria mudar a tensão na corda para que fique afinada?

51. **M** Em algumas extensões de um teclado de piano, mais que uma corda é afinada para a mesma nota para dar volume extra. Por exemplo, a nota a  $110 \text{ Hz}$  tem duas cordas nessa frequência. Se uma corda escorrega de sua tensão normal de  $600 \text{ N}$  para  $540 \text{ N}$ , que frequência de batimento é ouvida quando o martelo bate nas duas cordas simultaneamente?
52. **Revisão.** Jane espera em uma plataforma ferroviária enquanto dois trens se aproximam da mesma direção com velocidade igual de  $8,00 \text{ m/s}$ . Os dois trens estão apitando (com a mesma frequência), e um está a certa distância atrás do outro. Depois que o primeiro trem passa por Jane, mas antes de o segundo trem passar, ela ouve batimentos de frequência  $4,00 \text{ Hz}$ . Qual é a frequência dos apitos dos trens?

#### Seção 4.8 Padrões de onda não senoidal

53. Suponha que um flautista toque uma nota Dó de  $523 \text{ Hz}$  com amplitude de deslocamento do primeiro harmônico  $A_1 = 100 \text{ nm}$ . A partir da Figura 4.19b, leia, por proporção, as amplitudes de deslocamento dos harmônicos 2 até 7. Considere essas amplitudes como os valores  $A_2$  até  $A_7$  na análise do som de Fourier e suponha que  $B_1 = B_2 = \dots = B_7 = 0$ . Construa um gráfico da forma de onda do som. Sua forma de onda não será exatamente como a de onda da flauta na Figura 4.18b porque você simplifica desprezando os termos cosseno; apesar disso, ela produz a mesma sensação na audição humana.

#### Problemas Adicionais

54. Um fio de  $2,00 \text{ m}$  com massa de  $0,100 \text{ kg}$  é fixado nas duas extremidades. A tensão no fio é mantida a  $20,0 \text{ N}$ . (a) Quais são as frequências dos três primeiros modos de vibração permitidos? (b) Se um nodo é observado em um ponto  $0,400 \text{ m}$  de uma extremidade, em que modo e com que frequência ele está vibrando?
55. O navio na Figura P4.55 se move ao longo de uma linha reta paralela ao litoral e a uma distância  $d = 600 \text{ m}$  dele. O rádio do navio recebe simultaneamente sinais da mesma frequência das antenas A e B, separadas por uma distância  $L = 800 \text{ m}$ . Os sinais interferem construtivamente no ponto C, que é equidistante de A e B. O sinal passa pelo primeiro mínimo no ponto D, que é diretamente para fora da costa a partir do ponto B. Determine o comprimento de onda das ondas do rádio.

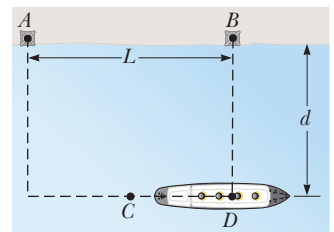


Figura P4.55

56. Duas cordas vibram na mesma frequência de  $150 \text{ Hz}$ . Depois que a tensão em uma delas é diminuída, um observador ouve quatro batimentos a cada segundo quando as cordas vibram juntas. Encontre a nova frequência na corda ajustada.
57. A palheta mais próxima do cavalete de um violão está  $21,4 \text{ cm}$  do cavalete, como mostrado na Figura P4.57. Quando a corda mais fina é apertada contra essa primeira palheta, ela produz a frequência mais alta que pode ser

tocada naquele violão, 2.349 Hz. A próxima nota mais baixa que é produzida na corda tem frequência 2.217 Hz. A que distância a próxima palheta deveria estar da primeira palheta?

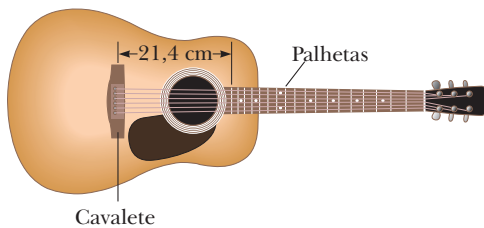


Figura P4.57

58. **Q C** Uma corda fixa nas duas extremidades e com massa de 4,80 g, comprimento de 2,00 m e tensão de 48,0 N, vibra em seu segundo modo normal ( $n = 2$ ). (a) O comprimento de onda do som emitido por essa corda vibratória no ar é maior ou menor que o comprimento de onda da onda na corda? (b) Qual é a proporção do comprimento de onda do som emitido por essa corda vibratória no ar e o comprimento de onda da onda na corda?
59. Um relógio de quartzo contém um oscilador de cristal em forma de um bloco de quartzo que vibra, contraindo-se e se expandindo. Um circuito elétrico supre energia para manter a oscilação e conta os pulsos de voltagem para obter o tempo. Duas faces opostas do bloco, distantes 7,05 mm, são antinodos, se movendo alternadamente na direção uma da outra e para longe uma da outra. O plano a meio caminho entre essas duas faces é um nodo de vibração. A velocidade do som no quartzo é igual a  $3,70 \times 10^3$  m/s. Encontre a frequência da vibração.

60. **GP Revisão.** Para o arranjo mostrado na Figura P4.60, o plano inclinado e a pequena roldana não têm atrito; a corda suporta o corpo de massa  $M$  na base do plano; e a corda tem massa  $m$ . O sistema está em equilíbrio, e a parte vertical da corda tem comprimento  $h$ . Queremos estudar as ondas estacionárias estabelecidas na seção vertical da corda.

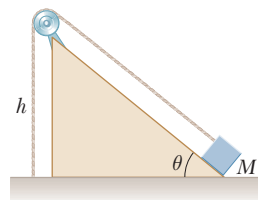


Figura P4.60

- (a) Que modelo de análise descreve o corpo de massa  $M$ ? (b) Que modelo de análise descreve as ondas na parte vertical da corda? (c) Encontre a tensão na corda. (d) Modele o formato da corda como um lado e a hipotenusa de um triângulo retângulo. Encontre o comprimento total da corda. (e) Encontre a massa por unidade de comprimento da corda. (f) Encontre a velocidade das ondas na corda. (g) Encontre a frequência mais baixa para uma onda estacionária na seção vertical da corda. (h) Avalie esse resultado para  $M = 1,50$  kg;  $m = 0,750$  g;  $h = 0,500$  m; e  $\theta = 30,0^\circ$ . (i) Encontre o valor numérico para a frequência mais baixa para uma onda estacionária na seção inclinada da corda.
61. Dois apitos de trem têm frequências idênticas de 180 Hz. Quando um está em repouso na estação e o outro se move por perto, um passageiro na plataforma da estação ouve batimentos com frequência de 2,00 batimentos/s quando os apitos soam juntos. Quais são as duas velocidades e direções possíveis que o trem em movimento pode ter?
62. **S** Uma onda estacionária é estabelecida em uma corda de comprimento e tensão variáveis por um vibrador de fre-

quência variável. As duas extremidades da corda são fixas. Quando o vibrador tem frequência  $f$ , em uma corda de comprimento  $L$  e sob tensão  $T$ ,  $n$  antinodos são estabelecidos na corda. (a) Se o comprimento da corda é dobrado, por qual fator a frequência deve ser alterada de modo que o mesmo número de antinodos seja produzido? (b) Se a frequência e o comprimento são mantidos constantes, que tensão produzirá  $n + 1$  antinodos? (c) Se a frequência é triplicada e o comprimento da corda é a metade, por qual fator a tensão deve ser alterada de modo que o dobro de antinodos sejam produzidos?

63. Em uma marimba, a barra de madeira, que soa um tom quando atingida, vibra em uma onda estacionária transversal com três antinodos e dois nodos. A nota de menor frequência é 87,0 Hz, produzida por uma barra de 40,0 cm. (a) Encontre a velocidade das ondas transversais na barra. (b) Um tubo ressoante suspenso verticalmente embaixo do centro da barra aumenta o volume do som emitido. Se o tubo só é aberto na extremidade superior, que comprimento de tubo é necessário para ressoar com a barra na parte (a)?

64. Um fio de nylon tem massa 5,50 g e comprimento  $L = 86,0$  cm. A extremidade inferior é amarrada ao chão, e a superior, a um pequeno conjunto de rodas por uma abertura em uma pista onde as rodas se movem (Figura P4.64). As rodas têm massa desprezível comparada àquela do fio e rolam sem atrito na pista, de modo que a parte superior do fio fica livre. No equilíbrio, o fio é vertical e sem movimento. Quando transporta uma onda de pequena amplitude, você pode supor que o fio sempre está sob tensão uniforme 1,30 N. (a) Encontre a velocidade das ondas transversais no fio. (b) A vibração do fio permite um conjunto de estados de ondas estacionárias, cada uma com um nodo na extremidade inferior fixa e um antinodo na extremidade superior livre. Encontre as distâncias nodo-antinodo para cada um dos três estados mais simples. (c) Encontre a frequência de cada um desses estados.

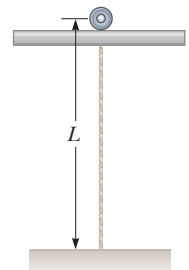


Figura P4.64

65. **Q C Revisão.** Considere o aparelho mostrado na Figura 4.11 e descrito no Exemplo 4.4. Suponha que o número de antinodos na Figura 4.11b seja um valor arbitrário  $n$ . (a) Encontre uma expressão para o raio da esfera na água como uma função somente de  $n$ . (b) Qual é o valor mínimo permitido de  $n$  para uma esfera de tamanho não zero? (c) Qual é o raio da maior esfera que produzirá uma onda estacionária na corda? (d) O que acontece se uma esfera maior for usada?
66. Dois fios são soldados ponta com ponta. Eles são feitos do mesmo material, mas o diâmetro de um é o dobro do do outro. Eles estão sujeitos a uma tensão de 4,60 N. O fio fino tem comprimento de 40,0 cm e densidade de massa linear de 2,00 g/m. A combinação é fixada nas duas pontas e vibrada de tal modo que dois antinodos estão presentes, com o nodo entre eles bem na solda. (a) Qual é a frequência de vibração? (b) Qual é o comprimento do fio grosso?
67. Duas ondas são descritas pelas funções de onda

$$y_1(x, t) = 5,00 \sin(2,00x - 10,0t)$$

$$y_2(x, t) = 10,0 \cos(2,00x - 10,0t)$$

onde  $x, y_1$  e  $y_2$  são dados em metros, e  $t$  em segundos. (a) Mostre que a onda que resulta da superposição delas pode ser

expressada como uma função seno única. (b) Determine a amplitude e ângulo de fase para essa onda senoidal.

68. **Q/C Revisão.** A ponta superior de uma corda de ioiô é mantida estacionária. O ioiô é muito mais massivo que a corda. Ele começa do repouso e se move para baixo com aceleração constante de  $0,800 \text{ m/s}^2$  conforme se solta da corda. O atrito da corda contra a borda do ioiô estimula vibrações de ondas estacionárias transversais na corda. As duas pontas da corda são nodos mesmo quando o comprimento da corda aumenta. Considere o instante  $1,20 \text{ s}$  após o início do movimento a partir do repouso. (a) Mostre que a taxa de variação com o tempo do comprimento de onda do modo fundamental de oscilação é  $1,92 \text{ m/s}$ . (b) **E se?** A taxa de variação do comprimento de onda do segundo harmônico também é  $1,92 \text{ m/s}$  nesse momento? Explique sua resposta. (c) **E se?** O experimento é repetido depois que mais massa foi adicionada ao corpo do ioiô. A distribuição de massa é a mesma, de modo que o ioiô ainda se move com aceleração para baixo de  $0,800 \text{ m/s}^2$ . Nesse caso, no ponto  $1,20 \text{ s}$ , a taxa de variação do comprimento de onda fundamental da corda vibrante ainda é igual a  $1,92 \text{ m/s}$ ? Explique. (d) A taxa de variação do comprimento de onda do segundo harmônico é a mesma como na parte (b)? Explique.
69. Uma corda de densidade linear  $1,60 \text{ g/m}$  é esticada entre grampos  $48,0 \text{ cm}$  um do outro. A corda não estica muito conforme a tensão sobre ela é regularmente aumentada de  $15,0 \text{ N}$  em  $t = 0$  para  $25,0 \text{ N}$  em  $t = 3,50 \text{ s}$ . Portanto, a tensão como uma função de tempo é dada pela expressão  $T = 15,0 + 10,0t/3,50$ , onde  $T$  é dado em newtons e  $t$  em segundos. A corda vibra em seu modo fundamental durante todo o processo. Encontre o número de oscilações que ela completa durante o intervalo de  $3,50 \text{ s}$ .
70. Uma flauta é desenhada de modo a produzir uma frequência de  $261,6 \text{ Hz}$ , Dó médio, quando todos os buracos estão cobertos e a temperatura é  $20,0^\circ\text{C}$ . (a) Considere a flauta como um tubo aberto nas duas pontas. Encontre seu comprimento, supondo que o Dó médio seja a fundamental. (b) Um segundo músico, em uma sala próxima mais fria, também tenta tocar Dó médio em uma flauta idêntica. Uma frequência de batimento de  $3,00 \text{ Hz}$  é ouvida quando as duas flautas estão tocando. Qual é a temperatura da segunda sala?

71. **Revisão.** Um corpo de massa  $12,0 \text{ kg}$  está pendurado em equilíbrio em uma corda com comprimento total  $L = 5,00 \text{ m}$  e densidade de massa linear  $\mu = 0,00100 \text{ kg/m}$ . A corda é enrolada ao redor de duas roldanas leves e sem atrito que são separadas por uma distância  $d = 2,00 \text{ m}$  (Figura P4.71a). (a) Determine a tensão na corda. (b) A que frequência a corda entre as roldanas deve vibrar para formar o padrão de onda estacionária mostrado na Figura P4.71b?

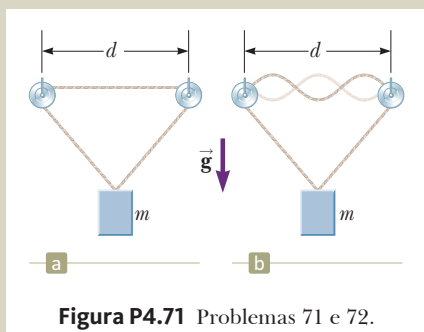


Figura P4.71 Problemas 71 e 72.

72. **S Revisão.** Um corpo de massa  $m$  está pendurado em equilíbrio em uma corda com comprimento total  $L$  e densidade de massa linear  $\mu$ . A corda é enrolada ao redor de duas roldanas leves e sem atrito que são separadas por uma distância  $d$  (Figura P4.71a). (a) Determine a tensão na corda. (b) A que frequência a corda entre as roldanas deve vibrar para formar o padrão de onda estacionária mostrado na Figura P4.71b?

### Problemas de Desafio

73. **S Revisão.** Considere o aparelho mostrado na Figura P4.73a, onde o corpo pendurado tem massa  $M$  e a corda vibra em seu segundo harmônico. A lâmina vibratória na esquerda mantém frequência constante. O vento começa a soprar para a direita, aplicando uma força horizontal constante  $\vec{F}$  no corpo pendurado. Qual é a intensidade da força que o vento deve aplicar sobre o corpo pendurado de modo que a corda vibre em seu primeiro harmônico, como mostrado na Figura 4.73b?

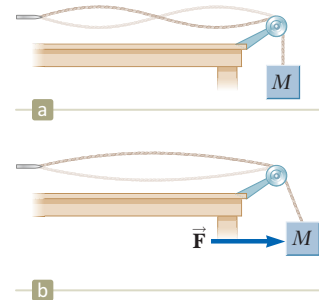


Figura P4.73

74. **S** Nas figuras ativas 4.20a e 4.20b, note que a amplitude da onda componente para a frequência  $f$  é grande, que para  $3f$  ela é menor, e que para  $5f$  é ainda menor. Como sabemos exatamente quanta amplitude atribuir a cada componente de frequência para construir uma onda quadrada? Esse problema nos ajuda a encontrar a resposta para aquela questão. Considere que a onda quadrada na Figura Ativa 4.20c tem amplitude  $A$  e deixe  $t = 0$  ser o extremo esquerdo da Figura. Então, um período  $T$  da onda quadrada é descrito por:

$$y(t) = \begin{cases} A & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -A & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

Expresse a Equação 4.13 com frequências angulares:

$$y(t) = \sum_n (A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t)$$

Agora, prossiga da seguinte maneira. (a) Multiplique os dois lados da Equação 4.13 por  $\sin m\omega t$  e integre os dois lados em um período  $T$ . Mostre que o lado esquerdo da equação resultante é igual a 0 se  $m$  é par e igual a  $4A/m\omega$  se  $m$  é ímpar. (b) Usando identidades trigonométricas, mostre que todos os termos no lado direito envolvendo  $B_n$  são iguais a zero. (c) Usando identidades trigonométricas, mostre que todos os termos no lado direito envolvendo  $A_n$  são iguais a zero, exceto para o caso de  $m = n$ . (d) Mostre que todo o lado direito da equação é reduzido para  $\frac{1}{2}A_m T$ . (e) Mostre que a expansão da série Fourier para uma onda quadrada é:

$$y(t) = \sum_n \frac{4A}{n\pi} \sin n\omega t$$



# Termodinâmica

## parte 2



Uma bolha em um dos muitos poços de lama no Parque Nacional de Yellowstone é fotografada bem no momento em que vai estourar. Esses poços são piscinas de lama quente borbulhante que demonstram a existência de processos termodinâmicos abaixo da superfície da Terra. (© David Argyle)

**Vamos nos concentrar, agora, no estudo da Termodinâmica,** que envolve situações em que a temperatura ou o estado (sólido, líquido, gás) de um sistema muda por causa de transferências de energia. Como veremos, a Termodinâmica explica as propriedades do volume da matéria e a correlação entre elas e a mecânica de átomos e moléculas.

Historicamente, a Termodinâmica se desenvolveu em paralelo ao desenvolvimento da Teoria Atômica da Matéria. Nos anos 1820, experimentos químicos já tinham fornecido evidência concreta da existência dos átomos. Naquela época, cientistas admitiram que devia existir uma conexão entre a Termodinâmica e a Estrutura da Matéria. Em 1827, o botânico Robert Brown registrou que grãos de pólen suspensos em um líquido se movem aleatoriamente de um lugar para outro como se estivessem sob agitação constante. Em 1905, Albert Einstein usou a Teoria Cinética para explicar a causa desse movimento aleatório, conhecido hoje como *movimento Browniano*.

Einstein explicou esses fenômenos presumindo que os grãos estão sob bombardeamento constante de moléculas “invisíveis” no líquido, que se movem aleatoriamente. Essa explicação permitiu aos cientistas compreender o conceito de movimento molecular e deu crédito à ideia de que a matéria é feita de átomos. Uma conexão foi criada entre o mundo diário e os minúsculos blocos invisíveis que constituem esse mundo.

A Termodinâmica também aborda questões mais práticas. Você alguma vez pensou como um refrigerador é capaz de resfriar seu conteúdo, ou que tipos de transformações ocorrem em uma usina de energia ou no motor de seu automóvel ou o que acontece com a energia cinética de um objeto em movimento quando o objeto chega ao repouso? As leis da Termodinâmica podem ser usadas para dar explicações para esses e outros fenômenos. ■



# Temperatura

- 5.1 Temperatura e a Lei Zero da Termodinâmica
- 5.2 Termômetros e a escala Celsius de temperatura
- 5.3 O termômetro de gás a volume constante e a escala de temperatura absoluta
- 5.4 Expansão térmica dos sólidos e líquidos
- 5.5 Descrição macroscópica de um gás ideal

Em nosso estudo da Mecânica, definimos cuidadosamente conceitos como *massa*, *força* e *energia cinética* para facilitar nossa abordagem quantitativa. Da mesma maneira, uma descrição quantitativa de fenômenos térmicos exige definições cuidadosas de termos importantes como *temperatura*, *calor* e *energia interna*. Este capítulo começa com uma discussão sobre temperatura.

Em seguida, consideraremos a importância do estudo térmico da substância específica que estamos investigando. Por exemplo, gases se expandem consideravelmente quando aquecidos, enquanto líquidos e sólidos sofrem expansão mais leve.

Este capítulo termina com um estudo de gases ideais em escala macroscópica. Estamos interessados nas relações entre quantidades, como pressão, volume e temperatura de um gás. No Capítulo 7, examinaremos gases em escala microscópica, usando um modelo que representa os componentes de um gás como pequenas partículas.



Por que alguém desenhando um duto incluiria esses anéis estranhos? Com frequência, dutos conduzindo líquidos os contêm para permitir a expansão e contração conforme a temperatura muda. Estudaremos a expansão térmica neste capítulo. (© Lowell Georgia/Encyclopedia/CORBIS)

## 5.1 Temperatura e a Lei Zero da Termodinâmica

Associamos o conceito de temperatura a quão quente ou frio um corpo está quando nele tocamos. Desse modo, nossos sentidos nos dão uma indicação qualitativa de temperatura. No entanto, nossos sentidos não são confiáveis e frequentemente nos enganam. Por exemplo, se você ficar descalço com um pé sobre o carpete e o outro sobre o piso de cerâmica, este



parece ser mais frio que aquele, *embora ambos estejam na mesma temperatura*. Os dois corpos parecem diferentes porque o piso de cerâmica transfere energia por calor a uma taxa mais alta que o carpete. Sua pele “mede” a taxa de transferência de energia por calor, em vez de medir a temperatura. Em vez de taxa de transferência de energia, precisamos de um método confiável e reprodutível para medir o calor ou frio relativo dos corpos. Cientistas desenvolveram uma variedade de termômetros para fazer tais medições quantitativas.

Dois corpos com temperatura inicial diferente eventualmente atingirão uma temperatura intermediária quando colocados em contato um com o outro. Por exemplo, quando se mistura água quente e fria em uma banheira, energia é transferida da quente para a fria, e a temperatura final da mistura fica entre ambas as temperaturas.

Imagine que dois corpos são colocados em um recipiente isolado de modo que interajam um com o outro, mas não com o ambiente. Se os corpos estão em temperaturas diferentes, energia é transferida entre eles, mesmo que inicialmente não estejam em contato físico um com o outro. Concentraremos nossa atenção nos seguintes mecanismos de transferência de energia do Capítulo 8 do Volume 1 desta coleção: calor e radiação eletromagnética. Para os propósitos desta discussão, vamos supor que dois corpos estejam em **contato térmico** um com o outro e que possa haver troca de energia entre eles por esses processos devido à diferença de temperatura. **Equilíbrio térmico** é a situação em que dois corpos não trocariam energia por calor ou radiação eletromagnética se fossem colocados em contato térmico.

Vamos considerar dois corpos, A e B, que não estão em contato térmico, e um terceiro, C, que é nosso termômetro. Queremos determinar se A e B estão em equilíbrio térmico um com o outro. O termômetro (corpo C) é colocado em contato térmico com o corpo A até atingir equilíbrio térmico,<sup>1</sup> como mostrado na Figura 5.1a. A partir desse momento, a leitura do termômetro permanece constante e registramos a leitura. O termômetro é então removido do corpo A e posto em contato térmico com o B, como mostrado na Figura 5.1b. A leitura é registrada após alcançar o equilíbrio térmico. Se as duas leituras são iguais, podemos concluir que ambos os corpos estão em equilíbrio térmico um com o outro. Se forem colocados em contato um com o outro, como na Figura 5.1c, não há troca de energia entre eles.

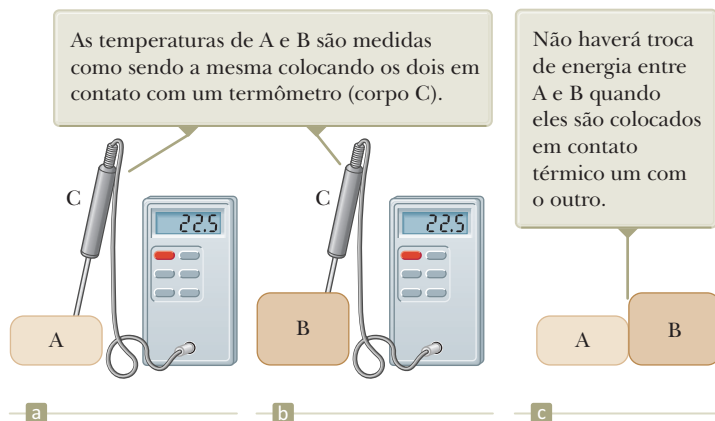
Podemos resumir esses resultados pela afirmação conhecida como **Lei Zero da Termodinâmica** (lei de equilíbrio):

Se os corpos A e B estão separadamente em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, C, então A e B estão em equilíbrio térmico um com o outro.

#### ◀ Lei Zero da Termodinâmica

Essa afirmação pode ser facilmente comprovada experimentalmente, e é muito importante, porque nos permite definir a temperatura. Podemos pensar em **temperatura** como a propriedade que determina se um corpo está em equilíbrio térmico com outros corpos. Dois corpos em equilíbrio térmico um com o outro estão na mesma temperatura. Contrariamente, se dois corpos têm temperaturas diferentes, não estão em equilíbrio térmico um com o outro. Sabemos que a temperatura é algo que determina se haverá ou não transferência de energia entre dois corpos em contato térmico. No Capítulo 7, relacionaremos a temperatura ao comportamento mecânico das moléculas.

**Teste Rápido 5.1** Dois corpos com tamanhos, massa e temperatura diferentes são colocados em contato térmico. Em que direção a energia se propaga? **(a)** Ela vai do corpo maior para o menor. **(b)** Ela vai do corpo com mais massa para aquele com menos massa. **(c)** Ela vai do corpo com maior temperatura para o com menor temperatura.



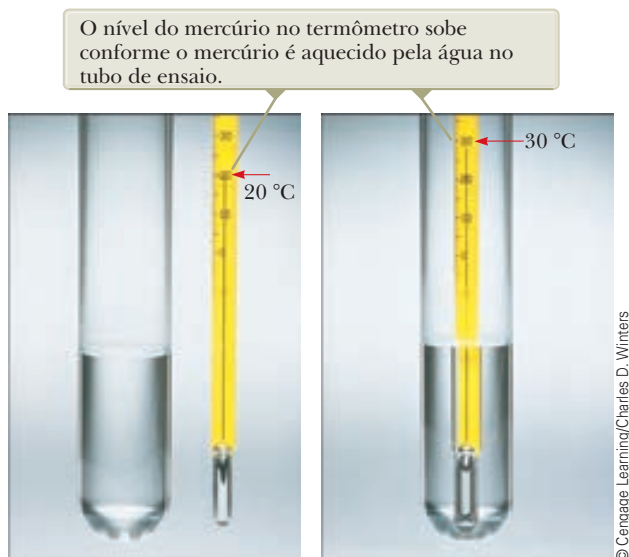
**Figura 5.1** A Lei Zero da Termodinâmica.

<sup>1</sup> Supomos uma quantidade desprezível de transferência de energias entre o termômetro e o corpo A durante o processo de equilíbrio. Sem essa suposição, que também é feita para o termômetro e o corpo B, a medição da temperatura de um corpo perturba o sistema, tornando a temperatura medida diferente da inicial do corpo. Na prática, sempre que você mede a temperatura com um termômetro, mede o sistema perturbado, não o sistema original.

## 5.2 Termômetros e a escala Celsius de temperatura

Termômetros são aparelhos usados para medir a temperatura de um sistema. Todos se baseiam no princípio de que alguma propriedade física de um sistema muda conforme muda sua temperatura. Algumas propriedades físicas que mudam com a temperatura são: (1) o volume de um líquido, (2) as dimensões de um sólido, (3) a pressão de um gás com volume constante, (4) o volume de um gás com pressão constante, (5) a resistência elétrica de um condutor, e (6) a cor de um corpo.

O termômetro comum para uso diário consiste em uma massa de líquido – em geral, mercúrio ou álcool – que se expande em um tubo capilar quando aquecido (Figura 5.2). Nesse caso, a propriedade física que muda é o volume do líquido. Qualquer mudança de temperatura dentro da variação do termômetro pode ser definida como sendo proporcional à mudança no comprimento da coluna de líquido. O termômetro pode ser calibrado colocando-o em contato térmico com um sistema natural que permanece à temperatura constante. Um desses sistemas é a mistura de água e gelo em equilíbrio térmico à pressão atmosférica. Na **escala Celsius de temperatura**, essa mistura tem temperatura de zero grau Celsius:  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; é chamada *ponto de congelamento* da água. Outro sistema frequentemente usado é uma mistura de água e vapor em equilíbrio térmico à pressão atmosférica; sua temperatura é definida como  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que é o *ponto de vaporização* da água. Uma vez que os níveis de líquido foram estabelecidos nesses dois pontos do termômetro, o comprimento da coluna do líquido entre os dois pontos é dividida em 100 segmentos iguais para criar a escala Celsius. Portanto, cada segmento denota uma mudança em temperatura de um grau Celsius.



**Figura 5.2** Um termômetro de mercúrio antes e depois de aumentar sua temperatura.

Termômetros assim calibrados apresentam problemas quando leituras extremamente precisas são necessárias. Por exemplo, as leituras de um termômetro de álcool calibrado nos pontos de congelamento e vaporização de água podem estar de acordo com as de um de mercúrio somente nos pontos de calibração. Como o mercúrio e o álcool têm propriedades de expansão térmicas diferentes, quando um termômetro marca uma temperatura de, por exemplo,  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , o outro pode marcar um valor levemente diferente. As discrepâncias entre termômetros são muito grandes quando as temperaturas a medir estão longe dos pontos de calibração.<sup>2</sup>

Outro problema prático de qualquer termômetro é a variação limitada das temperaturas em que pode ser usado. Por exemplo, um termômetro de mercúrio não pode ser usado abaixo do ponto de congelamento do mercúrio, que é  $-39\text{ }^{\circ}\text{C}$ , e um de álcool não é útil para medir temperaturas acima de  $85\text{ }^{\circ}\text{C}$ , o ponto de ebulição do álcool. Para superar esse problema, precisamos de um termômetro universal cujas leituras independam da substância nele usada. O termômetro de gás, discutido na próxima seção, aproxima-se dessa exigência.

## 5.3 O termômetro de gás a volume constante e a escala de temperatura absoluta

Uma versão do termômetro de gás é o aparelho com volume constante mostrado na Figura 5.3. A mudança física explorada nesse aparelho é a variação de pressão de um volume fixo de gás com a temperatura. O frasco é imerso em um banho de gelo e água, e o reservatório de mercúrio *B* é levantado ou abaixado até que o topo do mercúrio na coluna *A* esteja no ponto zero da escala. A altura *h*, a diferença entre os níveis de mercúrio no reservatório *B* e coluna *A*, indica a pressão no frasco a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  por meio da Equação 14.4 do Volume 1 desta coleção,  $P = P_0 + \rho gh$ .

O frasco é imerso em água no ponto de ebulição. O reservatório *B* é reajustado até que o topo do mercúrio na coluna *A* seja novamente zero na escala, o que garante que o volume do gás seja o mesmo que quando o frasco estava no banho de gelo (daí a designação “volume constante”). Esse ajuste do reservatório *B* dá um valor para a pressão do gás a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Esses dois valores de pressão e temperatura são, então, traçados como mostrado na Figura 5.4. A linha conectando os dois pontos serve como uma curva de calibração para temperaturas desconhecidas. (Outras experiências mostram que uma relação linear entre pressão e temperatura é uma ótima suposição.) Para medir a temperatura de uma substância, o frasco de gás da Figura 5.3 é colocado em contato térmico com a substância, e a altura do reservatório *B* é ajustada até que o topo da coluna de mercúrio em *A* esteja em zero na escala. A altura da coluna de mercúrio em *B* indica a pressão

<sup>2</sup> Dois termômetros que usam o mesmo líquido também podem ter leituras diferentes, por causa das dificuldades em construir tubos capilares de abertura uniforme.

do gás; conhecendo a pressão, encontra-se a temperatura da substância usando o gráfico na Figura 5.4.

Suponha agora que as temperaturas de gases diferentes com pressões iniciais diferentes sejam medidas com termômetros de gás. Experimentos mostram que as leituras são praticamente independentes do tipo de gás usado, desde que a pressão do gás seja baixa e a temperatura esteja bem acima do ponto no qual o gás se liquefaz (Figura 5.5). Essa concordância entre termômetros usando diversos gases melhora conforme a pressão é reduzida.

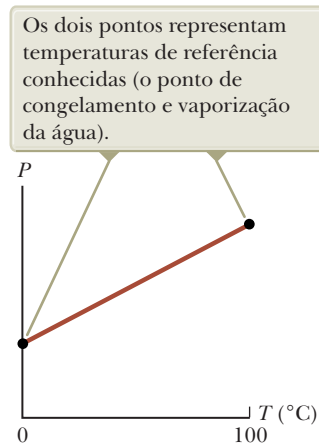
Se estendermos as linhas retas na Figura 5.5 como na direção de temperaturas negativas, encontramos um resultado extraordinário: **em todos os casos, a pressão é zero quando a temperatura é  $-273,15^\circ\text{C}$** ! Essa descoberta sugere uma função especial desempenhada por essa temperatura específica. Ela é usada como a base para a **escala de temperatura absoluta**, que estabelece  $-273,15^\circ\text{C}$  como seu ponto zero. Essa temperatura é frequentemente chamada de **zero absoluto**, e é indicada como zero porque, a uma temperatura mais baixa, a pressão do gás se tornaria negativa, o que não faz sentido. O tamanho de um grau na escala de temperatura absoluta é escolhido como sendo idêntico ao tamanho de um grau na escala Celsius. Portanto, a conversão entre essas temperaturas é:

$$T_C = T - 273,15 \quad (5.1)$$

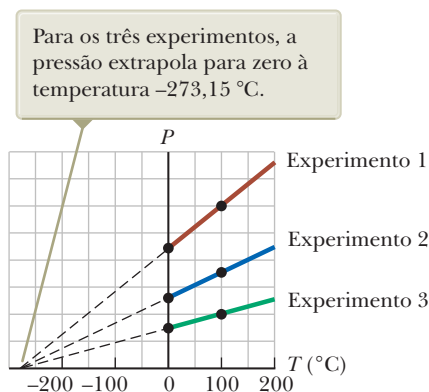
onde  $T_C$  é a temperatura Celsius e  $T$  é a temperatura absoluta.

Como é difícil duplicar experimentalmente o ponto de congelamento e de vaporização, que dependem da pressão atmosférica, uma escala de temperatura absoluta baseada em dois novos pontos fixos foi adotada em 1954 pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas. O primeiro deles é o zero absoluto. A segunda temperatura de referência para essa nova escala foi escolhida como o **ponto triplo da água**, que é a combinação única de temperatura e pressão na qual água líquida, gasosa e gelo (água sólida) coexistem em equilíbrio. Esse ponto triplo ocorre a uma temperatura de  $0,01^\circ\text{C}$  e pressão de  $4,58\text{ mm de mercúrio}$ . Em uma nova escala, que usa a unidade *kelvin*, a temperatura da água no ponto triplo foi estabelecida a  $273,16\text{ kelvins}$ , abreviado para  $273,16\text{ K}$ . Essa escolha foi feita de modo que a antiga escala de temperatura absoluta baseada no ponto de congelamento e vaporização se aproximasse da nova, baseada no ponto triplo. Essa nova escala de temperatura absoluta (também chamada **escala Kelvin**) usa a unidade de temperatura absoluta do Sistema Internacional (SI), o **kelvin**, definido como sendo  $1/273,16$  da diferença entre zero absoluto e a temperatura do ponto triplo da água.

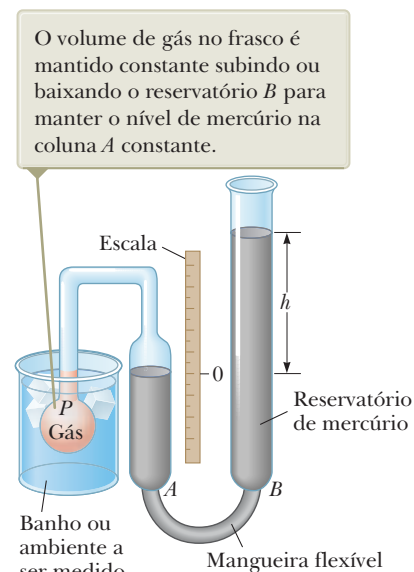
A Figura 5.6 fornece a temperatura absoluta para vários processos e estruturas físicas. A temperatura de zero absoluto ( $0\text{ K}$ ) não pode ser alcançada, embora experimentos laboratoriais já tenham se aproximado bastante dela, atingindo temperaturas menores que um nanokelvin.



**Figura 5.4** Um gráfico típico de pressão versus temperatura obtido por um termômetro de gás com volume constante.



**Figura 5.5** Pressão versus temperatura para experimentos com gases de pressões diferentes em um termômetro de gás com volume constante.



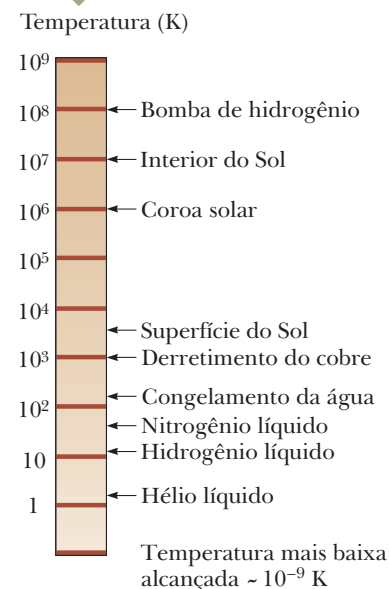
**Figura 5.3** Um termômetro de gás com volume constante mede a pressão do gás contido no frasco imerso no banho.

### Prevenção de Armadilhas 5.1

#### Uma questão de grau

Notações para temperaturas na escala Kelvin não usam o sinal de grau. A unidade para uma temperatura Kelvin é simplesmente “kelvins”, e não “graus Kelvin”.

Note que a escala é logarítmica.



**Figura 5.6** Temperaturas absolutas nas quais vários processos físicos ocorrem.

### As escalas de temperatura Celsius, Fahrenheit e Kelvin<sup>3</sup>

A Equação 5.1 mostra que a temperatura Celsius  $T_C$  é mudada da temperatura absoluta (Kelvin)  $T$  por  $273,15^\circ$ . Como o tamanho de um grau é o mesmo nas duas escalas, a diferença de temperatura de  $5^\circ\text{C}$  é igual à diferença de temperatura de  $5\text{ K}$ . As duas escalas diferem somente na escolha do ponto zero. Portanto, a temperatura de congelamento na escala Kelvin,  $273,15\text{ K}$ , corresponde a  $0,00^\circ\text{C}$ , e o ponto de vaporização na escala Kelvin,  $373,15\text{ K}$ , é equivalente a  $100,00^\circ\text{C}$ .

Uma escala comum de temperatura em uso diário nos Estados Unidos é a **escala Fahrenheit**, que estabelece a temperatura do ponto de congelamento em  $32^\circ\text{F}$  e a temperatura do ponto de vaporização em  $212^\circ\text{F}$ . A relação entre as escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit é:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ\text{F} \quad (5.2)$$

Podemos usar as equações 5.1 e 5.2 para encontrar a relação entre as mudanças em temperatura nas escalas Celsius, Kelvin e Fahrenheit:

$$\Delta T_C = \Delta T + \frac{5}{9}\Delta T_F \quad (5.3)$$

Dessas três escalas de temperatura, somente a Kelvin é baseada em um valor zero real de temperatura. As Celsius e Fahrenheit o são em um zero arbitrário associado a uma substância específica, água, em um planeta específico, Terra. Então, caso se depare com uma equação que peça uma temperatura  $T$  ou que envolva uma proporção de temperaturas, você *deve* converter todas as temperaturas em kelvins. Se a equação contém uma mudança na temperatura  $\Delta T$ , a resposta correta será obtida usando a temperatura Celsius, em vista da Equação 5.3, mas sempre é *mais seguro* converter as temperaturas para a escala Kelvin.

**Teste Rápido 5.2** Considere os seguintes pares de materiais. Qual deles representa dois materiais, um dos quais é duas vezes mais quente que o outro? **(a)** Água fervendo a  $100^\circ\text{C}$ , um copo de água a  $50^\circ\text{C}$ . **(b)** Água fervendo a  $100^\circ\text{C}$ , metano congelado a  $-50^\circ\text{C}$ . **(c)** Um cubo de gelo a  $-20^\circ\text{C}$ , chamas de um engolidor de fogo a  $233^\circ\text{C}$ . **(d)** Nenhum desses pares.

#### Exemplo 5.1

#### Convertendo temperaturas

Em um dia, quando a temperatura atinge  $50^\circ\text{F}$ , qual é a temperatura em graus Celsius e em kelvins?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Nos Estados Unidos, uma temperatura de  $50^\circ\text{F}$  é bem compreendida. No entanto, em muitas outras partes do mundo, ela pode não significar nada, porque as pessoas estão acostumadas com a escala Celsius de temperatura.

**Categorização** Este exemplo é um problema de substituição.

Substitua a temperatura dada na Equação 5.2:

$$T = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(50 - 32) = 10^\circ\text{C}$$

Use a Equação 5.1 para encontrar a temperatura Kelvin:

$$T = T_C + 273,15 = 10^\circ\text{C} + 273,15 = 283\text{ K}$$

Um conjunto de equivalentes de temperaturas relacionadas ao clima interessante de se lembrar é que  $0^\circ\text{C}$  é (literalmente) congelado, correspondente a  $32^\circ\text{F}$ ;  $10^\circ\text{C}$  é gelado, correspondente a  $50^\circ\text{F}$ ;  $20^\circ\text{C}$  é temperatura ambiente;  $30^\circ\text{C}$  é quente, correspondente a  $86^\circ\text{F}$ ; e  $40^\circ\text{C}$  é um dia muito quente, correspondente a  $104^\circ\text{F}$ .

## 5.4 Expansão térmica dos sólidos e líquidos

Nossa discussão sobre o termômetro líquido usa uma das mais conhecidas mudanças em uma substância: conforme sua temperatura aumenta, aumenta também seu volume. Esse fenômeno, conhecido como **expansão térmica**, tem função importante em várias aplicações da Engenharia. Por exemplo, junções de expansão térmica, como aquelas mostradas na Figura 5.7, devem ser incluídas em edifícios, estradas de concreto, trilhos de ferrovias, paredes de tijolos e pontes para compensar as mudanças dimensionais que ocorrem conforme a temperatura muda.

<sup>3</sup> Assim chamadas em homenagem a Anders Celsius (1701-1744), Daniel Gabriel Fahrenheit (1686-1736) e William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907), respectivamente.

Sem essas junções para separar as seções de estradas em pontes, a superfície entraria em colapso por causa da expansão térmica em dias muito quentes ou rachariam por causa da contração em dias muito frios.



a

Uma junção longa e vertical é preenchida com material macio que permite à parede se expandir e se contrair conforme a temperatura dos tijolos muda.



b

**Figura 5.7**

Junções de expansão térmica em (a) pontes e (b) paredes.

A expansão térmica é uma consequência da mudança na separação *média* entre os átomos em um corpo. Para compreender esse conceito, vamos modelar os átomos como sendo conectados por molas rígidas, como discutido na Seção 1.3 e mostrado na Figura 1.11b. Em temperaturas normais, os átomos em um sólido oscilam em suas posições de equilíbrio com amplitude de aproximadamente  $10^{-11}$  m e frequência de aproximadamente  $10^{13}$  Hz. O espaçamento médio entre os átomos é de aproximadamente  $10^{-10}$  m. Conforme a temperatura do sólido aumenta, os átomos oscilam com maior amplitude; como resultado, a separação média entre eles aumenta.<sup>4</sup> Consequentemente, o corpo se expande.

Se a expansão térmica é suficientemente pequena em relação às dimensões iniciais de um corpo, a alteração de qualquer dimensão é aproximadamente proporcional à primeira potência da mudança em temperatura. Suponha que um corpo tenha comprimento inicial  $L_i$  ao longo de uma direção a certa temperatura, e que o comprimento aumenta em um valor  $\Delta L$  para uma alteração em temperatura  $\Delta T$ . Como é conveniente considerar a alteração fracional no comprimento por grau de mudança de temperatura, definimos o **coeficiente de expansão média linear** como:

$$\alpha \equiv \frac{\Delta L/L_i}{\Delta T}$$

Experimentos mostram que  $\alpha$  é constante para pequenas alterações na temperatura. Para fins de cálculo, essa equação geralmente é reescrita como:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \quad (5.4)$$

ou

$$L_f - L_i = \alpha L_i (T_f - T_i) \quad (5.5)$$

onde  $L_f$  é o comprimento final,  $T_i$  e  $T_f$  são as temperaturas inicial e final, respectivamente, e a constante de proporcionalidade  $\alpha$  é o coeficiente de expansão linear médio para certo material, que tem unidades de  $(^\circ\text{C})^{-1}$ . A Equação 5.4 pode ser usada para a expansão térmica, quando a temperatura do material aumenta, e para a contração térmica, quando sua temperatura diminui.

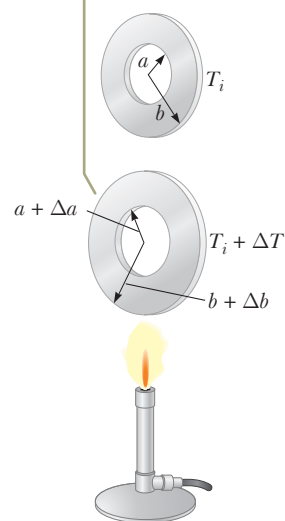
Pode ser útil pensar na expansão térmica como um aumento efetivo, ou fotográfico, de um corpo. Por exemplo, conforme uma arruela metálica é aquecida (Figura Ativa 5.8), todas as dimensões, inclusive o raio do buraco, aumentam de acordo com a Equação 5.4. Uma cavidade em um pedaço de material expande da mesma maneira, como se estivesse cheia do material.

### Prevenção de Armadilhas 5.2

#### Buracos ficam maiores ou menores?

Quando a temperatura de um corpo é aumentada, cada dimensão linear aumenta em tamanho. Isso inclui qualquer buraco no material, que expande da mesma maneira como se ele fosse preenchido com material, como mostrado na Figura Ativa 5.8. Pense na noção de expansão térmica como semelhante a um aumento fotográfico.

Conforme a arruela esquenta, todas as dimensões aumentam, inclusive o raio do buraco.



**FIGURA ATIVA 5.8**

Expansão térmica de uma arruela metálica homogênea. (A expansão é exagerada nesta figura.)

<sup>4</sup> Mais precisamente, a expansão térmica vem da natureza assimétrica da curva de energia potencial para os átomos em um sólido, como mostrado na Figura 1.11a. Se os osciladores fossem realmente harmônicos, as separações atômicas médias não mudariam, apesar da amplitude da vibração.



A Tabela 5.1 lista os coeficientes médios de expansão linear para diversos materiais. Para esses materiais,  $\alpha$  é positivo, indicando um aumento de comprimento com aumento de temperatura. No entanto, esse não é sempre o caso. Algumas substâncias – por exemplo, a calcita ( $\text{CaCO}_3$ ) – expandem-se ao longo de uma dimensão ( $\alpha$  positivo) e se contraem ao longo de outra ( $\alpha$  negativo) conforme suas temperaturas aumentam.

Como as dimensões lineares de um corpo mudam com a temperatura, a área de superfície e o volume também mudam. A alteração do volume é proporcional ao volume inicial  $V_i$  e à mudança em temperatura de acordo com a relação:

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \quad (5.6)$$

onde  $\beta$  é o **coeficiente de expansão média volumétrica**. Para encontrar a relação entre  $\beta$  e  $\alpha$ , suponha que o coeficiente de expansão linear média do sólido seja o mesmo em todas as direções; isto é, que o material seja *isotrópico*. Considere uma caixa sólida de dimensões  $\ell$ ,  $w$  e  $h$ . Seu volume a uma temperatura  $T_i$  é  $V_i = \ell wh$ . Se a temperatura muda para  $T_i + \Delta T$ , seu volume muda para  $V_i + \Delta V$ , onde cada dimensão muda de acordo com a Equação 5.4. Portanto:

$$\begin{aligned} V_i + \Delta V &= (\ell + \Delta\ell)(w + \Delta w)(h + \Delta h) \\ &= (\ell + \alpha\ell\Delta T)(w + \alpha w\Delta T)(h + \alpha h\Delta T) \\ &= \ell wh(1 + \alpha\Delta T)^3 \\ &= V_i[1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3] \end{aligned}$$

Dividindo os dois lados por  $V_i$  e isolando o termo  $\Delta V/V_i$ , obtemos a alteração fracional no volume:

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3$$

Como  $\alpha\Delta T \ll 1$  para valores típicos de  $\Delta T$  ( $< \sim 100^\circ\text{C}$ ), podemos desprezar os termos  $3(\alpha\Delta T)^2$  e  $(\alpha\Delta T)^3$ . Fazendo essa aproximação, vemos que:

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T \rightarrow \Delta V = (3\alpha)V_i\Delta T$$

Comparando essa expressão com a Equação 5.6, temos:

$$\beta = 3\alpha$$

Da mesma forma, você pode provar que a alteração na área de uma placa retangular é dada por  $\Delta A = 2\alpha A_i \Delta T$  (ver Problema 49).

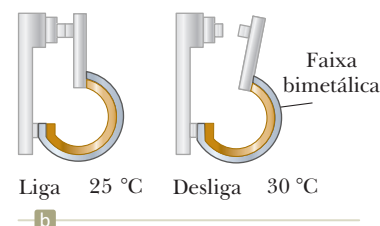
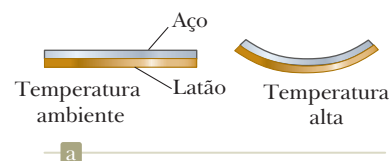
**TABELA 5.1** Coeficientes médios de expansão para alguns materiais em temperatura quase ambiente

| Material<br>(sólidos) | Coeficiente de<br>expansão média<br>linear<br>( $\alpha$ )( $^\circ\text{C}$ ) <sup>-1</sup> | Material<br>(líquidos e gases)      | Coeficiente de<br>expansão média<br>volumétrica<br>( $\beta$ )( $^\circ\text{C}$ ) <sup>-1</sup> |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Alumínio              | $24 \times 10^{-6}$                                                                          | Acetona                             | $1,5 \times 10^{-4}$                                                                             |
| Latão e bronze        | $19 \times 10^{-6}$                                                                          | Álcool etílico                      | $1,12 \times 10^{-4}$                                                                            |
| Concreto              | $12 \times 10^{-6}$                                                                          | Benzeno                             | $1,24 \times 10^{-4}$                                                                            |
| Cobre                 | $17 \times 10^{-6}$                                                                          | Gasolina                            | $9,6 \times 10^{-4}$                                                                             |
| Vidro (comum)         | $9 \times 10^{-6}$                                                                           | Glicerina                           | $4,85 \times 10^{-4}$                                                                            |
| Vidro (Pirex)         | $3,2 \times 10^{-6}$                                                                         | Mercúrio                            | $1,82 \times 10^{-4}$                                                                            |
| Invar (liga de Ni-Fe) | $0,9 \times 10^{-6}$                                                                         | Turpentina                          | $9,0 \times 10^{-4}$                                                                             |
| Chumbo                | $29 \times 10^{-6}$                                                                          | Ar <sup>a</sup> a $0^\circ\text{C}$ | $3,67 \times 10^{-3}$                                                                            |
| Aço                   | $11 \times 10^{-6}$                                                                          | Hélio <sup>a</sup>                  | $3,665 \times 10^{-3}$                                                                           |

<sup>a</sup>Gases não têm valor específico para o coeficiente de expansão volumétrica porque a quantidade de expansão depende do tipo do processo através do qual o gás é obtido. Os valores aqui fornecidos supõem que o gás sofre expansão sob pressão constante.



Um mecanismo simples chamado *faixa bimetalica*, encontrado em equipamentos práticos como termostatos, usa a diferença de coeficientes de expansão para materiais diferentes. Ele consiste em duas faixas finas de metais desiguais ligadas. Conforme a temperatura da faixa aumenta, os dois metais se expandem em quantidades diferentes e a faixa se curva, como mostrado na Figura 5.9.



**Figura 5.9** (a) Uma faixa bimetalica se curva conforme a temperatura muda, porque os dois metais têm coeficientes de expansão diferentes. (b) Uma faixa bimetalica usada em um termostato para romper ou fazer contato elétrico.

**Teste Rápido 5.3** Se lhe pedissem para fazer um termômetro muito sensível, de vidro, qual dos seguintes líquidos você escolheria para trabalhar? (a) Mercúrio. (b) Álcool. (c) Gasolina. (d) Glicerina.

**Teste Rápido 5.4** Duas esferas são feitas do mesmo metal e têm o mesmo raio, mas uma é oca e a outra sólida. As esferas passam pelo mesmo aumento de temperatura. Qual esfera expande mais? (a) A sólida. (b) A oca. (c) Elas têm a mesma expansão. (d) Não há informação suficiente para dizer.

### Exemplo 5.2

### Expansão de trilhos ferroviários

Um segmento de trilho ferroviário de aço tem comprimento de 30,000 m quando a temperatura é 0,0 °C.

(A) Qual é seu comprimento quando a temperatura é 40,0 °C?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Como o trilho é relativamente longo, esperamos obter um aumento mensurável no comprimento para um aumento de temperatura de 40 °C.

**Categorização** Avaliaremos um aumento de comprimento usando a discussão desta seção; então, esta parte do exemplo é um problema de substituição.

Use a Equação 5.4 e o valor do coeficiente de expansão linear da Tabela 5.1:  $\Delta L = \alpha L_i \Delta T = [11 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}](30,000 \text{ m})(40,0 \text{ °C}) = 0,013 \text{ m}$

Encontre o novo comprimento do trilho:  $L_f = 30,000 \text{ m} + 0,013 \text{ m} = 30,013 \text{ m}$

(B) Suponha que as extremidades dos trilhos são presas rigidamente a 0,0 °C prevenindo a expansão. Qual é a tensão térmica nos trilhos se a temperatura é aumentada para 40,0 °C?

#### SOLUÇÃO

**Categorização** Esta parte do exemplo é um problema de análise, porque precisamos usar conceitos de outro capítulo.

**Análise** A tensão térmica é o mesmo que a tensão mecânica na situação em que o trilho se expande livremente e é, então, comprimido com uma força mecânica  $F$  de volta a seu comprimento original.

Determine a tensão mecânica a partir da Equação 12.6 do Volume 1 desta coleção usando o módulo de Young para o aço da Tabela 12.1 do mesmo Volume:

$$\text{Tensão mecânica} = \frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L_i}$$

$$\frac{F}{A} = (20 \times 10^{10} \text{ N/m}^2) \left( \frac{0,013 \text{ m}}{30,000 \text{ m}} \right) = 8,7 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

**Finalização** A expansão na parte (A) é 1,3 cm, que é, de fato, mensurável, conforme previsto na etapa Conceitualização. A tensão térmica na parte (B) pode ser evitada deixando-se pequenos intervalos para a expansão entre os trilhos.

*continua*

## 5.2 cont.

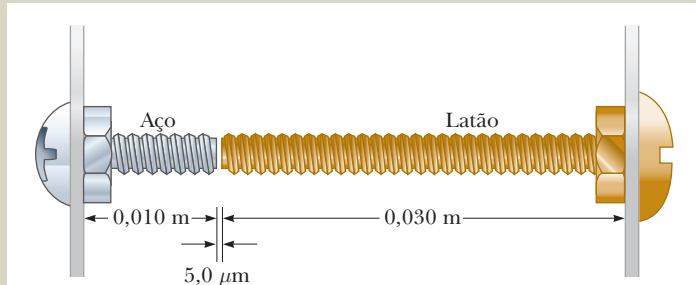
**E SE?** E se a temperatura caísse para  $-40,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Qual seria o comprimento do segmento que não está preso?

**Resposta** A expressão para a mudança de comprimento na Equação 5.4 é a mesma se a temperatura aumenta ou diminui. Portanto, se há um aumento de  $0,013\text{ m}$  no comprimento quando a temperatura aumenta em  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , há uma diminuição de  $0,013\text{ m}$  no comprimento quando ela diminui em  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (Supondo que  $\alpha$  seja constante por toda a variação de temperatura.) O novo comprimento na temperatura mais fria é  $30,000\text{ m} - 0,013\text{ m} = 29,987\text{ m}$ .

## Exemplo 5.3

## O curto elétrico térmico

Um aparelho eletrônico mal desenhado tem dois parafusos presos a partes diferentes que quase se tocam em seu interior, como na Figura 5.10. Os parafusos de aço e latão têm potenciais elétricos diferentes e, caso se toquem, haverá um curto-circuito, danificando o aparelho. (Estudaremos potencial elétrico no Capítulo 3 do Volume 3 desta coleção.) O intervalo inicial entre as pontas dos parafusos é  $5,0\text{ }\mu\text{m}$  a  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . A que temperatura os parafusos se tocarão? Suponha que a distância entre as paredes do aparelho não seja afetada pela mudança na temperatura.



**Figura 5.10** (Exemplo 5.3) Dois parafusos presos a diferentes partes de um aparelho elétrico quase se tocam quando a temperatura é  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Conforme a temperatura aumenta, as pontas dos parafusos se movem na direção uma da outra.

## SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine as pontas dos dois parafusos se expandindo no intervalo entre elas conforme a temperatura sobe.

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um problema de expansão térmica no qual a soma das mudanças no comprimento dos dois parafusos deve ser igual ao comprimento do intervalo inicial entre as pontas.

**Análise** Estabeleça a soma das mudanças em comprimento igual à largura do intervalo:

$$\Delta L_L + \Delta L_A = \alpha_L L_{i,L} \Delta T + \alpha_A L_{i,A} \Delta T = 5,0 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Resolva para  $\Delta T$ :

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{5,0 \times 10^{-6} \text{ m}}{\alpha_L L_{i,L} + \alpha_A L_{i,A}} \\ &= \frac{5,0 \times 10^{-6} \text{ m}}{[19 \times 10^{-6} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}](0,030 \text{ m}) + [11 \times 10^{-6} (\text{ }^{\circ}\text{C})^{-1}](0,010 \text{ m})} = 7,4^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Encontre a temperatura na qual os parafusos se tocam:

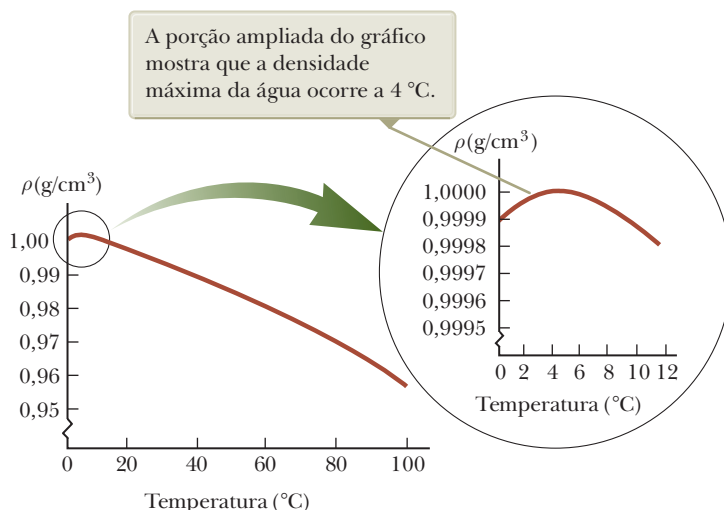
$$T = 27\text{ }^{\circ}\text{C} + 7,4\text{ }^{\circ}\text{C} = 34\text{ }^{\circ}\text{C}$$

**Finalização** Essa temperatura é possível se o ar-condicionado do edifício onde o aparelho está falhar por um longo período em um dia muito quente de verão.

## O comportamento incomum da água

Líquidos geralmente aumentam em volume com o aumento de temperatura e têm coeficientes médios de expansão de volume dez vezes maiores que aqueles dos sólidos. A água fria é uma exceção à regra, como você pode ver a partir da curva densidade *versus* temperatura, mostrada na Figura 5.11. Conforme a temperatura aumenta de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a água se contrai e, então, sua densidade aumenta. Acima de  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a água se expande com o aumento de temperatura e, então, sua densidade diminui. Portanto, a densidade da água atinge um valor máximo de  $1,000\text{ g/cm}^3$  a  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Podemos usar esse comportamento incomum de expansão térmica da água para explicar por que uma lagoa começa a congelar na superfície em vez de no fundo. Quando a temperatura do ar cai de, por exemplo,  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$  para  $6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a água da superfície também esfria e, conseqüentemente, diminui em volume. A água da superfície é mais densa que a abaixo da superfície, que não resfriou e diminuiu em volume. Como resultado, a água da superfície afunda, e a mais quente do fundo se move para a superfície. Quando a temperatura do ar está entre  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , no entanto, a água da superfície



**Figura 5.11** A variação na densidade da água à pressão atmosférica com a temperatura.

se expande à medida que esfria, ficando menos densa que a abaixo da superfície. O processo de mistura para, e eventualmente a água da superfície congela. À medida que a água congela, o gelo permanece na superfície, porque é menos denso que a água. O gelo continua a se acumular na superfície, enquanto a água perto do fundo permanece a 4 °C. Se não fosse esse o caso, peixes e outras formas de vida marinha não sobreviveriam.

## 5.5 Descrição macroscópica de um gás ideal

A equação de expansão de volume  $\Delta V = \beta V_i \Delta T$  é baseada na suposição de que o material tem volume inicial  $V_i$  antes que a variação na temperatura ocorra. Esse é o caso para sólidos e líquidos, porque têm volume fixo a certa temperatura.

Para gases, o caso é completamente diferente. As forças interatômicas dentro dos gases são muito fracas e, em muitos casos, podemos imaginá-las como não existentes e, ainda assim, fazer boas aproximações. Portanto, *não há separação de equilíbrio* para os átomos e nenhum volume “padrão” a certa temperatura; o volume depende do tamanho do recipiente. Como resultado, não podemos expressar variações no volume  $\Delta V$  em um processo em um gás com a Equação 5.6, porque não definimos o volume  $V_i$  no início do processo. Equações envolvendo gases contêm o volume  $V$  em vez de uma *variação* em volume a partir de um valor inicial, como uma variável.

Para um gás, é útil saber como as quantidades volume  $V$ , pressão  $P$  e temperatura  $T$  se relacionam para uma amostra de gás de massa  $m$ . Em geral, a equação que relaciona essas quantidades, chamada *equação de estado*, é muito complicada. Se o gás é mantido a uma pressão muito baixa (ou densidade baixa), no entanto, a equação de estado é bastante simples, e pode ser determinada a partir de resultados experimentais. Um gás de densidade tão baixa é geralmente chamado **gás ideal**.<sup>5</sup> Podemos usar o **modelo de gás ideal** para fazer previsões adequadas a fim de descrever o comportamento de gases reais a baixas pressões.

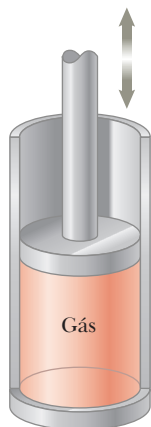
É conveniente expressar a quantidade de gás em certo volume em termos do número de mols  $n$ . Um **mol** de qualquer substância é a quantidade da substância que contém o **número de Avogadro**  $N_A = 6,022 \times 10^{23}$  de partículas constituintes (átomos ou moléculas). O número de mols  $n$  de uma substância é relacionado com sua massa  $m$  pela expressão:

$$n = \frac{m}{M} \quad (5.7)$$

onde  $M$  é a massa molar da substância. A massa molar de cada elemento químico é a massa atômica (da tabela periódica; ver Apêndice C) expressa em gramas por mol. Por exemplo, a massa de um átomo de He é 4,00 u (unidades de massa atômica), então, a massa molar de He é 4,00 g/mol.

Suponha agora que um gás ideal esteja confinado a um recipiente cilíndrico cujo volume pode ser variado por meio de um pistão móvel, como na Figura Ativa 5.12. Se supusermos que o cilindro não vaza, a massa (ou o número de mols) do gás permanece constante. Para tal sistema, experimentos fornecem a seguinte informação:

<sup>5</sup> Mais especificamente, as suposições aqui são que a temperatura do gás não deve ser muito baixa (o gás não deve se condensar em um líquido) ou muito alta, e que a pressão deve ser baixa. O conceito de um gás ideal implica que suas moléculas não interagem, exceto quando colidem, e que o volume molecular é desprezível comparado ao volume do recipiente. Na realidade, um gás ideal não existe. Mesmo assim, seu conceito é muito útil, porque gases reais a pressões baixas são bem modelados como gases ideais.

**FIGURA ATIVA 5.12**

Um gás ideal confinado a um cilindro cujo volume pode ser variado por meio de um pistão móvel.

- Quando o gás é mantido à temperatura constante, sua pressão é inversamente proporcional ao volume. (Esse comportamento é historicamente descrito como a Lei de Boyle.)
- Quando a pressão do gás é mantida constante, o volume é diretamente proporcional à temperatura. (Esse comportamento é historicamente descrito como a Lei de Charles.)
- Quando o volume do gás é mantido à temperatura constante, a pressão é inversamente proporcional à temperatura. (Esse comportamento é historicamente descrito como a Lei de Gay-Lussac.)

Essas observações são resumidas pela **equação de estado para um gás ideal**:

**Equação de estado para um gás ideal** ▶

$$PV = nRT \quad (5.8)$$

Nessa expressão, também conhecida como **Lei dos Gases Ideais**,  $n$  é o número de mols de gás na amostra, e  $R$  é uma constante. Experimentos com diversos gases mostram que, conforme a pressão se aproxima de zero, a quantidade  $PV/nT$  se aproxima do mesmo valor  $R$  para todos os gases. Por esse motivo,  $R$  é chamada **constante universal dos gases**. Em unidades SI, onde a pressão é expressa em pascals ( $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ) e o volume em metros cúbicos, o produto  $PV$  tem unidades de newton · metros, ou joules, e  $R$  tem o valor:

$$R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \quad (5.9)$$

Se a pressão é expressa em atmosferas e o volume em litros ( $1 \text{ L} = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ ),  $R$  tem o valor:

$$R = 0,08206 \text{ L} \cdot \text{atm/mol} \cdot \text{K}$$

### Prevenção de Armadilhas 5.3

#### Tantos ks

Há uma variedade de quantidades físicas para as quais a letra  $k$  é usada. Duas, que já vimos, são a constante de força para uma mola (Capítulo 1) e o número de onda para uma onda mecânica (Capítulo 2). A constante de Boltzmann é outro  $k$ , e veremos  $k$  usado para a condutividade térmica no Capítulo 6, e para uma constante elétrica no Capítulo 1 do Volume 3 desta coleção. Para que essa confusão faça sentido, usamos o subscrito B para a constante de Boltzmann a fim de facilitar seu reconhecimento. Neste livro, você verá a constante de Boltzmann como  $k_B$ , mas também pode ver a constante de Boltzmann em outros materiais simplesmente como  $k$ .

Usando esse valor de  $R$  e a Equação 5.8, temos que o volume ocupado por 1 mol de *qualquer* gás à pressão atmosférica e a  $0^\circ\text{C}$  ( $273 \text{ K}$ ) é  $22,4 \text{ L}$ .

A Lei dos Gases Ideais afirma que se o volume e a temperatura de uma quantidade fixa de gás não mudam, a pressão também permanece constante. Considere uma garrafa de champanhe que é sacudida e esguicha líquido quando aberta. Uma concepção comum, mas incorreta, é que a pressão dentro da garrafa aumenta quando a garrafa é sacudida. Pelo contrário. Como a temperatura da garrafa e seu conteúdo permanecem constantes enquanto a garrafa está selada, a pressão também fica constante, como pode ser demonstrado substituindo a rolha por um calibrador de pressão. (A explicação correta está a seguir.) Gás de dióxido de carbono reside no volume entre a superfície do líquido e a rolha. A pressão do gás nesse volume é mais alta que a atmosférica no processo de engarrafamento. Sacudir a garrafa desloca um pouco do gás dióxido de carbono para dentro do líquido, onde ele forma bolhas, e estas ficam presas no interior da garrafa. (Não há gás novo gerado pelo balanço.) Quando a garrafa é aberta, a pressão é reduzida para a pressão atmosférica, o que faz o volume das bolhas aumentar subitamente. Se as bolhas estão presas à garrafa (abaixo da superfície do líquido), sua expansão rápida expelle o líquido para fora. Entretanto, se os lados e o fundo da garrafa receberem tapinhas antes, até que não haja bolhas abaixo da superfície, a queda em pressão não força o líquido da garrafa quando o champanhe é aberto.

A Lei dos Gases Ideais é frequentemente expressa em termos do número total de moléculas  $N$ . Como o número de mols  $n$  é igual à proporção do número total de moléculas e do número de Avogadro  $N_A$ , podemos escrever a Equação 5.8 como:

$$\begin{aligned} PV &= nRT = \frac{N}{N_A} RT \\ PV &= Nk_B T \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde  $k_B$  é a **constante de Boltzmann**, que tem valor:

**A constante de Boltzmann** ▶ 
$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad (5.11)$$

É comum chamar quantidades como  $P$ ,  $V$  e  $T$  **variáveis termodinâmicas** de um gás ideal. Se a equação de estado for conhecida, uma das variáveis sempre pode ser expressa como uma função das outras duas.

**Teste Rápido 5.5** Um material comum para proteger corpos em pacotes é feito prendendo-se bolhas de ar entre folhas de plástico. Esse material é mais eficaz em evitar que o conteúdo do pacote se mova dentro do pacote em (a) um dia quente, (b) um dia frio ou (c) tanto dias quentes quanto dias frios?

**Teste Rápido 5.6** Em um dia de inverno, você liga seu aquecedor, e a temperatura do ar dentro de sua casa aumenta. Suponha que sua casa tenha uma quantidade normal de vazamentos entre o ar interno e o externo. O número de mols de ar em seu quarto à temperatura mais alta é (a) maior que antes, (b) menor que antes ou (c) o mesmo que antes?

### Exemplo 5.4

### Aquecendo uma lata de spray

Uma lata de *spray* contendo um gás propelente com o dobro da pressão atmosférica (202 kPa) e com volume de 125,00 cm<sup>3</sup> está a 22 °C. A lata é atirada em uma fogueira. (*Aviso: não faça essa experiência; é muito perigoso.*) Quando a temperatura do gás em seu interior atinge 195 °C, qual é a pressão dentro dela? Suponha que qualquer alteração no volume da lata seja desprezível.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Intuitivamente, você esperaria que a pressão do gás no recipiente aumentasse por causa do aumento de temperatura.

**Categorização** Modelamos o gás na lata como ideal e usamos a Lei dos Gases Ideais para calcular a nova pressão.

**Análise** Reorganize a Equação 5.8:

$$(1) \quad \frac{PV}{T} = nR$$

Nenhum ar escapa durante a compressão, então  $n$  e também  $nR$  permanecem constantes. Portanto, estabeleça o valor inicial do lado esquerdo da Equação (1) igual ao valor final:

$$(2) \quad \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

Como o volume inicial e final do gás são supostamente iguais, cancele os volumes:

$$(3) \quad \frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$$

Resolva para  $P_f$ :

$$P_f = \left( \frac{T_f}{T_i} \right) P_i = \left( \frac{468 \text{ K}}{295 \text{ K}} \right) (202 \text{ kPa}) = 320 \text{ kPa}$$

**Finalização** Quanto maior a temperatura, maior a pressão exercida pelo gás preso, como esperado. Se a pressão aumenta suficientemente, a lata pode explodir. Por causa dessa possibilidade, você nunca deve colocar latas de *spray* no fogo.

**E SE?** Suponha que incluamos uma alteração de volume por causa da expansão térmica das latas de aço conforme a temperatura aumenta. Isso altera nossa resposta para a pressão final significativamente?

**Resposta** Como o coeficiente de expansão térmica do aço é muito pequeno, não esperamos muito efeito sobre nossa resposta final.

Encontre a variação no volume da lata usando a Equação 5.6 e o valor de  $\alpha$  para aço da Tabela 5.1:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \beta V_i \Delta T = 3\alpha V_i \Delta T \\ &= 3[11 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}] (125,00 \text{ cm}^3) (173 \text{ °C}) = 0,71 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Comece pela Equação (2) novamente e encontre uma equação para a pressão final:

$$P_f = \left( \frac{T_f}{T_i} \right) \left( \frac{V_i}{V_f} \right) P_i$$

Esse resultado difere da Equação (3) somente no fator  $V_i/V_f$ . Avalie esse fator:

$$\frac{V_i}{V_f} = \frac{125,00 \text{ cm}^3}{(125,00 \text{ cm}^3 + 0,71 \text{ cm}^3)} = 0,994 = 99,4\%$$

Portanto, a pressão final vai diferir em 0,6% do valor calculado sem considerar a expansão térmica da lata. Considerando 99,4% da pressão final anterior, a pressão final, incluindo a expansão térmica, é de 318 kPa.

## Definições

Dois corpos estão em **equilíbrio térmico** um com o outro se não trocam energia quando estão em contato térmico.

**Temperatura** é a propriedade que determina se um corpo está em equilíbrio térmico com outros. Dois corpos em equilíbrio térmico um com o outro estão na mesma temperatura. A unidade SI de temperatura absoluta é o **kelvin**, que é definido como sendo  $1/273,16$  da diferença entre zero absoluto e a temperatura do ponto triplo da água.

## Conceitos e Princípios

A **Lei Zero da Termodinâmica** diz que se os corpos A e B estão separadamente em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, C, A e B estão em equilíbrio térmico um com o outro.

Quando a temperatura de um corpo muda por um valor  $\Delta T$ , seu comprimento muda por um valor  $\Delta L$ , que é proporcional a  $\Delta T$  e a seu comprimento inicial  $L_i$ :

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \quad (5.4)$$

onde a constante  $\alpha$  é o **coeficiente de expansão média linear**. O **coeficiente de expansão média volumétrico**  $\beta$  para um sólido é aproximadamente igual a  $3\alpha$ .

Um **gás ideal** é aquele para o qual  $PV/nT$  é constante. Um gás ideal é descrito pela **equação de estado**:

$$PV = nRT \quad (5.8)$$

onde  $n$  é igual ao número de mols do gás;  $P$ , sua pressão;  $V$ , seu volume;  $R$ , a constante universal dos gases ( $8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ) e  $T$  a temperatura absoluta do gás. Um gás real se comporta aproximadamente como um gás ideal se tiver baixa densidade.

## Perguntas Objetivas

- O que aconteceria se o vidro de um termômetro se expandisse mais ao ser aquecido que o líquido dentro do tubo? (a) O termômetro quebraria. (b) Ele só poderia ser usado para temperaturas abaixo da temperatura ambiente. (c) Você teria que segurá-lo com o bulbo para cima. (d) A escala no termômetro seria invertida, de modo que valores mais altos de temperatura ficariam mais próximos do bulbo. (e) Os números não teriam espaçamento regular.
- Um balão de borracha é cheio com 1 L de ar a 1 atm e 300 K e, então, colocado dentro de um refrigerador criogênico a 100 K. A borracha permanece flexível enquanto esfria. (i) O que acontece com o volume do balão? (a) Diminui para  $\frac{1}{3}$  L. (b) Diminui para  $1/\sqrt{3}$  L. (c) Fica constante. (d) Aumenta para  $\sqrt{3}$  L. (e) Aumenta para 3 L. (ii) O que acontece com a pressão do ar no balão? (a) Diminui para  $\frac{1}{3}$  atm. (b) Diminui para  $1/\sqrt{3}$  atm. (c) Fica constante. (d) Aumenta para  $\sqrt{3}$  atm. (e) Aumenta para 3 atm.
- Se o volume de um gás ideal é dobrado enquanto sua temperatura é quadruplicada, a pressão (a) permanece a mesma, (b) diminui por um fator de 2, (c) diminui por um fator de 4, (d) aumenta por um fator de 2 ou (e) aumenta por um fator de 4.
- Suponha que você esvazie uma forma de cubos de gelo em uma tigela parcialmente cheia de água e a cubra. Depois de meia hora, o conteúdo da tigela atinge equilíbrio térmico, com mais água líquida e menos gelo que no início. Quais das afirmativas seguintes são verdadeiras? (a) A temperatura da água líquida é mais alta que a do gelo restante. (b) A temperatura da água líquida é a mesma que a do gelo. (c) A temperatura da água líquida é menor que a do gelo. (d) As temperaturas comparativas da água líquida e do gelo dependem das quantidades presentes.
- Dois cilindros A e B à mesma temperatura contêm a mesma quantidade do mesmo tipo de gás. O cilindro A tem três vezes o volume do B. O que você pode concluir sobre as pressões que os gases exercem? (a) Não podemos concluir nada sobre as pressões. (b) A pressão em A é três vezes a pressão em B. (c) As pressões devem ser iguais. (d) A pressão em A deve ser um terço da pressão em B.
- Quando certo gás sob pressão de  $5,00 \times 10^6 \text{ Pa}$  a  $25,0^\circ \text{C}$  pode expandir para 3,00 vezes seu volume original, sua pressão final é  $1,07 \times 10^6 \text{ Pa}$ . Qual é sua temperatura final? (a) 450 K. (b) 233 K. (c) 212 K. (d) 191 K. (e) 115 K.
- Um buraco é perfurado em uma placa metálica. Quando o metal é elevado a uma temperatura mais alta, o que acon-



- tece com o diâmetro do buraco? (a) Diminui. (b) Aumenta. (c) Permanece o mesmo. (d) A resposta depende da temperatura final do metal. (e) Nenhuma das alternativas é correta.
8. Em um dia muito frio em Nova York, a temperatura é  $-25^{\circ}\text{C}$ , que é equivalente a que temperatura Fahrenheit? (a)  $-46^{\circ}\text{F}$ . (b)  $-77^{\circ}\text{F}$ . (c)  $18^{\circ}\text{F}$ . (d)  $-25^{\circ}\text{F}$ . (e)  $-13^{\circ}\text{F}$ .
  9. O coeficiente médio de expansão linear do cobre é  $17 \times 10^{-6} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ . A Estátua da Liberdade tem 93 m de altura em uma manhã de verão quando a temperatura é  $25^{\circ}\text{C}$ . Suponha que as placas de cobre que cobrem a estátua sejam montadas de uma beirada a outra sem junções de expansão e não se curvam nem se torcem na estrutura que as suporta conforme o dia fica mais quente. Qual é a ordem de grandeza do aumento na altura da estátua? (a) 0,1 mm. (b) 1 mm. (c) 1 cm. (d) 10 cm. (e) 1 m.
  10. Um cilindro com um pistão armazena  $0,50 \text{ m}^3$  de oxigênio a uma pressão absoluta de 4,0 atm. O pistão é puxado para fora, aumentando o volume do gás, até que a pressão caia para 1,0 atm. Se a temperatura permanece constante, que novo volume o gás ocupa? (a)  $1,0 \text{ m}^3$ . (b)  $1,5 \text{ m}^3$ . (c)  $2,0 \text{ m}^3$ . (d)  $0,12 \text{ m}^3$ . (e)  $2,5 \text{ m}^3$ .
  11. Uma temperatura de  $162^{\circ}\text{F}$  é equivalente a que temperatura em kelvins? (a) 373 K. (b) 288 K. (c) 345 K. (d) 201 K. (e) 308 K.
  12. O pêndulo de um relógio é feito de latão. Quando a temperatura aumenta, o que acontece com o período do relógio? (a) Aumenta. (b) Diminui. (c) Permanece o mesmo.
  13. Marcas para indicar comprimento são colocadas em uma fita de aço em uma sala que está a uma temperatura de  $22^{\circ}\text{C}$ . Medições são feitas com a mesma fita em um dia em que a temperatura é de  $27^{\circ}\text{C}$ . Suponha que os corpos medidos tenham um coeficiente de expansão linear menor que o do aço. As medições são (a) mais longas, (b) mais curtas ou (c) iguais?
  14. Um cilindro com um pistão contém uma amostra de um gás fino. O tipo de gás e o tamanho da amostra podem ser alterados. O cilindro pode ser colocado em banhos com temperaturas constantes diferentes, e o pistão pode ser segurado em posições diferentes. Classifique os casos a seguir de acordo com a pressão do gás da mais alta para a mais baixa, mostrando quaisquer casos de igualdade. (a) Uma amostra de  $0,002 \text{ mol}$  de oxigênio é mantida a 300 K em um recipiente de  $100 \text{ cm}^3$ . (b) Uma amostra de  $0,002 \text{ mol}$  de oxigênio é mantida a 600 K em um recipiente de  $200 \text{ cm}^3$ . (c) Uma amostra de  $0,002 \text{ mol}$  de oxigênio é mantida a 600 K em um recipiente de  $300 \text{ cm}^3$ . (d) Uma amostra de  $0,004 \text{ mol}$  de hélio é mantida a 300 K em um recipiente de  $200 \text{ cm}^3$ . (e) Uma amostra de  $0,004 \text{ mol}$  de hélio é mantida a 250 K em um recipiente de  $200 \text{ cm}^3$ .

## Perguntas Conceituais

1. (a) O que a Lei dos Gases Ideais prevê sobre o volume de uma amostra de gás no zero absoluto? (b) Por que essa previsão é incorreta?
2. Um pedaço de cobre é colocado em uma proveta com água. (a) Se a temperatura da água sobe, o que acontece com a temperatura do cobre? (b) Sob que condições a água e o cobre estão em equilíbrio térmico?
3. É possível dois corpos estarem em equilíbrio térmico se não estão em contato um com o outro? Explique.
4. Use a tabela periódica dos elementos (ver Apêndice C) para determinar o número de gramas em um mol de (a) hidrogênio, que tem moléculas diatômicas; (b) hélio; e (c) monóxido de carbono.
5. Descrevendo sua viagem à Lua, como descrito no filme *Apollo 13* (Universal, 1995), o astronauta Jim Lovell disse, "Andarei em um lugar onde há uma diferença de 400 graus entre a luz do sol e a sombra". Suponha que um astronauta em pé na Lua segurasse um termômetro em sua mão enluvada. (a) O termômetro lê a temperatura do vácuo na superfície da Lua? (b) O termômetro lê alguma temperatura? Caso leia, que corpo ou substância tem essa temperatura?
6. Algumas pessoas a caminho de um piquenique param em uma loja de conveniências para comprar comida, inclusive sacos de batatas fritas. Elas dirigem até o local do piquenique, nas montanhas. Quando descarregam a comida, notam que os sacos de batatas estão inchados como balões. Por que isso aconteceu?
7. Termômetros comuns são feitos de uma coluna de mercúrio em um tubo de vidro. Com base na operação desses termômetros, qual tem o maior coeficiente de expansão linear: o de vidro ou o de mercúrio? (Não responda a esta questão olhando em uma tabela.)
8. Quando o anel e a esfera metálicas na Figura PC5.8 estão ambos em temperatura ambiente, a esfera mal consegue passar pelo anel. (a) Depois que a esfera é aquecida em uma chama, ela não passa pelo anel. Explique. (b) **E se?** E se o anel for aquecido e a esfera deixada em temperatura ambiente? Ela passa pelo anel?
9. O radiador de um automóvel é cheio com água quando o motor está frio. (a) O que acontece com a água quando o motor está funcionando e a água atinge uma temperatura alta? (b) O que os automóveis modernos têm em seu sistema de resfriamento para prevenir a perda de refrigeração?
10. Tampas de metal em frascos de vidro podem ser soltas passando água quente sobre elas. Por que isso funciona?



Figura PC5.8

© Cengage Learning/Charles D. Winters

## Problemas

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos on-line no Enhanced WebAssign (em inglês)

- 1. denota problema direto;
- 2. denota problema intermediário;
- 3. denota problema de desafio;
- 1. denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q.C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

### Seção 5.3 O termômetro de gás a volume constante e a escala de temperatura absoluta

- Nitrogênio líquido tem ponto de ebulição de  $-195,81^\circ\text{C}$  à pressão atmosférica. Expresse essa temperatura (a) em graus Fahrenheit e (b) em kelvins.
- O ponto de ebulição do hidrogênio líquido é  $20,3\text{ K}$  à pressão atmosférica. Qual é essa temperatura na (a) escala Celsius e (b) escala Fahrenheit?
- Q.C** Uma enfermeira mede a temperatura de um paciente em  $41,5^\circ\text{C}$ . (a) Qual é essa temperatura na escala Fahrenheit? (b) Você acha que o paciente está gravemente doente? Explique.
- A diferença de temperatura entre o interior e o exterior de uma residência em um dia frio de inverno é  $57,0^\circ\text{F}$ . Expresse essa diferença (a) na escala Celsius e (b) na escala Kelvin.
- Converta as temperaturas seguintes para seus valores nas escalas Fahrenheit e Kelvin: (a) ponto de sublimação do gelo seco,  $-78,5^\circ\text{C}$ ; e (b) a temperatura do corpo humano,  $37,0^\circ\text{C}$ .
- M** Em um experimento de estudantes, um termômetro de gás com volume constante é calibrado em gelo seco ( $-78,5^\circ\text{C}$ ) e em álcool etílico fervendo ( $78,0^\circ\text{C}$ ). As pressões separadas são  $0,900\text{ atm}$  e  $1,635\text{ atm}$ . (a) Que valor de zero absoluto em graus Celsius resulta da calibração? Que pressões seriam encontradas nos pontos de (b) congelamento e (c) de ebulição da água? *Dica:* use a relação linear  $P = A + BT$ , onde  $A$  e  $B$  são constantes.

### Seção 5.4 Expansão térmica dos sólidos e líquidos

*Observação:* a Tabela 5.1 está disponível para uso na resolução dos problemas desta seção.

- O elemento ativo de um laser é feito de uma haste de vidro de  $30,0\text{ cm}$  comprimento e  $1,50\text{ cm}$  de diâmetro. Suponha que o coeficiente médio de expansão linear do vidro seja  $9,00 \times 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$ . Se a temperatura da haste aumenta em  $65,0^\circ\text{C}$ , qual é o aumento em seu (a) comprimento, (b) diâmetro e (c) volume?
- As seções de concreto de uma autoestrada são desenhadas para ter um comprimento de  $25,0\text{ m}$ . Elas são despejadas e curadas a  $10,0^\circ\text{C}$ . Que espaçamento mínimo o engenheiro deveria deixar entre as seções para eliminar encurvamento se o concreto deve atingir uma temperatura de  $50,0^\circ\text{C}$ ?
- Um fio telefônico de cobre não tem folgas entre postes  $35,0\text{ m}$  distantes um do outro em um dia de inverno, quando a temperatura é de  $-20,0^\circ\text{C}$ . Quanto mais longo é o fio em um dia de verão quando a temperatura é de  $35,0^\circ\text{C}$ ?

- Revisão.** Dentro da parede de uma casa, uma seção em L do cano de água quente consiste em três partes: uma peça reta horizontal  $h = 28,0\text{ cm}$  de comprimento; um cotovelo; e uma peça reta vertical  $\ell = 134\text{ cm}$  de comprimento (Figura P5.10). Um cravo e uma tábua no segundo andar da casa mantêm essa seção do cano de cobre estacionária. Encontre o módulo e direção do deslocamento do cano quando o fluxo de água é ligado, aumentando a temperatura do cano de  $18,0^\circ\text{C}$  para  $46,5^\circ\text{C}$ .

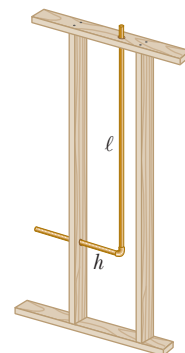


Figura P5.10

- Q.C** Um frasco volumétrico, feito de Pirex, é calibrado a  $20,0^\circ\text{C}$  e cheio até a marca de  $100\text{ mL}$  com acetona a  $35,0^\circ\text{C}$ . Depois disso, a acetona esfria e o frasco esquenta, de modo que a combinação acetona-frasco atinge uma temperatura uniforme de  $32,0^\circ\text{C}$ . A combinação é resfriada para  $20,0^\circ\text{C}$ . (a) Qual é o volume da acetona quando ela esfria para  $20,0^\circ\text{C}$ ? (b) À temperatura de  $32,0^\circ\text{C}$ , o nível de acetona fica acima ou abaixo da marca de  $100\text{ mL}$  no frasco? Explique.
- Por que a seguinte situação é impossível?* Um anel fino de latão tem diâmetro interno de  $10,00\text{ cm}$  a  $20,0^\circ\text{C}$ . Um cilindro sólido de alumínio tem diâmetro de  $10,02\text{ cm}$  a  $20,0^\circ\text{C}$ . Suponha que os coeficientes médios de expansão linear dos dois metais sejam constantes. Os dois metais são resfriados juntos até uma temperatura na qual o anel pode ser deslizado sobre a extremidade do cilindro.
- Q.C** A  $20,0^\circ\text{C}$ , um anel de alumínio tem diâmetro interno de  $5,0000\text{ cm}$ , e uma barra de latão de  $5,0500\text{ cm}$ . (a) Se somente o anel é aquecido, que temperatura ele deve atingir para que deslize sobre a barra? (b) **E se?** Se o anel e a barra forem aquecidos juntos, que temperatura os dois devem atingir para que o anel deslize sobre a barra? (c) Esse último processo funcionaria? Explique. *Dica:* consulte a Tabela 6.2.
- Revisão.** Em um dia, quando a temperatura é  $20,0^\circ\text{C}$ , uma calçada de concreto é moldada de tal forma que suas extremidades não se movem. Considere o módulo de Young para concreto como sendo  $7,00 \times 10^9\text{ N/m}^2$  e a força de compressão como  $2,00 \times 10^9\text{ N/m}^2$ . (a) Qual é a tensão no cimento em um dia quente de  $50,0^\circ\text{C}$ ? (b) O concreto sofre fratura?
- Uma amostra de chumbo tem massa de  $20,0\text{ kg}$  e densidade de  $11,3 \times 10^3\text{ kg/m}^3$  a  $0^\circ\text{C}$ . (a) Qual é a densidade do chumbo a  $90,0^\circ\text{C}$ ? (b) Qual é a massa da amostra de chumbo a  $90,0^\circ\text{C}$ ?

**16. S** Uma amostra de uma substância sólida tem massa  $m$  e densidade  $\rho_0$  a uma temperatura  $T_0$ . (a) Encontre a densidade da substância se sua temperatura é aumentada por uma quantidade  $\Delta T$  em termos do coeficiente de expansão de volume  $\beta$ . (b) Qual é a massa da amostra se a temperatura é elevada por uma quantidade  $\Delta T$ ?

**17.** Um cilindro oco de alumínio com 20,0 cm de profundidade tem capacidade interna de 2,000 L a 20,0 °C e está completamente cheio de turpentina a 20,0 °C. A turpentina e o cilindro de alumínio são aquecidos juntos, lentamente, até 80,0 °C. (a) Quanta turpentina transborda? (b) Qual é o volume de turpentina que permanece no cilindro a 80,0 °C? (c) Se a combinação com essa quantidade de turpentina é esfriada para 20,0 °C novamente, a que distância a superfície da turpentina fica abaixo da borda do cilindro?

**18. Q/C Revisão.** A ponte Golden Gate, em São Francisco, tem vão central de comprimento 1,28 km, um dos mais longos do mundo. Imagine que um cabo de aço com esse comprimento e área transversal de  $4,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , é posto em linha reta na plataforma da ponte com suas pontas presas às torres da ponte. Em um dia de verão, a temperatura do fio é 35,0 °C. (a) Quando chega o inverno, as torres estão separadas pela mesma distância, e a plataforma da ponte tem o mesmo formato conforme suas junções de expansão se abrem. Quando a temperatura cai para -10,0 °C, qual é a tensão no cabo? Considere o módulo de Young para aço como  $20,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ . (b) Deformação permanente ocorre se a tensão no aço excede seu limite elástico de  $3,00 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ . A que temperatura o cabo atingiria seu limite elástico? (c) **E se?** Explique como suas respostas para as partes (a) e (b) mudariam se a ponte Golden Gate tivesse o dobro do comprimento.

### Seção 5.5 Descrição macroscópica de um gás ideal

**19. Q/C** (a) Encontre o número de mols em um metro cúbico de um gás ideal a 20,0 °C e pressão atmosférica. (b) Para o ar, o número de moléculas de Avogadro tem massa 28,9 g. Calcule a massa de um metro cúbico de ar. (c) Diga como esse resultado se compara com a densidade do ar tabulada a 20,0 °C.

**20.** Um tanque rígido contém 1,50 mols de um gás ideal. Determine o número de mols de gás que deve ser retirado do tanque para baixar a pressão do gás de 25,0 atm para 5,00 atm. Suponha que o volume do tanque e a temperatura do gás permaneçam constantes durante essa operação.

**21.** Em sistemas a vácuo ultramodernos, pressões tão baixas quanto  $1,00 \times 10^{-9} \text{ Pa}$  são alcançadas. Calcule o número de moléculas em um recipiente de  $1,00 \text{ m}^3$  a essa pressão e temperatura de 27,0 °C.

**22. Q/C** Seu pai e seu irmão mais novo confrontam o mesmo enigma. O borrifador de jardim de seu pai e o canhão de água de seu irmão têm tanques com capacidade de 5,00 L (Figura P5.22). Seu pai põe uma quantidade desprezível de fertilizante concentrado dentro de seu tanque. Os dois despejam 4,00 L de água em seus tanques e os fecham, de modo que, agora, ambos também contêm ar à pressão atmosférica. Em seguida, cada um usa uma bomba manual para injetar mais ar até que a pressão absoluta no tanque atinja 2,40 atm. Então, cada um usa seu aparelho para borrifar água – não ar – até que o borriço fique fraco, o que acontece quando a pressão no tanque atinge 1,20 atm. Para conseguir borrifar toda a água para fora do tanque, cada um deles tem que bombear o tanque três vezes. Eis o enigma: quase toda a água é borrifada para fora depois da

segunda bombeada. O primeiro e o terceiro processos de bombeamento parecem tão difíceis quanto o segundo, mas resultam em uma quantidade bem menor de água saindo do tanque. Explique esse fenômeno.

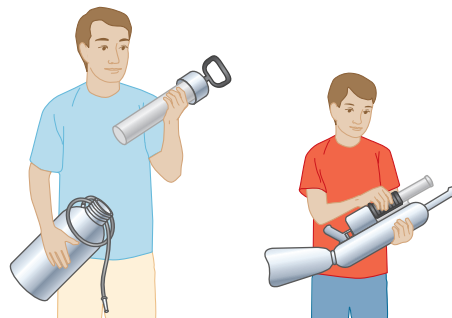


Figura P5.22

**23. M** Um auditório tem dimensões 10,0 m  $\times$  20,0 m  $\times$  30,0 m. Quantas moléculas de ar enchem o auditório a 20,0 °C com pressão de 101 kPa (1,00 atm)?

**24. M** O manômetro de um tanque registra a pressão manométrica, que é a diferença entre as pressões interior e exterior. Quando o tanque está cheio de oxigênio ( $\text{O}_2$ ), ele contém 12,0 kg do gás à pressão manométrica de 40,0 atm. Determine a massa de oxigênio que foi retirada do tanque quando a leitura da pressão era 25,0 atm. Suponha que a temperatura do tanque permaneça constante.

**25.** Gás é confinado em um tanque a uma pressão de 11,0 atm e temperatura de 25,0 °C. Se dois terços do gás são retirados e a temperatura é aumentada para 75,0 °C, qual é a pressão do gás que permanece no tanque?

**26. Q/C** Um recipiente em forma de cubo com 10,0 cm em cada borda contém ar (com massa molar equivalente 28,9 g/mol) à pressão atmosférica e temperatura 300 K. Encontre (a) a massa do gás, (b) a força gravitacional exercida sobre ele e (c) a força que ele exerce sobre cada face do cubo. (d) Por que uma amostra tão pequena exerce uma força tão grande?

**27.** Gás é contido em um recipiente de 8,00 L a uma temperatura de 20,0 °C e pressão de 9,00 atm. (a) Determine o número de mols de gás no recipiente. (b) Quantas moléculas estão no recipiente?

**28.** Estime a massa de ar em seu quarto. Mencione as quantidades que você considera como dados e o valor que mede ou estima para cada uma.

**29. M** O pneu de um automóvel é inflado com ar originalmente a 10,0 °C e pressão atmosférica normal. Durante o processo, o ar é comprimido para 28,0% de seu volume original, e a temperatura é aumentada para 40,0 °C. (a) Qual é a pressão do pneu? (b) Depois que o carro é dirigido em alta velocidade, a temperatura do ar no pneu sobe para 85,0 °C, e o volume interno do pneu aumenta em 2,00%. Qual é a nova pressão (absoluta) do pneu?

**30.** Um cozinheiro coloca 9,00 g de água em uma panela de pressão de 2,00 L que é aquecida a 500 °C. Qual é a pressão dentro do recipiente?

**31. Revisão.** Vinte e cinco metros abaixo da superfície do mar, onde a temperatura é 5,00 °C, um mergulhador exala uma bolha de ar de volume 1,00  $\text{cm}^3$ . Se a temperatura da superfície do mar está a 20,0 °C, qual é o volume da bolha imediatamente antes de ela romper a superfície?

**32. Revisão.** Para medir quão abaixo da superfície do oceano uma ave mergulha para pegar um peixe, um cientista usa

o método criado por Lord Kelvin. Ele polvilha o interior de tubos plásticos com açúcar em pó e sela uma extremidade de cada tubo. Captura a ave de seu ninho durante a noite e prende um tubo a suas costas. Na noite seguinte, ele pega a mesma ave e remove o tubo. Em um experimento usando um tubo de 6,50 cm de comprimento, a água lava o açúcar uma distância de 2,70 cm de sua extremidade aberta. Encontre a maior profundidade que a ave mergulhou, supondo que o ar no tubo permaneceu à temperatura constante.

33. **Revisão.** A massa de um balão de ar quente e sua carga (não incluindo o ar interno) é 200 kg. O ar externo está a 10,0 °C e 101 kPa. O volume do balão é 400 m<sup>3</sup>. A que temperatura o ar no balão deve ser aquecido antes que o balão decole? (A densidade do ar a 10,0 °C é de 1,244 kg/m<sup>3</sup>.)
34. **S** O manômetro de um cilindro de gás registra a pressão manométrica, que é a diferença entre a pressão interior e a pressão exterior  $P_0$ . Vamos chamar essa pressão de  $P_g$ . Quando o cilindro está cheio, a massa do gás nele é  $m_i$  a uma pressão manométrica de  $P_{gi}$ . Supondo que a temperatura do cilindro permaneça constante, mostre que a massa do gás que *permanece* no cilindro quando a leitura da pressão é  $P_{gf}$  é dada por:

$$m_f = m_i \left( \frac{P_{gf} + P_0}{P_{gi} + P_0} \right)$$

### Problemas Adicionais

35. O pneu de uma bicicleta é inflado a uma pressão manométrica de 2,50 atm quando a temperatura é 15,0 °C. Enquanto um homem pedala a bicicleta, a temperatura do pneu sobe para 45,0 °C. Supondo que o volume do pneu não mude, encontre a pressão manométrica no pneu na temperatura mais alta.
36. Uma viga de aço usada na construção de um arranha-céu tem comprimento de 35,000 m quando entregue em um dia frio a uma temperatura de 15,000 °F. Qual é o comprimento da viga quando está sendo instalada mais tarde, em um dia quente sob temperatura de 90,000 °F?
37. Um rolamento esférico de aço tem diâmetro de 2,540 cm a 25,00 °C. (a) Qual é seu diâmetro quando sua temperatura é elevada para 100,0 °C? (b) Que variação de temperatura é necessária para aumentar seu volume em 1%?
38. **Q/C** (a) Considere a definição do coeficiente de expansão volumétrica como:

$$\beta = \frac{1}{V} \left. \frac{dV}{dT} \right|_{p=\text{constante}} = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}$$

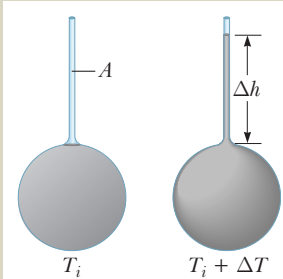
Use a equação de estado para um gás ideal para mostrar que o coeficiente de expansão volumétrica para um gás ideal sob pressão constante é dado por  $\beta = 1/T$ , onde  $T$  é a temperatura absoluta. (b) Que valor essa expressão prevê para  $\beta$  a 0 °C? Diga como esse resultado se compara aos valores experimentais para (c) hélio e (d) ar na Tabela 5.1. *Observação:* esses valores são muito maiores que os coeficientes de expansão volumétrica para a maioria dos líquidos e sólidos.

39. **Q/C** Um líquido tem densidade  $\rho$ . (a) Mostre que a variação fracional na densidade para uma variação em temperatura  $\Delta T$  é  $\Delta\rho/\rho = -\beta \Delta T$ . (b) O que significa o sinal negativo? (c) Água doce tem uma densidade máxima de 1,000 0 g/cm<sup>3</sup> a 4,0 °C. A 10,0 °C, sua densidade é 0,9997 g/cm<sup>3</sup>. Qual é  $\beta$  para a água nesse intervalo de temperatura? (d) A 0 °C, a

densidade da água é 0,9999 g/cm<sup>3</sup>. Qual é o valor de  $\beta$  pela variação de temperatura de 0 °C a 4,00 °C?

40. A densidade da gasolina é 730 kg/m<sup>3</sup> a 0 °C. Seu coeficiente de expansão média volumétrica é  $9,60 \times 10^{-4} (\text{°C})^{-1}$ . Suponha que 1,00 gal de gasolina ocupe 0,00380 m<sup>3</sup>. Quantos quilogramas a mais de gasolina você receberia se comprasse 10,0 gal a 0 °C em vez de a 20,0 °C de uma bomba que não tem compensação de temperatura?

41. **M** Um termômetro de mercúrio é construído como mostrado na Figura P5.41. O tubo capilar de vidro Pirex tem diâmetro de 0,00400 cm, e o bulbo tem diâmetro de 0,250 cm. Encontre a variação na altura da coluna de mercúrio que ocorre com uma variação de temperatura de 30,0 °C.

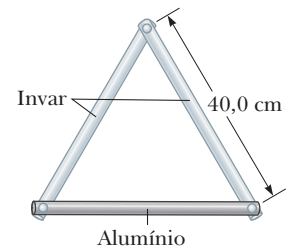


**Figura P5.41**  
Problemas 41 e 42.

42. **S** Um líquido com coeficiente de expansão de volume  $\beta$  enche uma concha esférica de volume  $V$  (Figura P5.41). A concha e o capilar aberto de área  $A$  se projetando do topo da esfera são feitos de um material com coeficiente de expansão média linear  $\alpha$ . O líquido é livre para expandir para dentro do capilar. Supondo que a temperatura aumente por  $\Delta T$ , encontre a distância  $\Delta h$  que o líquido sobe no capilar.

43. **Revisão.** Um relógio com pêndulo de latão tem período de 1,000 s a 20,0 °C. Se a temperatura aumenta para 30,0 °C, (a) por quanto o período muda? (b) Quanto tempo o relógio perde ou ganha em uma semana?

44. **Q/C** Duas barras de metal são feitas de invar, e uma terceira de alumínio. A 0 °C, cada uma das três barras é perfurada com dois buracos a 40,0 cm um do outro. Colocam-se pinos nos buracos para montar as barras em um triângulo equilátero, como na Figura P5.44.



**Figura P5.44**

- (a) Primeiro, despreze a expansão do invar. Encontre o ângulo entre as barras de invar como função da temperatura Celsius. (b) Sua resposta é precisa tanto para temperaturas negativas quanto positivas? (c) Ela é precisa para 0 °C? (d) Resolva o problema novamente, incluindo a expansão do invar. Alumínio derrete a 660 °C, e invar, a 1.427 °C. Suponha que os coeficientes de expansão tabulados sejam constantes. Quais são (e) os maiores e (f) os menores ângulos entre as barras de invar?
45. Um estudante mede o comprimento de uma barra de latão com uma fita de aço a 20,0 °C. A leitura é 95,00 cm. O que a fita vai indicar para o comprimento da barra quando ambas estiverem a (a) -15,0 °C e (b) 55,0 °C?
46. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um aparelho é desenhado de modo que vapor inicialmente a  $T = 150 \text{ °C}$ ,  $P = 1,00 \text{ atm}$  e  $V = 0,500 \text{ m}^3$  em um aparelho de pistão-cilindro passe por um processo em que (1) o volume permanece constante e a pressão cai para 0,870 atm, seguido



por (2) uma expansão na qual a pressão permanece constante e o volume aumenta para  $1,00 \text{ m}^3$ , seguida por (3) um retorno às condições iniciais. É importante que a pressão do gás nunca caia para menos de  $0,850 \text{ atm}$  para que o pistão suporte uma parte delicada e muito cara do aparelho. Sem esse suporte, o aparelho delicado pode ser severamente danificado e se tornar inútil. Quando o desenho é transformado em um protótipo funcional, ele funciona perfeitamente.

47. **Revisão.** Um cano de alumínio é aberto dos dois lados e usado como uma flauta. Ele é esfriado para  $5,00^\circ\text{C}$ , quando seu comprimento é  $0,655 \text{ m}$ . Assim que você começa a tocá-lo, o cano se enche de ar a  $20,0^\circ\text{C}$ . Depois disso, por quanto a frequência fundamental muda à medida que a temperatura do metal sobe para  $20,0^\circ\text{C}$ ?

48. **Q.C S** Uma faixa bimetalica de comprimento  $L$  é feita de duas fitas de metais diferentes ligados. (a) Primeiro, suponha que a faixa seja originalmente reta. Conforme ela é aquecida, o metal com maior coeficiente de expansão média se expande mais que o outro, forçando a faixa em um arco com o raio externo tendo maior circunferência (Figura P5.48). Derive uma expressão para o ângulo de encurvamento  $\theta$  como uma função do comprimento inicial das faixas, seus coeficientes de expansão média linear, a variação em temperatura, e a separação dos centros das faixas ( $\Delta r = r_2 - r_1$ ). (b) Mostre que o ângulo de encurvamento diminui para zero quando  $\Delta T$  diminui para zero e, ainda, quando os dois coeficientes de expansão média se tornam iguais. (c) **E se?** O que acontece se a faixa é esfriada?

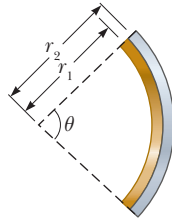


Figura P5.48

49. **Q.C** A placa retangular mostrada na Figura P5.49 tem área  $A_i$  igual a  $\ell w$ . Se a temperatura aumenta em  $\Delta T$ , cada dimensão aumenta de acordo com a Equação 5.4, onde  $\alpha$  é o coeficiente de expansão média linear. (a) Mostre que o aumento em área é  $\Delta A = 2\alpha A_i \Delta T$ . (b) Que aproximação essa expressão supõe?

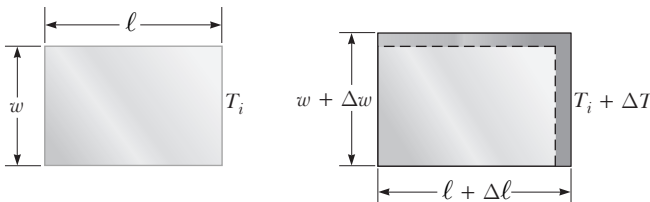


Figura P5.49

50. **S** A medição do coeficiente de expansão média volumétrica  $\beta$  para um líquido é complicada porque o recipiente também muda de tamanho com a temperatura. A Figura P5.50 mostra um meio simples de medir  $\beta$  apesar da expansão do recipiente. Com esse aparelho, um braço de um tubo U é mantido a  $0^\circ\text{C}$  em um banho de água e gelo, e o outro a uma temperatura diferente  $T_C$  em um banho de temperatura constante. O tubo de conexão é horizontal. Uma diferença no comprimento ou diâmetro do tubo entre os dois braços do tubo U não tem efeito sobre o equilíbrio da pressão no fundo do tubo, porque a pressão depende somente da profundidade do líquido. Derive uma expressão para  $\beta$  para o líquido em termos de  $h_0$ ,  $h_t$  e  $T_C$ .

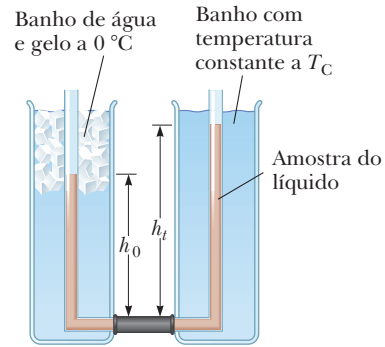


Figura P5.50

51. **Q.C Revisão.** Considere um corpo com qualquer um dos formatos mostrados na Tabela 10.2 do Volume 1 desta coleção. Qual é o percentual de aumento no momento de inércia do corpo quando aquecido de  $0^\circ\text{C}$  para  $100^\circ\text{C}$  se ele é composto de (a) cobre ou (b) alumínio? Suponha que os coeficientes de expansão média linear mostrados na Tabela 5.1 não variam entre  $0^\circ\text{C}$  e  $100^\circ\text{C}$ . (c) Por que as respostas para as partes (a) e (b) são as mesmas para todos os formatos?
52. **GP S** Um cilindro vertical de área transversal  $A$  é adaptado com um pistão bem ajustado, sem atrito, de massa  $m$  (Figura P5.52). O pistão não tem seu movimento restrito de qualquer maneira e é suportado pelo gás à pressão  $P$  abaixo dele. A pressão atmosférica é  $P_0$ . Queremos determinar a altura  $h$  na Figura P5.52. (a) Que modelo de análise é adequado para descrever o pistão? (b) Escreva uma equação de força adequada para o pistão a partir desse modelo de análise em termos de  $P$ ,  $P_0$ ,  $m$ ,  $A$  e  $g$ . (c) Suponha que  $n$  mols de um gás ideal estejam no cilindro a uma temperatura  $T$ . Substitua para  $P$  em sua resposta para a parte (b) para encontrar a altura  $h$  do pistão acima do fundo do cilindro.

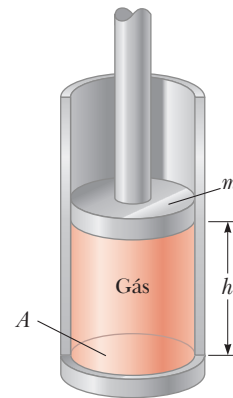
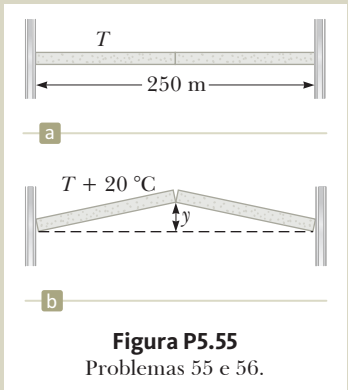


Figura P5.52

53. **Q.C** Duas barras, uma de cobre e outra de aço, têm comprimentos que diferem por  $5,00 \text{ cm}$  a  $0^\circ\text{C}$ . Ambas são aquecidas e esfriadas juntas. (a) É possível que a diferença de comprimento permaneça constante sob todas as temperaturas? Explique. (b) Se for possível, descreva os comprimentos a  $0^\circ\text{C}$  o mais precisamente possível. Você pode dizer qual barra é mais longa? E os comprimentos delas?
54. (a) Mostre que a densidade de um gás ideal ocupando um volume  $V$  é dada por  $\rho = PM/RT$ , onde  $M$  é a massa molar. (b) Determine a densidade do gás oxigênio à pressão atmosférica e  $20,0^\circ\text{C}$ .

55. Dois vãos de concreto de uma ponte de 250 m de comprimento são colocados ponta com ponta de modo que não há espaço para expansão (Figura P5.55a). Se ocorre um aumento de temperatura de  $20,0^\circ\text{C}$ , qual é a altura  $y$  para a qual os vãos sobem quando se encurvam (Figura P5.55b)?



56. **S** Dois vãos de concreto que formam uma ponte de comprimento  $L$  são colocados ponta com ponta de modo que não há espaço para expansão (Figura P5.55a). Se ocorre um aumento de temperatura de  $\Delta T$ , qual é a altura  $y$  para a qual os vãos sobem quando se encurvam (Figura P5.55b)?

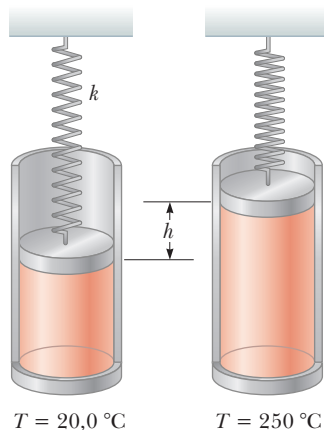
57. Começando da Equação 5.10, mostre que a pressão total  $P$  em um recipiente cheio de uma mistura de diversos gases ideais é  $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$ , onde  $P_1, P_2, \dots$  são as pressões que cada gás exerceria se enchesse o recipiente sozinho. (Essas pressões individuais são chamadas *pressões parciais* dos respectivos gases.) Esse resultado é conhecido como a *Lei de Dalton das Pressões Parciais*.

58. **Q/C Revisão.** Após uma colisão no espaço sideral, um disco de cobre a  $850^\circ\text{C}$  gira sobre seu eixo com velocidade angular de  $25,0\text{ rad/s}$ . Conforme o disco irradia luz infravermelha, sua temperatura cai para  $20,0^\circ\text{C}$ . Não há torque externo atuando sobre o disco. (a) A velocidade angular muda conforme o disco esfria? Explique como ela muda ou por que não muda. (b) Qual é sua velocidade angular a uma temperatura mais baixa?

59. **S Revisão.** (a) Derive uma expressão para a força de empuxo em um balão esférico, submerso em água, como uma função da profundidade  $h$  abaixo da superfície, do volume  $V_i$  do balão na superfície, da pressão  $P_0$  na superfície, e da densidade  $\rho_a$  da água. Suponha que a temperatura da água não muda com a profundidade. (b) A força de empuxo aumenta ou diminui conforme o balão é submerso? (c) A que profundidade a força de empuxo é metade do valor na superfície?

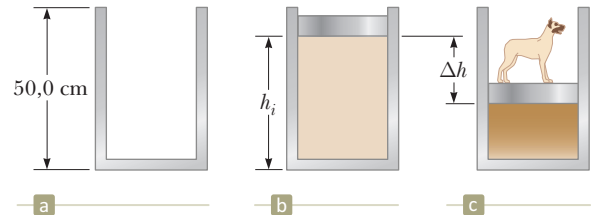
### Problemas de Desafio

60. Um cilindro é fechado por um pistão conectado a uma mola de constante  $2,00 \times 10^3\text{ N/m}$  (ver Figura P5.60). Com a mola relaxada, o cilindro é cheio com  $5,00\text{ L}$  de gás a uma pressão de  $1,00\text{ atm}$  e temperatura de  $20,0^\circ\text{C}$ . (a) Se o pistão tem área transversal de  $0,0100\text{ m}^2$  e massa desprezível, quão alto vai subir quando a temperatura é elevada para  $250^\circ\text{C}$ ? (b) Qual é a pressão do gás a  $250^\circ\text{C}$ ?



61. **Revisão.** Uma corda de aço de guitarra com diâmetro de  $1,00\text{ mm}$  é esticada entre suportes a  $80,0\text{ cm}$  de distância um do outro. A temperatura é  $0,0^\circ\text{C}$ . (a) Encontre a massa por unidade de comprimento dessa corda. (Use o valor  $7,86 \times 10^3\text{ kg/m}^3$  para a densidade.) (b) A frequência fundamental das oscilações transversas da corda é  $200\text{ Hz}$ . Qual é a tensão na corda? Em seguida, a temperatura é elevada para  $30,0^\circ\text{C}$ . Encontre os valores resultantes da (c) tensão e (d) frequência fundamental. Suponha que o módulo de Young  $20,0 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$  e o coeficiente de expansão média  $\alpha = 11,0 \times 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$  tenham valores constantes entre  $0,0^\circ\text{C}$  e  $30,0^\circ\text{C}$ .

62. Um cilindro que tem raio de  $40,0\text{ cm}$  e  $50,0\text{ cm}$  de profundidade é cheio com ar a  $20,0^\circ\text{C}$  a  $1,00\text{ atm}$  (Figura P5.62a). Um pistão de  $20,0\text{ kg}$  é baixado dentro do cilindro, comprimindo o ar preso lá dentro enquanto atinge altura de equilíbrio  $h_i$  (Figura P5.62b). Finalmente, um cachorro de  $25,0\text{ kg}$  é colocado sobre o pistão, comprimindo ainda mais o ar, que permanece a  $20^\circ\text{C}$  (Figura P5.62c). (a) Que distância para baixo ( $\Delta h$ ) o pistão se move quando o cachorro sobe nele? (b) A que temperatura o gás deveria ser aquecido para levantar o pistão e o cachorro de volta para  $h_i$ ?



63. Um trilho ferroviário de aço de  $1,00\text{ km}$  é amarrado fortemente nas duas pontas quando a temperatura é  $20,0^\circ\text{C}$ . Conforme a temperatura aumenta, o trilho se curva, ficando na forma de um arco de círculo vertical. Encontre a altura  $h$  do centro do trilho quando a temperatura é  $25,0^\circ\text{C}$ . (Você terá que resolver uma equação transcendental.)

64. **Revisão.** Dois fios, um de aço e outro de cobre, cada um com diâmetro de  $2,000\text{ mm}$ , são ligados ponta a ponta. A  $40,0^\circ\text{C}$ , cada um tem comprimento não alongado de  $2,000\text{ m}$ . Os fios são conectados entre dois suportes fixos a  $4,000\text{ m}$  um do outro em um tampo de mesa. O de aço se estende de  $x = -2,000\text{ m}$  para  $x = 0$ ; o de cobre, de  $x = 0$  para  $x = 2,000\text{ m}$ ; a tensão é desprezível. A temperatura é baixada para  $20,0^\circ\text{C}$ . Suponha que o coeficiente de expansão média linear do aço seja  $11,0 \times 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$  e do cobre seja  $17,0 \times 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$ . Considere o módulo de Young para aço como  $20,0 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$ , e para cobre como  $11,0 \times 10^{10}\text{ N/m}^2$ . Nessa temperatura mais baixa, encontre (a) a tensão no fio e (b) a coordenada  $x$  da junção entre os fios.

65. **Q/C** Gás hélio é vendido em tanques de aço que se rompem se sujeitos a tensão mecânica maior que sua força de rendimento, de  $5 \times 10^8\text{ N/m}^2$ . Se o hélio é usado para inflar um balão, esse poderia levantar o tanque esférico onde estava o hélio? Justifique sua resposta. *Sugestão:* você pode considerar uma concha esférica de aço de raio  $r$  e espessura  $t$  com a densidade do ferro e a ponto de se partir em dois hemisférios porque contém hélio com alta pressão.

66. **Q/C Revisão.** O telhado de uma casa é um plano perfeitamente estável que forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal. Quando sua temperatura muda, entre  $T_a$  antes do amanhecer todos os dias e  $T_m$  no meio de cada tarde, o telhado se expande e se contrai uniformemente com um coeficiente



de expansão térmica  $\alpha_1$ . Repousando no telhado está uma placa de metal plana e retangular com coeficiente de expansão  $\alpha_2$ , maior que  $\alpha_1$ . O comprimento da placa é  $L$ , medido ao longo da inclinação do telhado. O componente do peso da placa perpendicular ao telhado é suportado por uma força normal uniformemente distribuída por sua área. O coeficiente de atrito cinético entre a placa e o telhado é  $\mu_c$ . A placa sempre está à mesma temperatura que o telhado, então, supomos que sua temperatura mude continuamente. Devido à diferença nos coeficientes de expansão, cada parte da placa se move com relação ao telhado abaixo dela, exceto nos pontos ao longo de certa linha horizontal que passa pela placa, chamada linha estacionária. Se a temperatura sobe, partes da placa abaixo da linha estacionária se movem para baixo em relação ao telhado e sentem uma força de atrito cinética atuando no telhado. Elementos da área acima da linha estacionária deslizam para cima no telhado, e o atrito cinético atua sobre eles para baixo, paralelo ao telhado. A linha estacionária não ocupa nenhuma área, então supomos que nenhuma força de atrito estática atue sobre a placa enquanto a temperatura muda. A placa como um todo está muito próxima do equilíbrio, então a força de atrito resultante sobre ela deve ser igual ao componente de seu peso atuando para baixo na inclinação. (a) Prove que a linha estacionária está a uma distância de:

$$\frac{L}{2} \left( 1 - \frac{\tan \theta}{\mu_c} \right)$$

abaixo da borda superior da placa. (b) Analise as forças que atuam sobre a placa quando a temperatura está caindo e prove que a linha estacionária está à mesma distância acima da parte inferior da placa. (c) Mostre que a placa vai para baixo no telhado como uma larva, movendo-se, todos os dias, a uma distância:

$$\frac{L}{\mu_c} (\alpha_2 - \alpha_1) (T_h - T_c) \tan \theta$$

(d) Avalie a distância que uma placa de alumínio se move cada dia se seu comprimento é 1,20 m, se sua temperatura varia entre 4,00 °C e 36,0 °C, e se o telhado tem inclinação de 18,5°, coeficiente de expansão linear  $1,50 \times 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  e coeficiente de atrito 0,420 com a placa. (e) **E se?** E se o coeficiente de expansão da placa for menor que o do telhado? A placa vai subir o telhado lentamente?

67. A relação  $L = L_i + \alpha L_i \Delta T$  é uma aproximação válida quando  $\alpha \Delta T$  é pequeno. Se  $\alpha \Delta T$  é grande, devemos integrar a relação  $dL = \alpha L dT$  para determinar o comprimento final. (a) Supondo que o coeficiente de expansão linear de um material seja constante conforme  $L$  varia, determine uma expressão geral para o comprimento final de uma barra feita do material. Dada uma barra de comprimento 1,00 m e variação de temperatura de 100,0 °C, determine o erro causado pela aproximação quando (b)  $\alpha = 2,00 \times 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$  (um valor típico para um metal) e (c) quando  $\alpha = 0,0200 (\text{°C})^{-1}$  (um valor irrealmente grande para comparação). (d) Usando a equação da parte (a), resolva o Problema 15 novamente para obter resultados mais precisos.

# A Primeira Lei da Termodinâmica

- 6.1 Calor e energia interna
- 6.2 Calor específico e calorimetria
- 6.3 Calor latente
- 6.4 Trabalho e calor em processos termodinâmicos
- 6.5 A Primeira Lei da Termodinâmica
- 6.6 Algumas aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica
- 6.7 Mecanismos de transferência de energia em processos térmicos

Até aproximadamente 1850, as áreas da **Termodinâmica e da Mecânica** eram consideradas dois ramos distintos da ciência. O princípio de conservação de energia parecia descrever somente certos tipos de sistemas mecânicos. No entanto, experiências realizadas em meados do século XIX pelo inglês James Joule e por outros mostraram a forte conexão entre a transferência de energia por calor em processos térmicos e a transferência de energia por trabalho em processos mecânicos. Hoje sabemos que a energia mecânica pode ser transformada em energia interna, formalmente definida neste capítulo. Depois que o conceito de energia foi generalizado da Mecânica para incluir a energia interna, o princípio de conservação de energia surgiu como uma lei universal da natureza.

Este capítulo se concentra no conceito de energia interna, a Primeira Lei da Termodinâmica, e algumas de suas aplicações mais importantes. A Primeira Lei da Termodinâmica descreve sistemas nos quais a única alteração em energia é aquela da energia interna, e em que as transferências de energia são por calor e trabalho. A maior diferença em nossa discussão sobre trabalho neste capítulo em relação à maioria dos capítulos sobre Mecânica é que vamos considerar o trabalho realizado sobre sistemas *deformáveis*.



Nesta fotografia do Monte Baker e arredores perto de Bellingham, Washington, há evidências de água em todas as três fases. No lago há água líquida, e água sólida na forma de neve aparece no solo. As nuvens no céu consistem em gotículas de água líquida que se condensaram do vapor gasoso de água no ar. Mudanças de uma substância de uma fase para outra são o resultado de transferência de energia. (© Photos.com, uma divisão da Getty Images. Todos os direitos reservados)

## 6.1 Calor e energia interna

Para começar, é importante fazer a distinção entre energia interna e calor, termos que são frequentemente usados de maneira intercambiável na linguagem popular.

**Energia interna** é toda a energia de um sistema associada a seus componentes microscópicos – átomos e moléculas – quando vistos em um sistema de referência em repouso com relação ao centro de massa do sistema.

### Prevenção de Armadilhas 6.1

#### Energia interna, energia térmica e energia de ligação

Quando você lê outros livros de Física, certamente encontra termos como *energia térmica* e *energia de ligação*. Energia térmica pode ser interpretada como aquela parte da energia interna associada a movimentos aleatórios de moléculas e, portanto, relacionada à temperatura. Energia de ligação é a energia potencial intermolecular. Consequentemente,

$$\text{Energia interna} = \text{energia térmica} + \text{energia de ligação}$$

Embora essa separação seja apresentada para fins de esclarecimento em relação a outros livros, não usaremos esses termos porque não são necessários.

Calor *não* é radiação. Por exemplo, “Estava muito quente porque a calçada irradiava calor” é incorreto; a energia sai da calçada por *radiação eletromagnética*,  $T_{\text{RE}}$  na Equação 8.2 do Volume 1. (3) Calor *não* é a quantidade de um ambiente. Por exemplo, “O calor no ar estava tão opressivo” é incorreto; em um dia quente, o ar tem alta *temperatura*  $T$ .

Como uma analogia à distinção entre calor e energia interna, considere a diferença entre trabalho e energia mecânica discutida no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção. O trabalho realizado sobre um sistema é uma medida da quantidade de energia transferida para o sistema a partir do ambiente, enquanto a energia mecânica (energia cinética mais energia potencial) de um sistema é uma consequência do movimento e configuração do sistema. Então, quando uma pessoa realiza trabalho sobre um sistema, energia é transferida dela para o sistema. Não faz sentido falar sobre o trabalho de um sistema; podemos nos referir somente ao trabalho realizado *sobre* ou *por* um sistema quando algum processo ocorreu em que energia foi transferida para ou do sistema. Do mesmo modo, não faz sentido falar sobre o calor de um sistema; podemos nos referir a calor somente quando a energia foi transferida como resultado de uma diferença de temperatura. Tanto calor quanto trabalho têm variação na energia de um sistema.

### Prevenção de Armadilhas 6.2

#### Calor, temperatura e energia interna são diferentes

Enquanto você lê o jornal ou ouve o rádio, fique atento a frases que incluem a palavra *calor* usada incorretamente e pense na palavra correta que deveria ser usada em seu lugar. Exemplos incorretos incluem “Quando o caminhão freou até parar, uma grande quantidade de calor foi gerada pelo atrito” e “O calor de um dia quente de verão...”

A última parte dessa sentença garante que qualquer energia cinética bruta causada por sua movimentação pelo espaço não seja incluída na energia interna. Esta inclui a energia cinética do movimento translacional, rotacional e vibracional aleatório de moléculas; energia vibracional potencial associada a forças entre átomos em moléculas; e energia elétrica potencial associada às forças entre moléculas. É útil relacionar a energia interna à temperatura de um corpo, mas essa relação é limitada. Mostraremos na Seção 6.3 que mudanças em energia interna também podem ocorrer na ausência de variações de temperatura.

**Calor** é definido como a transferência de energia através do limite de um sistema devido a uma diferença de temperatura entre o sistema e seu entorno.

Quando você *aquece* uma substância, está lhe transferindo energia, colocando-a em contato com um entorno que está a uma temperatura mais alta. Esse é o caso, por exemplo, quando você coloca uma panela de água gelada sobre a boca de um fogão. A boca está a uma temperatura mais alta que a água, que, então, ganha energia por calor. Também usaremos o termo *calor* para representar a quantidade de energia transferida por esse método.

Leia essa definição de calor ( $Q$  na Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção) muito atentamente. Note, em particular, que o calor *não está* nas citações comuns a seguir. (1) Calor *não* é energia em uma substância quente. Por exemplo, “Água fervente tem muito calor” é incorreto; a água fervente tem *energia interna*  $E_{\text{int}}$ . (2) Calor *não* é a quantidade de um ambiente. Por exemplo, “O calor no ar estava tão opressivo” é incorreto; em um dia quente, o ar tem alta *temperatura*  $T$ . (3) Calor *não* é a quantidade de um sistema. Por exemplo, “O calor de um dia quente de verão...” é incorreto; o dia tem alta *temperatura*  $T$ . Não faz sentido falar sobre o trabalho de um sistema; podemos nos referir somente ao trabalho realizado *sobre* ou *por* um sistema quando algum processo ocorreu em que energia foi transferida para ou do sistema. Do mesmo modo, não faz sentido falar sobre o calor de um sistema; podemos nos referir a calor somente quando a energia foi transferida como resultado de uma diferença de temperatura. Tanto calor quanto trabalho têm variação na energia de um sistema.

### Unidades de calor

Os primeiros estudos sobre calor focaram o aumento resultante da temperatura de uma substância, que frequentemente era água. Noções iniciais sobre calor foram baseadas em um fluido chamado *calórico* que corria de uma substância para outra e causava variações na temperatura. Do nome desse fluido místico veio uma unidade de energia relacionada a processos térmicos, a **caloria (cal)**, definida como a quantidade de energia transferida necessária para elevar a temperatura de 1 g de água de 14,5 °C para 15,5 °C.<sup>1</sup> (“Caloria”, escrita com “C” maiúsculo e usada para des-

<sup>1</sup> Originalmente, caloria foi definida como a transferência de energia necessária para aumentar a temperatura de 1 g de água por 1 °C. Medições mais cuidadosas, no entanto, mostraram que a quantidade de energia necessária para produzir uma variação de 1 °C depende também da temperatura inicial; então uma definição mais precisa foi desenvolvida.

crever o conteúdo de energia de alimentos, é, na verdade, uma quilocaloria.) A unidade de energia no sistema comum dos Estados Unidos é a **unidade térmica britânica (Btu)**, definida como a quantidade de energia transferida necessária para elevar a temperatura de 1 lb de água de 63 °F para 64 °F.

Uma vez que a relação entre energia em processos térmicos e mecânicos ficou clara, não havia mais necessidade de unidades separadas relacionadas a processos térmicos. O *joule* já foi definido como uma unidade de energia baseada em processos mecânicos. Cientistas se distanciam cada vez mais da caloria e dos Btu e usam o joule na descrição de processos térmicos. Neste livro, calor, trabalho e energia interna são geralmente medidos em joules.

## O equivalente mecânico do calor

Nos capítulos 7 e 8 do Volume 1 desta coleção foi visto que sempre que há atrito em um sistema mecânico, a energia mecânica no sistema diminui; ou seja, a energia mecânica não é conservada na presença de forças não conservativas. Vários experimentos mostram que essa energia mecânica não desaparece simplesmente sendo transformada em energia interna. Você pode realizar um desses experimentos em casa martelando um prego em um pedaço de madeira. O que acontece com toda a energia cinética do martelo depois que você termina? Uma parte dela está no prego como energia

interna, demonstrado pela temperatura maior do prego. Note que *não há* transferência de energia por calor nesse processo. Para o prego e a tábua como um sistema não isolado, a Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção se torna  $\Delta E_{\text{int}} = W + T_{\text{OM}}$ , onde  $W$  é o trabalho realizado pelo martelo no prego e  $T_{\text{OM}}$  é a energia saindo do sistema por ondas sonoras quando o prego é atingido. Embora essa conexão entre energia mecânica e energia interna tenha sido sugerida por Benjamin Thompson, foi James Prescott Joule que estabeleceu a equivalência da diminuição de energia mecânica e o aumento de energia interna.

Um diagrama esquemático da experiência mais famosa de Joule é mostrado na Figura 6.1. O sistema de interesse é a Terra, os dois blocos e a água em um recipiente isolado termicamente. Trabalho é realizado dentro do sistema sobre a água por uma roda de pás giratória, impulsionada por blocos pesados que caem com velocidade constante. Se a energia transformada nos rolamentos e a energia que passa pelas paredes devido ao calor forem desprezadas, a diminuição de energia potencial do sistema conforme os blocos caem é igual ao trabalho realizado pela roda de pás sobre a água e ao aumento da energia interna da água. Se os dois blocos caem por uma distância  $h$ , a diminuição da energia potencial é  $2mgh$ , onde  $m$  é a massa de um bloco; essa energia causa um aumento na temperatura da água. Variando as condições do experimento, Joule observou que a diminuição na energia mecânica é proporcional ao produto da massa da água e ao aumento na temperatura da água. A constante de proporcionalidade foi determinada como aproximadamente  $4,18 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ . Portanto,  $4,18 \text{ J}$  de energia mecânica aumentam a temperatura de  $1 \text{ g}$  de água por  $1^\circ\text{C}$ . Medições mais precisas feitas depois mostraram que a proporcionalidade era de  $4,186 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$  quando a temperatura da água foi aumentada de  $14,5^\circ\text{C}$  para  $15,5^\circ\text{C}$ . Adotamos esse valor de “caloria de 15 graus”:

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} \quad (6.1)$$

Essa igualdade é conhecida, por motivos puramente históricos, como o **equivalente mecânico do calor**. Um nome mais apropriado seria *equivalência entre energia mecânica e energia interna*, mas o nome histórico está bem estabelecido em nossa linguagem, apesar do uso incorreto da palavra *calor*.

### Exemplo 6.1

### Perdendo peso da maneira mais difícil

Um estudante come uma refeição de 2.000 Calorias. Ele quer fazer trabalho em quantidade equivalente no ginásio, levantando halteres de  $50,0 \text{ kg}$ . Quantas vezes ele deve levantar os halteres para gastar essa energia? Suponha que ele levante os halteres  $2,00 \text{ m}$  em cada levantamento, e que não ganhe energia quando desce os halteres.

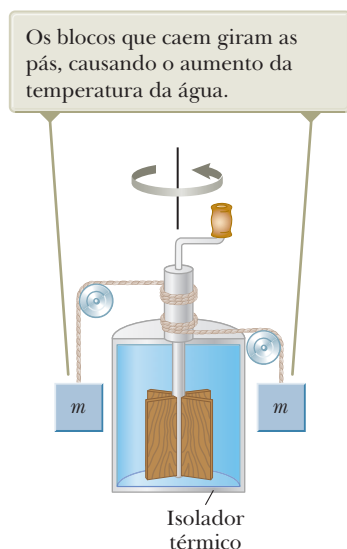
#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine o estudante levantando os halteres. Ele está fazendo trabalho no sistema halteres-Terra, então, energia sai de seu corpo. A quantidade total de trabalho que o estudante deve fazer é de 2.000 Calorias.

**Categorização** Modelamos o sistema halteres-Terra como um sistema não isolado.

**Análise** Reduza a equação de conservação de energia, Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção, para a expressão adequada para o sistema halteres-Terra:

$$(1) \quad \Delta U_{\text{total}} = W_{\text{total}}$$



**Figura 6.1** A experiência de Joule para determinar o equivalente mecânico do calor.

## 6.1 cont.

Expresse a variação na energia potencial gravitacional do sistema depois que o haltere é levantado uma vez:

$$\Delta U = mgh$$

Expresse a quantidade total de energia que deve ser transferida para o sistema pelo trabalho de levantar os halteres  $n$  vezes, supondo que não haja ganho de energia depois que os halteres são baixados:

$$(2) \quad \Delta U_{\text{total}} = nmgh$$

Substitua a Equação (2) na Equação (1):

$$nmgh = W_{\text{total}}$$

Resolva para  $n$ :

$$\begin{aligned} n &= \frac{W_{\text{total}}}{mgh} \\ &= \frac{(2.000 \text{ Cal})}{(50,0 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(2,00 \text{ m})} \left( \frac{1,00 \times 10^3 \text{ cal}}{\text{Caloria}} \right) \left( \frac{4,186 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \right) \\ &= 8,54 \times 10^3 \text{ vezes} \end{aligned}$$

**Finalização** Se o estudante estiver em boa forma e levantar os halteres uma vez a cada 5 s, ele levaria aproximadamente 12 h para realizar esse feito. É obviamente muito mais fácil o estudante perder peso fazendo dieta.

Na verdade, o corpo humano não é 100% eficiente. Portanto, nem toda energia transformada dentro do corpo a partir do jantar se transfere para fora do corpo pelo trabalho realizado com os halteres. Parte dessa energia é usada para bombear sangue e realizar outras funções dentro do corpo. Então, as 2.000 Calorias podem ser gastas em menos tempo que 12 h quando esses outros processos energéticos são incluídos.

## 6.2 Calor específico e calorimetria

Quando energia é acrescentada ao sistema e não há variação nas energias cinética e potencial do sistema, sua temperatura geralmente sobe. (Uma exceção dessa afirmação é o caso em que o sistema passa por uma variação de estado – também chamada *transição de fase* –, como será discutido na próxima seção.) Se o sistema consiste na amostra de uma substância, vemos que a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura de certa massa da substância por algum valor varia de uma substância para outra. Por exemplo, a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura de 1 kg de água por 1 °C é 4.186 J, mas a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura de 1 kg de cobre por 1 °C é somente 387 J. Na discussão a seguir, usaremos o calor como nosso exemplo de transferência de energia, lembrando que a temperatura do sistema poderia ser alterada por meio de qualquer método de transferência de energia.

A **capacidade térmica**  $C$  de uma amostra específica é definida como a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura daquela amostra por 1 °C. Dessa definição, vemos que se a energia  $Q$  produz uma variação  $\Delta T$  na temperatura de uma amostra, então:

$$Q = C \Delta T \quad (6.2)$$

O **calor específico**  $c$  de uma substância é a capacidade térmica por unidade massa. Portanto, se a energia  $Q$  se transfere para uma amostra de uma substância com massa  $m$ , e a temperatura da amostra muda por  $\Delta T$ , o calor específico da substância é:

$$c \equiv \frac{Q}{m \Delta T} \quad (6.3) \quad \blacktriangleleft \text{Calor específico}$$

O calor específico é essencialmente uma medida de quão termicamente insensível uma substância é à adição de energia. Quanto maior o calor específico de um material, mais energia deve ser adicionada a certa massa do material para causar uma alteração específica na temperatura. A Tabela 6.1 lista calores específicos representativos.

Dessa definição, podemos relacionar a energia  $Q$  transferida entre a amostra de massa  $m$  de um material e seu entorno à variação de temperatura  $\Delta T$  como:

$$Q = mc \Delta T \quad (6.4)$$



**TABELA 6.1** Calor específico de algumas substâncias a 25 °C e pressão atmosférica

| Substância                 | Calor específico<br>(J/kg · °C) | Substância            | Calor específico<br>(J/kg · °C) |
|----------------------------|---------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| <i>Sólidos elementares</i> |                                 | <i>Outros sólidos</i> |                                 |
| Alumínio                   | 900                             | Latão                 | 380                             |
| Berílio                    | 1.830                           | Vidro                 | 837                             |
| Cádmio                     | 230                             | Gelo (−5 °C)          | 2.090                           |
| Cobre                      | 387                             | Mármore               | 860                             |
| Germânio                   | 322                             | Madeira               | 1.700                           |
| Ouro                       | 129                             |                       |                                 |
| Ferro                      | 448                             | <i>Líquidos</i>       |                                 |
| Chumbo                     | 128                             | Álcool (etílico)      | 2.400                           |
| Silício                    | 703                             | Mercúrio              | 140                             |
| Prata                      | 234                             | Água (15 °C)          | 4.186                           |
|                            |                                 | <i>Gás</i>            |                                 |
|                            |                                 | Vapor (100 °C)        | 2.010                           |

Observação: para converter valores para unidades de cal/g · °C, divida por 4.186.

**Prevenção de Armadilhas 6.3**

**Uma escolha infeliz de terminologia**

O nome *calor específico* é um resquício infeliz dos dias quando a Termodinâmica e a Mecânica se desenvolveram separadamente. Um nome melhor seria *transferência específica de energia*, mas o termo existente está muito enraizado para ser substituído.

**Prevenção de Armadilhas 6.4**

**Energia pode ser transferida por qualquer método**

O símbolo  $Q$  representa a quantidade de energia transferida, mas lembre-se de que a transferência de energia na Equação 6.4 poderia ser por *qualquer um* dos métodos apresentados no Capítulo 8 do Volume 1 desta coleção; não tem de ser calor. Por exemplo, torcer um cabide de arame repetidamente eleva a temperatura no ponto de torção por meio de *trabalho*.

Por exemplo, a energia necessária para elevar a temperatura de 0,500 kg de água por 3,00 °C é  $Q = (0,500 \text{ kg})(4.186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(3,00 ^\circ\text{C}) = 6,28 \times 10^3 \text{ J}$ . Perceba que quando a temperatura aumenta,  $Q$  e  $\Delta T$  são considerados positivos e energia é transferida para o sistema. Quando a temperatura diminui,  $Q$  e  $\Delta T$  são negativos, e energia é transferida para fora do sistema.

Podemos identificar  $mc\Delta T$  como a alteração na energia interna do sistema se desprezarmos qualquer expansão ou contração térmica do sistema. (Expansão ou contração térmica resultariam em uma quantidade muito pequena de trabalho realizado sobre o sistema pelo ar envolvente.) Então, a Equação 6.4 é uma forma reduzida da Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção:  $\Delta E_{\text{int}} = Q$ . A energia interna do sistema pode ser alterada transferindo-se energia para o sistema por qualquer mecanismo. Por exemplo, se o sistema é uma batata assada em um forno de micro-ondas, a mesma Equação 8.2 é reduzida para o seguinte análogo da Equação 6.4:  $\Delta E_{\text{int}} = T_{\text{RE}} = mc \Delta T$ , onde  $T_{\text{RE}}$  é a energia transferida da batata pelo forno de micro-ondas pela radiação eletromagnética. Se o sistema é o ar em uma bomba de bicicleta, que fica quente quando a bomba funciona, a Equação 8.2 do Volume 1 é reduzida para o seguinte análogo da Equação 6.4:  $\Delta E_{\text{int}} = W = mc \Delta T$ , onde  $W$  é o trabalho realizado sobre a bomba pelo operador. Identificando  $mc \Delta T$  como  $\Delta E_{\text{int}}$ , demos um passo em direção a um melhor entendimento de temperatura: a temperatura é relacionada à energia das moléculas de um sistema. Aprenderemos mais detalhes dessa relação no Capítulo 7.

O calor específico varia com a temperatura. Se, no entanto, os intervalos de temperatura não são muito grandes, a variação de temperatura pode ser ignorada, e  $c$  pode ser tratada como uma constante.<sup>2</sup> Por exemplo, o calor específico da água varia somente por aproximadamente 1% a partir de 0 °C até 100 °C à pressão atmosférica. A menos que mencionado, desprezaremos tais variações.

**Teste Rápido 6.1** Imagine que você tem 1 kg de cada: ferro, vidro e água, todas a 10 °C. **(a)** Classifique-as, da maior para a menor temperatura, depois que 100 J de energia é adicionado a cada amostra. **(b)** Classifique-as, da maior para a menor quantidade de energia transferida por calor se cada amostra aumenta em temperatura por 6 °C.

Note que na Tabela 6.1 a água tem o calor específico mais alto dos materiais comuns. Esse calor específico alto é parcialmente responsável pelos climas amenos encontrados perto de grandes massas d'água. Conforme a temperatura de uma massa d'água diminui durante o inverno, energia é transferida da água, que esfria para o ar por calor, aumentando

<sup>2</sup> A definição dada pela Equação 6.4 supõe que o calor específico não varia com a temperatura durante o intervalo  $\Delta T = T_f - T_i$ . Em geral, se  $c$  varia com a temperatura durante o intervalo, a expressão correta para  $Q$  é  $Q = m \int_{T_i}^{T_f} c dT$ .



a energia interna do ar. Por causa do alto calor específico da água, uma quantidade relativamente grande de energia é transferida para o ar mesmo por alterações muito pequenas na temperatura da água. Os ventos prevalecentes na Costa Oeste dos Estados Unidos estão em direção à terra (leste). Então, a energia liberada pelo Oceano Pacífico à medida que ele resfria mantém as áreas litorâneas muito mais quentes do que seriam de outro modo. Como resultado, os Estados da Costa Oeste geralmente têm invernos mais amenos que os da Costa Leste, onde os ventos prevalecentes não tendem a levar a energia na direção da terra.

## Calorimetria

Uma técnica para medir o calor específico envolve aquecer uma amostra até uma temperatura conhecida  $T_x$ , colocando-a em um recipiente contendo água de massa e temperatura conhecidas  $T_a < T_x$ , e medindo a temperatura da água depois que o equilíbrio é alcançado. Essa técnica é chamada de calorimetria, e os aparelhos nos quais ocorre essa transferência de energia são chamados calorímetros. A Figura 6.2 destaca a amostra quente na água fria e a transferência de energia por calor resultante da parte do sistema em alta temperatura para a parte em baixa temperatura. Se o sistema da amostra e da água é isolado, o princípio de conservação de energia exige que a quantidade de energia  $Q_{\text{quente}}$  que deixa a amostra (de calor específico desconhecido) seja igual à quantidade de energia  $Q_{\text{fria}}$  que entra na água.<sup>3</sup> A conservação de energia nos permite escrever a representação matemática dessa afirmação de energia como:

$$Q_{\text{frio}} = -Q_{\text{quente}} \quad (6.5)$$

Suponha que  $m_x$  seja a massa de uma amostra de alguma substância cujo calor específico queremos determinar. Vamos chamar seu calor específico de  $c_x$  e sua temperatura inicial de  $T_x$ , como mostrado na Figura 6.2. Do mesmo modo,  $m_a$ ,  $c_a$  e  $T_a$  representam valores correspondentes para a água. Se  $T_f$  é a temperatura final depois que o sistema chega ao equilíbrio, a Equação 6.4 mostra que a transferência de energia para a água é  $m_a c_a (T_f - T_a)$ , que é positivo, porque  $T_f > T_a$ , e que a transferência de energia para a amostra de calor específico desconhecido é  $m_x c_x (T_f - T_x)$ , que é negativo. Substituindo essas expressões na Equação 6.5, resulta em:

$$m_a c_a (T_f - T_a) = -m_x c_x (T_f - T_x)$$

Essa equação pode ser resolvida para o calor específico desconhecido  $c_x$ .

### Exemplo 6.2

### Esfriando um lingote quente

Um lingote de metal de 0,0500 kg é aquecido a 200,0 °C e depois colocado em um calorímetro contendo 0,400 kg de água inicialmente a 20,0 °C. A temperatura final de equilíbrio do sistema misturado é 22,4 °C. Determine o calor específico do metal.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine o processo ocorrendo no sistema isolado da Figura 6.2. A energia sai do lingote quente e vai para a água fria, então aquele esfria e esta esquenta. Quando os dois estão à mesma temperatura, a transferência de energia cessa.

**Categorização** Usamos uma equação desenvolvida nesta seção, então categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

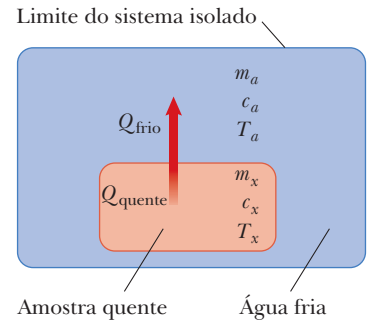
Use a Equação 6.4 para avaliar cada lado da Equação 6.5:

Resolva para  $c_x$ :

$$m_a c_a (T_f - T_a) = -m_x c_x (T_f - T_x)$$

$$c_x = \frac{m_a c_a (T_f - T_a)}{m_x (T_x - T_f)}$$

*continua*



**Figura 6.2** Em um experimento de calorimetria, uma amostra quente cujo calor específico é desconhecido é colocada em água fria em um recipiente que isola o sistema do ambiente.

#### Prevenção de Armadilhas 6.5

##### Lembre-se do sinal negativo

É crítico incluir o sinal negativo na Equação 6.5, porque ele é necessário para consistência com nossa convenção de sinais para transferência de energia. A transferência de energia  $Q_{\text{quente}}$  tem valor negativo porque a energia está saindo da substância quente. O sinal negativo na equação garante que o lado direito é um número positivo, consistente com o lado esquerdo, que é positivo porque a energia está entrando na água fria.

<sup>3</sup> Para medições precisas, o recipiente de água deveria ser incluído, porque ele também troca energia com a amostra. No entanto, fazer isso exigiria que soubéssemos a massa e a composição do recipiente. Se a massa da água é muito maior que a do recipiente, podemos desprezar os efeitos deste.

## 6.2 cont.

Substitua os valores numéricos:

$$c_x = \frac{(0,400 \text{ kg})(4.186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(22,4^\circ\text{C} - 20,0^\circ\text{C})}{(0,0500 \text{ kg})(200,0^\circ\text{C} - 22,4^\circ\text{C})} = 453 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$$

É muito provável que o lingote seja de ferro, comparando esse resultado com os dados da Tabela 6.1. A temperatura do lingote está inicialmente acima do ponto de vaporização. Portanto, alguma água pode ser vaporizada quando ele é colocado dentro da água. Supomos que o sistema esteja selado e esse vapor não possa escapar. Como a temperatura final de equilíbrio é mais baixa que o ponto de evaporação, qualquer vapor resultante condensa novamente como água.

**E SE?** Suponha que você esteja realizando um experimento no laboratório que use essa técnica para determinar o calor específico de uma amostra e queira diminuir a incerteza geral de seu resultado final para  $c_x$ . Considerando os dados neste exemplo, a variação de qual valor seria mais eficaz na redução da incerteza?

**Resposta** A maior incerteza experimental está associada à pequena diferença na temperatura de  $2,4^\circ\text{C}$  para a água. Por exemplo, usando as regras para a propagação de incerteza do Apêndice B, Seção B.8, uma incerteza de  $0,1^\circ\text{C}$  em cada  $T_f$  e  $T_a$  leva a uma incerteza de 8% na diferença entre elas. Para essa diferença de temperatura ser maior experimentalmente, a alteração mais eficaz é *diminuir a quantidade de água*.

## Exemplo 6.3

## Diversão para um cowboy

Um *cowboy* dispara uma bala de prata com velocidade de  $200 \text{ m/s}$  contra a parede de um salão. Suponha que toda a energia interna gerada pelo impacto permaneça na bala. Qual é sua variação de temperatura?

## SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine experiências semelhantes em que a energia mecânica é transformada em energia interna quando um corpo em movimento é parado. Por exemplo, como mencionado na Seção 6.1, um prego fica quente depois de ser atingido algumas vezes por um martelo.

**Categorização** A bala é modelada como um sistema isolado. Não há trabalho realizado sobre o sistema porque a força da parede não passa por nenhum deslocamento. Este exemplo é semelhante ao do skatista se empurrando de uma parede na Seção 9.7 do Volume 1 desta coleção. Ali, nenhum trabalho é realizado sobre o skatista pela parede, e a energia potencial armazenada no corpo em refeições anteriores é transformada em energia cinética. Aqui, nenhum trabalho é realizado pela parede na bala, e a energia cinética é transformada em energia interna.

**Análise** Reduza a equação de conservação de energia, Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção, para a expressão adequada para o sistema da bala:

$$(1) \Delta K + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

A variação na energia interna da bala é relacionada a sua variação em temperatura:

$$(2) \Delta E_{\text{int}} = mc \Delta T$$

Substitua a Equação (2) na (1):

$$(0 - \frac{1}{2}mv^2) + mc \Delta T = 0$$

Resolva para  $\Delta T$ , usando  $234 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$  como o calor específico da prata (ver Tabela 6.1):

$$(3) \Delta T = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{mc} = \frac{v^2}{2c} = \frac{(200 \text{ m/s})^2}{2(234 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})} = 85,5^\circ\text{C}$$

**Finalização** Note que o resultado não depende da massa da bala.

**E SE?** Suponha que o *cowboy* acabe com suas balas de prata e dispare uma de chumbo contra a parede com a mesma velocidade. A variação de temperatura da bala será maior ou menor?

**Resposta** A Tabela 6.1 mostra que o calor específico do chumbo é  $128 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ , que é menor que aquele para a prata. Então, certa quantidade de entrada ou transformação de energia eleva o chumbo a uma temperatura mais alta que a prata, e a temperatura final do chumbo será maior. Na Equação (3), vamos substituir o novo valor para o calor específico:

$$\Delta T = \frac{v^2}{2c} = \frac{(200 \text{ m/s})^2}{2(128 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})} = 156^\circ\text{C}$$

Não há exigência para que balas de prata e chumbo tenham a mesma massa para determinar essa variação na temperatura. A única exigência é que elas tenham a mesma velocidade.

## 6.3 Calor latente

Como vimos na seção anterior, uma substância pode sofrer variação de temperatura quando energia é transferida entre ela e seu entorno. No entanto, em algumas situações, a transferência de energia não resulta em variação na temperatura. Esse é o caso sempre que as características físicas da substância mudam de uma forma para outra; tal variação é comumente chamada **mudança de fase**. Duas mudanças de fase comuns são do sólido para o líquido (derretimento) e do líquido para o gasoso (ebulição); outra é uma mudança na estrutura cristalina de um sólido. Todas essas mudanças de fase envolvem variação na energia interna do sistema sem alteração de sua temperatura. O aumento de energia interna na ebulição, por exemplo, é representado pelo rompimento de ligações entre as moléculas no estado líquido; esse rompimento de ligações permite que as moléculas se movam mais para longe no estado gasoso, com aumento correspondente da energia potencial intermolecular.

Como seria esperado, substâncias diferentes respondem diferentemente ao acréscimo ou retirada de energia conforme mudam de fase, porque seus arranjos moleculares internos variam. A quantidade de energia transferida durante a mudança de fase depende da quantidade de substância envolvida. (É necessária menos energia para derreter um cubo de gelo que para degelar um lago congelado.) Quando falarmos das duas fases de um material, usaremos o termo *material de fase mais alta* para aquele existente a uma temperatura mais alta. Então, se discutimos água e gelo, a água é o material de fase mais alta, enquanto o vapor é o material de fase mais alta em uma discussão sobre vapor e água. Considere um sistema contendo uma substância com duas fases em equilíbrio, como água e gelo. A quantidade inicial do material de fase mais alta, água, no sistema é  $m_i$ . Agora, imagine que a energia  $Q$  entre no sistema. Como resultado, a quantidade final de água é  $m_f$  devido ao derretimento de parte do gelo. Então, a quantidade de gelo que derreteu, igual à quantidade de água nova, é  $\Delta m = m_f - m_i$ . Definimos o **calor latente** para essa mudança de fase como:

$$L \equiv \frac{Q}{\Delta m} \quad (6.6)$$

Esse parâmetro é chamado calor latente (literalmente, calor “escondido”) porque essa energia acrescentada ou removida não resulta em uma variação de temperatura. O valor de  $L$  para uma substância depende da natureza da mudança de fase e das propriedades da substância. Se todo o material de fase mais baixa sofre uma mudança de fase, a variação em massa  $\Delta m$  do material de fase mais alta é igual à massa inicial do de fase mais baixa. Por exemplo, se um cubo de gelo de massa  $m$  em um prato derrete completamente, a variação na massa da água é  $m_f - 0 = m$ , que é a massa da água nova e também é igual à massa inicial do cubo de gelo.

A partir da definição de calor latente, e escolhendo novamente o calor como nosso mecanismo de transferência de energia, a energia necessária para mudar a fase de uma substância pura é:

$$Q = L \Delta m$$

(6.7) ◀ **Energia transferida para uma substância durante uma mudança de fase**

onde  $\Delta m$  é a variação na massa do material de fase mais alta.

**Calor latente de fusão**  $L_f$  é o termo usado quando a mudança de fase é do sólido para o líquido (*fundir* significa “combinar por derretimento”), e **calor latente de vaporização**  $L_v$  é o termo usado quando a mudança de fase é do líquido para o gasoso (o líquido “vaporiza”).<sup>4</sup> O calor latente de várias substâncias varia consideravelmente, como mostrado pelos dados na Tabela 6.2. Quando energia entra em um sistema, causando derretimento ou vaporização, a quantidade de material de fase mais alta aumenta; então,  $\Delta m$  e  $Q$  são positivos, o que é consistente com nossa convenção de sinais. Quando energia é extraída de um sistema, causando congelamento ou condensação, a quantidade de material de fase mais alta diminui; então,  $\Delta m$  e  $Q$  são negativos, novamente consistente com nossa convenção de sinais. Lembre-se de que  $\Delta m$  na Equação 6.7 sempre se refere ao material de fase mais alta.

Para compreender a função do calor latente nas mudanças de fases, considere a energia necessária para converter um cubo de gelo de 1,00g a  $-30,0^\circ\text{C}$  para vaporizar a  $120,0^\circ\text{C}$ . A Figura 6.3 mostra os resultados experimentais obtidos quando energia é gradativamente adicionada ao gelo. Os resultados são apresentados como um gráfico de temperatura do sistema do cubo de gelo *versus* energia adicionada ao sistema. Vamos examinar cada porção da curva vermelho-amarronzada, que é dividida em partes de A até E.

### Prevenção de Armadilhas 6.6

#### Sinais são decisivos

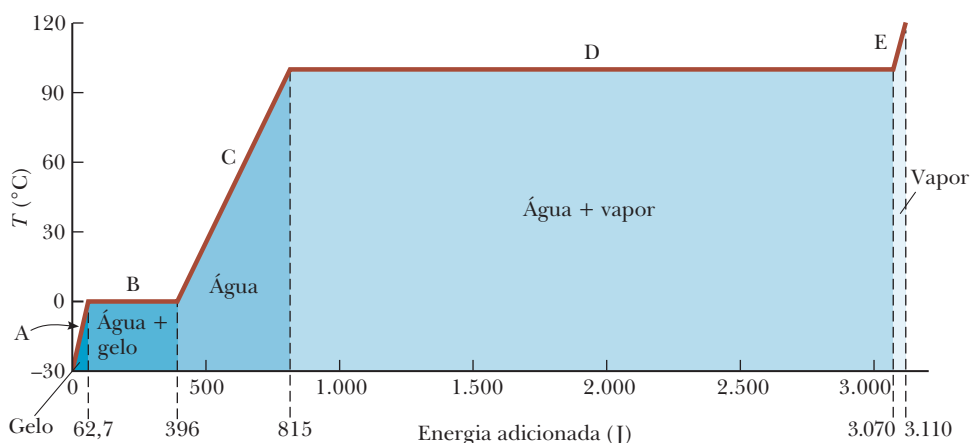
Erros nos sinais ocorrem frequentemente quando estudantes aplicam equações de calorimetria. Para mudanças de fase, lembre-se de que  $\Delta m$  na Equação 6.7 sempre é a variação na massa do material de fase mais alta. Na Equação 6.4, assegure-se de que seu  $\Delta T$  seja *sempre* a temperatura final menos a temperatura inicial. Além disso, você deve *sempre* incluir o sinal negativo no lado direito da Equação 6.5.

<sup>4</sup> Quando um gás esfria, ele eventualmente condensa, isto é, volta para a fase líquida. A energia liberada por unidade de massa é chamada calor latente de condensação, e é numericamente igual ao calor latente de vaporização. Do mesmo modo, quando um líquido esfria, ele eventualmente solidifica, e o calor latente de solidificação é numericamente igual ao calor latente de fusão.

TABELA 6.2

Calores latentes de fusão e vaporização

| Substância     | Ponto de fusão (°C) | Calor latente de fusão (J/kg) | Ponto de ebulição (°C) | Calor latente de vaporização (J/kg) |
|----------------|---------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| Hélio          | -269,65             | $5,23 \times 10^3$            | -268,93                | $2,09 \times 10^4$                  |
| Oxigênio       | -218,79             | $1,38 \times 10^4$            | -182,97                | $2,13 \times 10^5$                  |
| Nitrogênio     | -209,97             | $2,55 \times 10^4$            | -195,81                | $2,01 \times 10^5$                  |
| Álcool etílico | -114                | $1,04 \times 10^5$            | 78                     | $8,54 \times 10^5$                  |
| Água           | 0,00                | $3,33 \times 10^5$            | 100,00                 | $2,26 \times 10^6$                  |
| Enxofre        | 119                 | $3,81 \times 10^4$            | 444,60                 | $3,26 \times 10^5$                  |
| Chumbo         | 327,3               | $2,45 \times 10^4$            | 1.750                  | $8,70 \times 10^5$                  |
| Alumínio       | 660                 | $3,97 \times 10^5$            | 2.450                  | $1,14 \times 10^7$                  |
| Prata          | 960,80              | $8,82 \times 10^4$            | 2.193                  | $2,33 \times 10^6$                  |
| Ouro           | 1.063,00            | $6,44 \times 10^4$            | 2.660                  | $1,58 \times 10^6$                  |
| Cobre          | 1.083               | $1,34 \times 10^5$            | 1.187                  | $5,06 \times 10^6$                  |



**Figura 6.3** Gráfico de temperatura pela energia adicionada quando 1,00 g de gelo inicialmente a  $-30,0\text{ °C}$  é convertido para vapor a  $120,0\text{ °C}$ .

**Parte A.** Nessa porção da curva, a temperatura do gelo muda de  $-30,0\text{ °C}$  para  $0,0\text{ °C}$ . A Equação 6.4 mostra que a temperatura varia linearmente com a energia adicionada; então, o resultado experimental é uma linha reta no gráfico. Como o calor específico do gelo é  $2.090\text{ J/kg} \cdot \text{°C}$ , podemos calcular a quantidade de energia adicionada usando a Equação 6.4:

$$Q = m_i c_i \Delta T = (1,00 \times 10^{-3}\text{ kg})(2.090\text{ J/kg} \cdot \text{°C})(30,0\text{ °C}) = 62,7\text{ J}$$

**Parte B.** Quando a temperatura do gelo atinge  $0,0\text{ °C}$ , a mistura gelo-água permanece nessa temperatura – embora energia esteja sendo adicionada – até que todo o gelo derreta. A energia necessária para derreter  $1,00\text{ g}$  de gelo a  $0,0\text{ °C}$  é, a partir da Equação 6.7:

$$Q = L_f \Delta m_a = L_f m_i = (3,33 \times 10^5\text{ J/kg})(1,00 \times 10^{-3}\text{ kg}) = 333\text{ J}$$

Nesse ponto, chegamos à marca de  $396\text{ J}$  ( $= 62,7\text{ J} + 333\text{ J}$ ) no eixo de energia na Figura 6.3.

**Parte C.** Entre  $0,0\text{ °C}$  e  $100,0\text{ °C}$  nada surpreendente acontece. Não ocorre mudança de fase, e então toda a energia adicionada à água é usada para aumentar sua temperatura. A quantidade de energia necessária para aumentar a temperatura de  $0,0\text{ °C}$  para  $100,0\text{ °C}$  é:

$$Q = m_a c_a \Delta T = (1,00 \times 10^{-3}\text{ kg})(4,19 \times 10^3\text{ J/kg} \cdot \text{°C})(100,0\text{ °C}) = 419\text{ J}$$

**Parte D.** A  $100,0\text{ °C}$  ocorre outra mudança de fase quando a água muda de água a  $100,0\text{ °C}$  para vapor a  $100,0\text{ °C}$ . Da mesma maneira que a mistura gelo-água na parte B, a mistura água-vapor permanece a  $100,0\text{ °C}$  – embora energia esteja sendo adicionada – até que todo o líquido tenha sido convertido para vapor. A energia necessária para converter  $1,00\text{ g}$  de água para vapor a  $100,0\text{ °C}$  é:

$$Q = L_v \Delta m_v = L_v m_a = (2,26 \times 10^6\text{ J/kg})(1,00 \times 10^{-3}\text{ kg}) = 2,26 \times 10^3\text{ J}$$

**Parte E.** Nessa porção da curva, como nas partes A e C, não ocorre mudança de fase; então, toda a energia adicionada é usada para aumentar a temperatura do vapor. A energia que deve ser acrescentada para elevar a temperatura do vapor de 100,0 °C para 120,0 °C é:

$$Q = m_v c_v \Delta T = (1,00 \times 10^{-3} \text{ kg})(2,01 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(20,0 ^\circ\text{C}) = 40,2 \text{ J}$$

A quantidade total de energia que deve ser acrescentada para mudar 1 g de gelo a  $-30,0 ^\circ\text{C}$  para vapor a  $120,0 ^\circ\text{C}$  é a soma dos resultados de todas as cinco partes da curva, que é  $3,11 \times 10^3 \text{ J}$ . Contrariamente, para esfriar 1 g de vapor a  $120,0 ^\circ\text{C}$  para gelo a  $-30,0 ^\circ\text{C}$ , devemos retirar  $3,11 \times 10^3 \text{ J}$  de energia.

Note, na Figura 6.3, a quantidade relativamente grande de energia que é transferida para a água para vaporizá-la. Imagine inverter esse processo, com grande quantidade de energia transferida do vapor para condensá-lo em água. É por isso que uma queimadura causada por vapor a  $100 ^\circ\text{C}$  causa mais danos que expor a pele à água a  $100 ^\circ\text{C}$ . Uma grande quantidade de energia entra na pele pelo vapor, e este permanece a  $100 ^\circ\text{C}$  por longo tempo enquanto se condensa. Contrariamente, quando a pele entra em contato com água a  $100 ^\circ\text{C}$ , esta começa a perder temperatura imediatamente devido à transferência de energia dela para a pele.

Se água líquida é mantida perfeitamente imóvel em um recipiente bem limpo, é possível que ela caia para menos de  $0 ^\circ\text{C}$  sem congelar nem virar gelo. Esse fenômeno, chamado **super-resfriamento**, surge porque a água requer uma perturbação de algum tipo para que suas moléculas se afastem e comecem a formar a estrutura grande e aberta do gelo, que faz a densidade do gelo menor que a da água, como discutido na Seção 5.4. Se água super-resfriada é perturbada, congela subitamente. O sistema cai na configuração mais baixa de energia das moléculas ligadas da estrutura do gelo, e a energia liberada eleva a temperatura de volta para  $0 ^\circ\text{C}$ .

Aquecedores de mão comerciais consistem em acetato de sódio líquido em uma bolsa de plástico lacrada. A solução na bolsa está em estado estável super-resfriado. Quando você clica o disco na bolsa, o líquido solidifica e a temperatura aumenta, exatamente como a água super-resfriada mencionada acima. Entretanto, nesse caso, o ponto de congelamento do líquido é mais alto que a temperatura do corpo, por isso a bolsa parece quente ao toque. Para reutilizar o aquecedor de mão, a bolsa deve ser fervida até que o sólido se liquefaça. Então, conforme ela esfria, passa do ponto de congelamento para o estado super-resfriado.

Também é possível criar **superaquecimento**. Por exemplo, água limpa em uma xícara bem limpa colocada em um forno de micro-ondas às vezes passa dos  $100 ^\circ\text{C}$  sem ferver, porque a formação de uma bolha de vapor na água exige arranhões na xícara ou algum tipo de impureza na água para ser o local de nucleação. Quando a xícara é retirada do forno, a água superaquecida pode ficar explosiva, pois as bolhas se formam imediatamente e a água quente é forçada para cima e para fora da xícara.

**Teste Rápido 6.2** Suponha que o mesmo processo de adicionar energia ao cubo de gelo seja realizado como descrito acima, mas, agora, vamos traçar um gráfico da energia interna do sistema como função da entrada de energia. Como seria esse gráfico?

### Exemplo 6.4

### Esfriando o vapor

Que massa de vapor inicialmente a  $130 ^\circ\text{C}$  é necessária para aquecer 200 g de água em um recipiente de vidro de 100 g de  $20,0 ^\circ\text{C}$  para  $50,0 ^\circ\text{C}$ ?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine colocar água e vapor juntos em um recipiente fechado isolado. O sistema eventualmente alcança um estado uniforme de água com temperatura final de  $50,0 ^\circ\text{C}$ .

**Categorização** Com base em nossa conceitualização, categorizamos este exemplo como um que envolve calorimetria no qual ocorre uma mudança de fase.

**Análise** Escreva a Equação 6.5 para descrever o processo de calorimetria:

$$(1) \quad Q_{\text{frio}} = -Q_{\text{quente}}$$

continua

## 6.4 cont.

O vapor passa por três processos: primeiro, uma diminuição da temperatura para 100 °C; depois, condensação para água líquida; e, finalmente, a diminuição da temperatura da água para 50,0 °C. Encontre a transferência de energia no primeiro processo usando a massa desconhecida  $m_v$  do vapor:

$$Q_1 = m_v c_v \Delta T_v$$

Encontre a transferência de energia no segundo processo:

$$Q_2 = L_v \Delta m_v = L_v(0 - m_v) = -m_v L_v$$

Encontre a transferência de energia no terceiro processo:

$$Q_3 = m_v c_a \Delta T_{\text{água quente}}$$

Adicione as transferências de energia nestes três estágios:

$$(2) \quad Q_{\text{quente}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = m_v(c_v \Delta T_v - L_v + c_a \Delta T_{\text{água quente}})$$

A água a 20,0 °C e o vidro passam por apenas um processo, um aumento de temperatura para 50,0 °C. Encontre a transferência de energia nesse processo:

$$(3) \quad Q_{\text{frio}} = m_a c_a \Delta T_{\text{água fria}} + m_g c_g \Delta T_{\text{vidro}}$$

Substitua as equações (2) e (3) na (1):

$$m_a c_a \Delta T_{\text{água fria}} + m_g c_g \Delta T_{\text{vidro}} = -m_v(c_v \Delta T_v - L_v + c_a \Delta T_{\text{água quente}})$$

Resolva para  $m_v$ :

$$m_v = -\frac{m_a c_a \Delta T_{\text{água fria}} + m_g c_g \Delta T_{\text{vidro}}}{c_v \Delta T_v - L_v + c_a \Delta T_{\text{água quente}}}$$

Substitua os valores numéricos:

$$m_v = -\frac{(0,200 \text{ kg})(4.186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(50,0^\circ\text{C} - 20,0^\circ\text{C}) + (0,100 \text{ kg})(837 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(50,0^\circ\text{C} - 20,0^\circ\text{C})}{(2.010 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(100^\circ\text{C} - 130^\circ\text{C}) - (2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}) + (4.186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(50,0^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C})}$$

$$= 1,09 \times 10^{-2} \text{ kg} = 10,9 \text{ g}$$

**E SE?** E se o estado final do sistema for água a 100 °C? Precisaríamos de mais ou de menos vapor? Como a análise anterior mudaria?

**Resposta** Seria necessário mais vapor para elevar a temperatura da água e do vidro para 100 °C em vez de 50,0 °C. Haveria duas grandes mudanças na análise. Primeiro, não teríamos o termo  $Q_3$  para o vapor, porque a água que condensa do vapor não esfria abaixo de 100 °C. Segundo, em  $Q_{\text{frio}}$ , a variação de temperatura seria 80,0 °C em vez de 30,0 °C. Para praticar, mostre que o resultado exige uma massa de vapor de 31,8 g.

## 6.4 Trabalho e calor em processos termodinâmicos

Na Termodinâmica, descrevemos o *estado* de um sistema usando variáveis como pressão, volume, temperatura e energia interna. Como resultado, essas quantidades pertencem a uma categoria chamada **variáveis de estado**. Para qualquer configuração do sistema, podemos identificar valores dessas variáveis. (Para sistemas mecânicos, as variáveis de estado incluem energia cinética  $K$  e energia potencial  $U$ .) O estado de um sistema pode ser especificado somente se o sistema está em equilíbrio térmico internamente. No caso de um gás em um recipiente, o equilíbrio térmico interno exige que todas as partes do gás estejam às mesmas pressão e temperatura.

Uma segunda categoria de variáveis em situações envolvendo energia são as **variáveis de transferência** – aquelas que aparecem do lado direito da equação de conservação de energia, Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Tal variável tem valor diferente de zero se ocorre um processo no qual energia é transferida pelo limite do sistema. A variável de transferência é positiva ou negativa, dependendo se a energia está entrando ou saindo do sistema. Como uma transferência de energia através do limite representa uma mudança no sistema, variáveis de transferência não são associadas a um estado do sistema, e sim a uma *mudança* no estado do sistema.

Nas seções anteriores, discutimos o calor como uma variável de transferência. Nesta, estudaremos outra variável de transferência importante para sistemas termodinâmicos; o trabalho. O trabalho realizado sobre partículas foi estudado extensivamente no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção e, aqui, investigaremos o trabalho realizado sobre um sistema deformável, um gás. Considere um gás contido em um cilindro que tem um pistão móvel (Figura 6.4). Em equilíbrio, o gás ocupa um volume  $V$  e exerce uma pressão uniforme  $P$  sobre as paredes do cilindro e sobre o pistão. Se o pistão tem



área transversal  $A$ , a força exercida pelo gás sobre o pistão é  $F = PA$ . Vamos supor que empurremos o pistão para dentro, comprimindo o gás **quase estaticamente**, ou seja, devagar o suficiente para permitir que o sistema permaneça essencialmente em equilíbrio térmico interno em todos os momentos. Conforme o pistão é empurrado para baixo por uma força externa  $\vec{F} = -F\hat{j}$  por um deslocamento de  $d\vec{r} = dy\hat{j}$  (Figura 6.4b), o trabalho realizado sobre o gás é, de acordo com nossa definição de trabalho no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -F\hat{j} \cdot dy\hat{j} = -F dy = -PA dy$$

onde o módulo  $F$  da força externa  $\vec{F}$  é igual a  $PA$  porque o pistão está sempre em equilíbrio entre as forças externa e a do gás. A massa do pistão é presumida desprezível nesta discussão. Como  $A dy$  é a variação no volume do gás  $dV$ , podemos expressar o trabalho realizado sobre o gás por:

$$dW = -P dV$$

Se o gás é comprimido,  $dV$  é negativo e o trabalho realizado sobre o gás é positivo. Se o gás expande,  $dV$  é positivo e o trabalho realizado sobre o gás é negativo. Se o volume permanece constante, o trabalho realizado sobre o gás é zero. O trabalho total realizado sobre o gás conforme seu volume muda de  $V_i$  para  $V_f$  é dado pela integral da Equação 6.8:

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P dV$$

Para calcular essa integral, você deve saber como a pressão varia com o volume durante o processo.

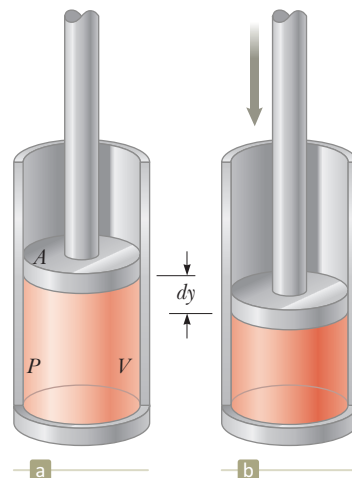
Em geral, a pressão não é constante durante o processo seguido por um gás, mas depende do volume e da temperatura. Se pressão e volume são conhecidos em cada etapa do processo, o estado do gás em cada etapa pode ser traçado em uma representação gráfica chamada **diagrama  $PV$** , como na Figura Ativa 6.5. Esse tipo de diagrama permite a visualização do processo pelo qual o gás passa. A curva em um diagrama  $PV$  é chamada *caminho* percorrido entre o estado inicial e final.

Note que a integral na Equação 6.9 é igual à área sob a curva em um diagrama  $PV$ . Portanto, podemos identificar um uso importante para diagramas  $PV$ :

O trabalho realizado sobre um gás em um processo quase estático que leva o gás de um estado inicial a um estado final é a área negativa sob a curva em um diagrama  $PV$ , avaliada entre o estado inicial e o final.

Para o processo de compressão de um gás em um cilindro, o trabalho realizado depende da trajetória específica percorrida entre o estado inicial e o final, conforme sugerido pela Figura Ativa 6.5. Para ilustrar esse importante ponto, considere vários caminhos diferentes conectando  $i$  e  $f$  (Figura Ativa. 6.6). No processo descrito na Figura Ativa 6.6a, o volume do gás é primeiro reduzido de  $V_i$  para  $V_f$  à pressão constante  $P_i$ , e a pressão do gás então aumenta de  $P_i$  para  $P_f$  por aquecimento, a volume constante  $V_f$ . O trabalho realizado sobre o gás ao longo desse caminho é  $-P_i(V_f - V_i)$ . Na Figura Ativa 6.6b, a pressão do gás é aumentada de  $P_i$  para  $P_f$  a volume constante  $V_i$  e depois o volume do gás é reduzido de  $V_i$  para  $V_f$  a pressão constante  $P_f$ . O trabalho realizado sobre o gás é  $-P_f(V_f - V_i)$ . Esse valor é maior que aquele para o processo descrito na Figura Ativa 6.6a, porque o pistão é movido pelo mesmo deslocamento por uma força maior. Finalmente, para o processo descrito na Figura Ativa 6.6c, onde tanto  $P$  quanto  $V$  mudam continuamente, o trabalho realizado sobre o gás tem um valor entre os obtidos nos primeiros dois processos. Para avaliar o trabalho nesse caso, a função  $P(V)$  deve ser conhecida para que possamos avaliar a integral na Equação 6.9.

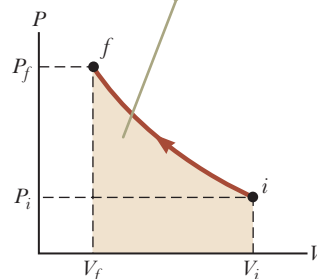
A transferência de energia  $Q$  para dentro ou para fora de um sistema por calor também depende do processo. Considere as situações descritas na Figura 6.7. Em cada



**Figura 6.4** Trabalho é realizado sobre um gás contido em um cilindro com pressão  $P$  conforme o pistão é empurrado para baixo a fim de que o gás seja comprimido.

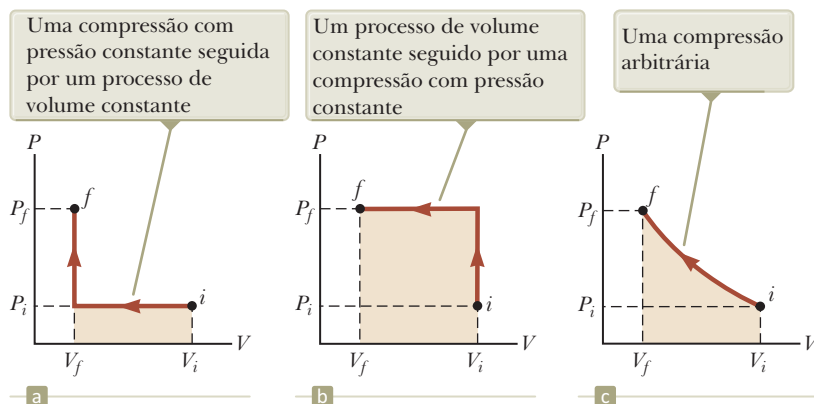
**(6.9) Trabalho realizado sobre um gás**

O trabalho realizado sobre um gás é igual à negativa da área sob a curva  $PV$ . A área é negativa aqui porque o volume está diminuindo, resultando em trabalho positivo.

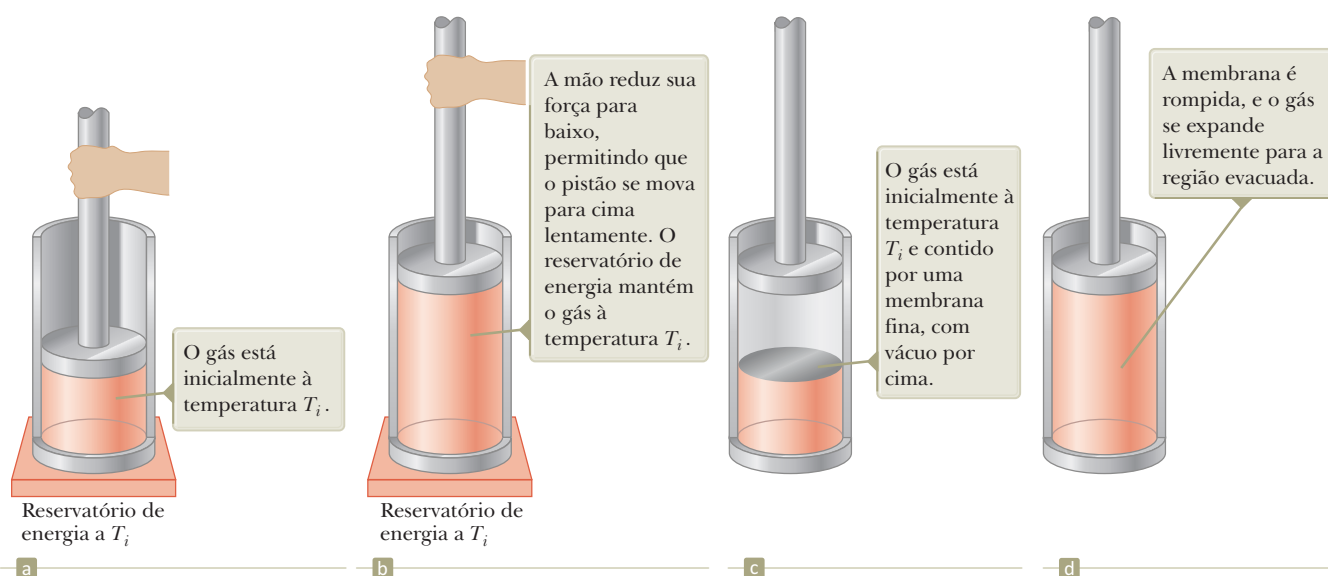


**FIGURA ATIVA 6.5**

Um gás é comprimido quase estaticamente (lentamente) do estado  $i$  para o estado  $f$ . Um agente externo deve realizar trabalho sobre o gás para que ele seja comprimido.

**FIGURA ATIVA 6.6**

O trabalho realizado sobre um gás conforme é levado de um estado inicial para um estado final depende do caminho entre esses estados.



**Figura 6.7** Gás em um cilindro. (a) O gás está em contato com um reservatório de energia. As paredes do cilindro têm isolamento perfeito, mas a base em contato com o reservatório é condutora. (b) O gás se expande lentamente para um volume maior. (c) O gás é contido por uma membrana na metade do volume, com vácuo na outra metade. O cilindro todo é perfeitamente isolado. (d) O gás se expande livremente no volume maior.

caso, o gás tem os mesmos volume, temperatura e pressão iniciais, e é presumido ideal. Na Figura 6.7a, o gás está termicamente isolado de seu entorno, exceto no fundo da região cheia de gás, onde está em contato térmico com um reservatório de energia. *Reservatório de energia* é uma fonte de energia que é considerado tão grande, que uma transferência de energia finita de ou para ele não muda sua temperatura. O pistão é mantido em sua posição inicial por um agente externo, tal como uma mão. Quando a força segurando o pistão é levemente reduzida, o pistão sobe bem lentamente para sua posição final, mostrada na Figura 6.7b. Como o pistão está se movendo para cima, o gás está realizando trabalho sobre o pistão. Durante essa expansão até o volume final  $V_f$ , somente energia suficiente é transferida por calor do reservatório para o gás para manter uma temperatura constante  $T_i$ .

Considere agora o sistema completamente isolado termicamente mostrado na Figura 6.7c. Quando a membrana é rompida, o gás expande rapidamente no vácuo até que ocupa um volume  $V_f$  e está a uma pressão  $P_f$ . O estado final do gás é mostrado na Figura 6.7d. Nesse caso, o gás não realiza trabalho, porque não aplica uma força; não é necessária força para se expandir em um vácuo. Além disto, não há transferência de energia por calor pela parede isolada.

Como discutiremos na Seção 6.5, experimentos mostram que a temperatura de um gás ideal não muda durante o processo indicado nas figuras 6.7c e 6.7d. Portanto, os estados inicial e final de um gás ideal nas figuras 6.7a e 6.7b são idênticos aos das figuras 6.7c e 6.7d, mas os caminhos são diferentes. No primeiro caso, o gás realiza trabalho sobre o pistão, e energia é transferida lentamente para o gás por calor. No segundo, não há transferência de energia por calor e o valor do trabalho realizado é zero. Então, a transferência de energia por calor, como trabalho realizado, depende dos estados inicial, final e intermediário do sistema. Em outras palavras, como calor e trabalho dependem do caminho, nem a quantidade é determinada unicamente pelos pontos finais de um processo termodinâmico.

## 6.5 A Primeira Lei da Termodinâmica

Quando apresentamos a Lei de Conservação de Energia no Capítulo 8 do Volume 1 desta coleção, dissemos que a variação na energia de um sistema é igual à soma de todas as transferências de energia pelos limites do sistema. A **Primeira Lei da Termodinâmica** é um caso especial da Lei de Conservação de Energia que descreve processos em que somente a energia interna<sup>5</sup> muda, e as únicas transferências de energia são por calor e trabalho:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

(6.10)

◀ Primeira Lei da Termodinâmica

Uma consequência importante da Primeira Lei da Termodinâmica é a existência de uma quantidade conhecida como energia interna, cujo valor é determinado pelo estado do sistema. A energia interna é, portanto, uma variável de estado, como pressão, volume e temperatura.

Vamos investigar alguns casos especiais nos quais a Primeira Lei pode ser aplicada. Primeiro, considere um *sistema isolado*, isto é, um que não interage com seu entorno. Nesse caso, não há transferência de energia por calor, e o trabalho realizado sobre o sistema é zero; então, a energia interna permanece constante. Ou seja, como  $Q = W = 0$ , segue que  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ ; então,  $E_{\text{int},i} = E_{\text{int},f}$ . Concluímos que a energia interna  $E_{\text{int}}$  de um sistema isolado permanece constante.

Em seguida, considere o caso de um sistema que pode trocar energia com seu entorno e é levado por um **processo cíclico**, isto é, um processo que começa e termina no mesmo estado. Nesse caso, a variação na energia interna deve ser zero novamente, porque  $E_{\text{int}}$  é uma variável de estado; então, a energia  $Q$  acrescentada ao sistema deve ser igual à negativa do trabalho  $W$  realizado sobre o sistema durante o ciclo. Ou seja, em um processo cíclico:

$$\Delta E_{\text{int}} = 0 \quad \text{e} \quad Q = -W \quad (\text{processo cíclico})$$

Em um diagrama  $PV$ , um processo cíclico aparece como uma curva fechada. (Os processos descritos na Figura Ativa 6.6 são representados por curvas abertas porque os estados inicial e final diferem.) Pode ser mostrado que, em um processo cíclico, o trabalho resultante realizado sobre um sistema por ciclo é igual à área coberta pelo caminho representando o processo em um diagrama  $PV$ .

## 6.6 Algumas aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica

Nesta seção, consideraremos aplicações da Primeira Lei a processos pelos quais um gás passa. Como modelo, vamos considerar a amostra de gás contida no aparelho pistão-cilindro na Figura Ativa 6.8, que mostra trabalho sendo realizado sobre o gás e transferência de energia por calor; então, a energia interna do gás está subindo. Na discussão a seguir, sobre vários processos, reveja essa figura e altere as direções da transferência de energia mentalmente para refletir sobre o que está acontecendo no processo.

Antes de aplicar a Primeira Lei da Termodinâmica a sistemas específicos, é útil definir alguns processos termodinâmicos idealizados. **Processo adiabático** é aquele durante o qual nenhuma energia entra ou sai do sistema por calor; isto é,  $Q = 0$ . Esse processo pode ser alcançado isolando-se termicamente as paredes de um sistema ou realizando o processo rapidamente, de modo que haja tempo desprezível para a energia ser transferida por calor. Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica a um processo adiabático, temos:

$$\Delta E_{\text{int}} = W \quad (\text{processo adiabático})$$

(6.11)

### Prevenção de Armadilhas 6.7

#### Convenções de dois sinais

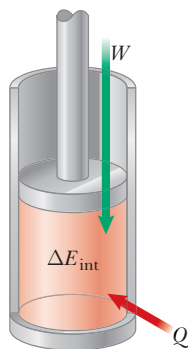
Alguns livros de Física e de Engenharia apresentam a Primeira Lei como  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ , com um sinal de menos entre o calor e o trabalho. O motivo é que o trabalho é ali definido como o trabalho realizado *pelo* gás, em vez de *sobre* o gás, como no nosso caso. A equação equivalente à Equação 6.9 nesses tratamentos define o trabalho como  $W = \int_{V_i}^{V_f} P dV$ . Portanto, se trabalho positivo é realizado pelo gás, a energia sai do sistema, levando a um sinal negativo na Primeira Lei. Em seus estudos em outros cursos de Engenharia ou Química, ou na leitura de outros livros de Física, assegure-se de verificar que convenção de sinais está sendo usada pela Primeira Lei.

### Prevenção de Armadilhas 6.8

#### A Primeira Lei

Por nossa abordagem de energia neste livro, a Primeira Lei da Termodinâmica é um caso especial da Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Alguns físicos argumentam que a Primeira Lei é a equação geral para conservação de energia, equivalente à Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Nessa abordagem, a Primeira Lei é aplicada a um sistema fechado (de modo que não há transferência de matéria), o calor é interpretado de modo a incluir radiação eletromagnética e o trabalho é interpretado de modo a incluir transmissão elétrica (“trabalho elétrico”) e ondas mecânicas (“trabalho molecular”). Lembre-se disso se encontrar a Primeira Lei na leitura de outros livros de Física.

<sup>5</sup> É um acidente infeliz da história que o símbolo tradicional para a energia interna seja  $U$ , que também é o símbolo tradicional para a energia potencial, como mostramos no Capítulo 7 do Volume 1 desta coleção. Para evitar confusão entre energia potencial e energia interna, usamos o símbolo  $E_{\text{int}}$  para energia interna neste livro. Se você fizer um curso avançado de Termodinâmica, no entanto, esteja preparado para ver  $U$  usado como símbolo da energia interna na Primeira Lei.

**FIGURA ATIVA 6.8**

A Primeira Lei da Termodinâmica equipara a variação na energia interna  $E_{\text{int}}$  em um sistema à transferência resultante de energia para o sistema por calor  $Q$  e trabalho  $W$ . Na situação mostrada aqui, a energia interna do gás aumenta.

Esse resultado mostra que se um gás é comprimido adiabaticamente de modo que  $W$  é positivo,  $\Delta E_{\text{int}}$  é positivo e a temperatura do gás aumenta. Contrariamente, a temperatura de um gás diminui quando o gás se expande adiabaticamente.

Processos adiabáticos são muito importantes em aplicações da Engenharia. Alguns exemplos comuns são a expansão de gases quentes em um motor de combustão interna, a liquefação de gases em um sistema de resfriamento e o curso de compressão em um motor a diesel.

O processo descrito nas figuras 6.7c e 6.7d, chamado **expansão adiabática livre**, é único. O processo é adiabático porque ocorre em um recipiente isolado. Como o gás se expande em vácuo, ele não aplica uma força sobre o pistão, como o gás nas figuras 6.7a e 6.7b; então, não há trabalho realizado sobre ou pelo gás. Portanto, nesse processo, tanto  $Q = 0$  como  $W = 0$ . Como resultado,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  para esse processo, como pode ser visto na Primeira Lei. Isto é, as energias internas inicial e final de um gás são iguais em expansão adiabática livre. Como veremos no Capítulo 7, a energia interna de um gás ideal depende somente de sua temperatura. Portanto, não esperamos variação de temperatura durante uma expansão adiabática livre. Essa previsão está de acordo com os resultados de experimentos realizados em baixas pressões. (Aqueles realizados em altas pressões por gases reais mostram uma pequena variação na temperatura por causa de interações intermoleculares, que representam uma divergência do modelo de um gás ideal.)

Um processo que ocorre com pressão constante é chamado **processo isobárico**. Na Figura Ativa 6.8, um processo isobárico pôde ser estabelecido, permitindo que o pistão se movesse livremente de modo que ele estivesse sempre em equilíbrio entre a força resultante do gás empurrando para cima e o peso do pistão mais a força devido à pressão atmosférica empurrando para baixo. O primeiro processo na Figura Ativa 6.6a e o segundo na Figura 6.6b são ambos isobáricos.

Em tal processo, os valores do calor e do trabalho são geralmente diferentes de zero para ambos. O trabalho realizado sobre o gás em um processo isobárico é simplesmente:

**Processo isobárico** ►

$$W = -P(V_f - V_i) \quad (\text{processo isobárico}) \quad (6.12)$$

onde  $P$  é a pressão constante do gás durante o processo.

O processo que ocorre com volume constante é chamado **processo isovolumétrico**. Na Figura Ativa 6.8, prender o pistão em uma posição fixa garantiria esse processo. O segundo processo na Figura Ativa 6.6a e o primeiro na Figura 6.6b são ambos isovolumétricos.

Como o volume do gás não muda em tal processo, o trabalho dado pela Equação 6.9 é zero. Então, a partir da Primeira Lei, vemos que em um processo isovolumétrico, como  $W = 0$ :

**Processo isovolumétrico** ►

$$\Delta E_{\text{int}} = Q \quad (\text{processo isovolumétrico}) \quad (6.13)$$

Essa expressão específica que se energia é acrescentada por calor a um sistema mantido a volume constante, toda a energia transferida permanece no sistema como um aumento de sua energia interna. Por exemplo, quando uma lata de tinta *spray* é lançada no fogo, energia entra no sistema (o gás na lata) por calor pelas paredes metálicas da lata. Consequentemente, a temperatura e, por conseguinte, a pressão na lata, aumentam até que a lata possivelmente venha a explodir.

#### Prevenção de Armadilhas 6.9

##### $Q \neq 0$ em um processo isotérmico

Não caia na armadilha comum de pensar que não deve haver transferência de energia por calor se a temperatura não muda, como no caso de um processo isotérmico. Como a causa da variação de temperatura pode ser calor ou trabalho, a temperatura pode permanecer constante, mesmo que energia entre no gás por calor, o que só pode acontecer se a energia entrando no gás por calor sai por trabalho.

Um processo que ocorre com temperatura constante é chamado **processo isotérmico**, que pode ser estabelecido imergindo-se o cilindro da Figura Ativa 6.8 em

um banho de gelo-água ou colocando-o em contato com algum outro reservatório com temperatura constante. Um gráfico de  $P$  versus  $V$  em temperatura constante para um gás resulta em uma curva hiperbólica chamada *isoterma*. A energia interna de um gás ideal é uma função somente da temperatura. Portanto, em um processo isotérmico envolvendo um gás ideal,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ . Para um processo isotérmico, concluímos, a partir da Primeira Lei, que a transferência de energia  $Q$  deve ser igual à negativa do trabalho realizado sobre o gás, isto é,  $Q = -W$ . Qualquer energia que entra no sistema por calor é transferida para fora do sistema por trabalho; como resultado, não ocorre nenhuma variação na energia interna do sistema em um processo isotérmico.

**Teste Rápido 6.3** Nas últimas três colunas da tabela seguinte, complete os espaços com os sinais corretos (–, + ou 0) para  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta E_{\text{int}}$ . Para cada situação, o sistema a ser considerado é identificado.

| Situação                                                  | Sistema                      | $Q$ | $W$ | $\Delta E_{\text{int}}$ |
|-----------------------------------------------------------|------------------------------|-----|-----|-------------------------|
| (a) Bombear rapidamente um pneu de bicicleta              | Ar na bomba                  |     |     |                         |
| (b) Panela de água à temperatura ambiente em fogão quente | Água na panela               |     |     |                         |
| (c) Ar vazando rapidamente de um balão                    | Ar originalmente em um balão |     |     |                         |

## Expansão isotérmica de um gás ideal

Suponha que um gás ideal possa se expandir quase estaticamente à temperatura constante. Esse processo é descrito pelo diagrama  $PV$  mostrado na Figura 6.9. A curva é uma hipérbole (ver Apêndice B, Equação B.23), e a Lei dos Gases Ideais (Equação 5.8 do Volume 1 desta coleção) com  $T$  constante indica que a equação dessa curva é  $PV = nRT = \text{constante}$ .

Vamos calcular o trabalho realizado sobre o gás na expansão do estado  $i$  para o  $f$ . O trabalho realizado sobre o gás é dado pela Equação 6.9. Como o gás é ideal e o processo quase estático, a Lei dos Gases Ideais é válida para cada ponto do caminho. Consequentemente:

$$W = -\int_{V_i}^{V_f} P dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV$$

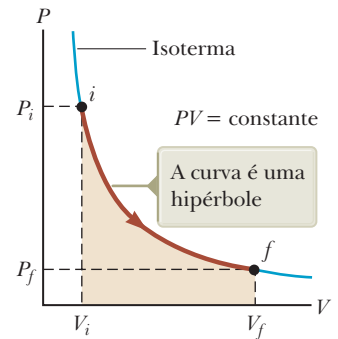
Como  $T$  é constante nesse caso, pode ser removido da integral junto com  $n$  e  $R$ :

$$W = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT \ln V \Big|_{V_i}^{V_f}$$

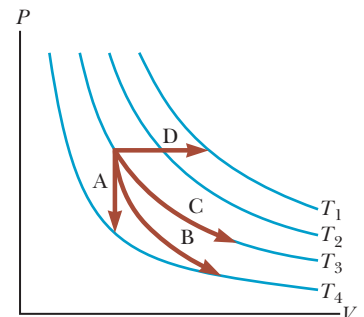
Para avaliar a integral, usamos  $\int (dx/x) = \ln x$ . (Ver Apêndice B) Avaliando o resultado nos volumes inicial e final, temos:

$$W = nRT \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right) \quad (6.14)$$

Numericamente, esse trabalho  $W$  é igual à negativa da área sombreada sob a curva  $PV$  mostrada na Figura 6.9. Como o gás se expande,  $V_f > V_i$ , e o valor para o trabalho realizado sobre o gás é negativo, como esperávamos. Se o gás é comprimido, então  $V_f < V_i$ , e o trabalho realizado sobre o gás é positivo.



**Figura 6.9** Diagrama  $PV$  para uma expansão isotérmica de um gás ideal do estado inicial para o final.



**Figura 6.10** (Teste Rápido 6.4) Identifique a natureza dos caminhos A, B, C e D.

**Teste Rápido 6.4** Caracterize os caminhos na Figura 6.10 como isobárico, isovolumétrico, isotérmico ou adiabático. Para o caminho B,  $Q = 0$ . As curvas azuis são isotermas.

## Exemplo 6.5

### Uma expansão isotérmica

Uma amostra de gás ideal de 1,0 mol é mantida a 0,0 °C durante uma expansão de 3,0 L para 10,0 L.

**(A)** Quanto trabalho é realizado sobre o gás durante a expansão?

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Faça o processo mentalmente: o cilindro na Figura Ativa 6.8 é imerso em um banho de gelo-água, e o pistão se move para fora, de modo que o volume do gás aumenta. Você também pode usar a representação gráfica na Figura 6.9 para conceitualizar o processo.

*continua*

**6.5 cont.**

**Categorização** Vamos avaliar os parâmetros usando equações desenvolvidas nas seções anteriores; então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição. Como a temperatura do gás é fixa, o processo é isotérmico.

Substitua os valores dados na Equação 6.14:

$$\begin{aligned} W &= nRT \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right) \\ &= (1,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K}) \ln \left( \frac{3,0 \text{ L}}{10,0 \text{ L}} \right) \\ &= -2,7 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

**(B)** Quanta transferência de energia por calor ocorre entre o gás e seu entorno nesse processo?

**SOLUÇÃO**

Encontre o calor a partir da Primeira Lei:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} &= Q + W \\ 0 &= Q + W \\ Q &= -W = 2,7 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

**(C)** Se o gás volta a seu volume original por meio de um processo isobárico, quanto trabalho é realizado sobre o gás?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 6.12. A pressão não é dada; então, incorpore a Lei dos Gases Ideais:

$$\begin{aligned} W &= -P(V_f - V_i) = -\frac{nRT_i}{V_i}(V_f - V_i) \\ &= -\frac{(1,0 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})}{10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3} (3,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 10,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3) \\ &= 1,6 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

Usamos a temperatura e volume iniciais para calcular o trabalho realizado porque a temperatura final era desconhecida. O trabalho realizado sobre o gás é positivo porque o gás está sendo comprimido.

**Exemplo 6.6****Água fervente**

Suponha que 1,00 g de água vaporize isobaricamente à pressão atmosférica ( $1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ). Seu volume no estado líquido é  $V_i = V_{\text{líquido}} = 1,00 \text{ cm}^3$ , e seu volume no estado gasoso é  $V_f = V_{\text{vapor}} = 1.671 \text{ cm}^3$ . Encontre o trabalho realizado na expansão e a variação na energia interna do sistema. Despreze qualquer mistura do vapor com o ar ao redor; imagine que o vapor simplesmente empurra o ar ao redor para longe.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Note que a temperatura do sistema não muda. Uma variação de fase ocorre quando a água evapora para vapor.

**Categorização** Como a expansão ocorre com pressão constante, categorizamos o processo como isobárico. Usaremos as equações desenvolvidas em seções anteriores; então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Use a Equação 6.12 para encontrar o trabalho realizado sobre o sistema conforme o ar é empurrado para longe:

$$\begin{aligned} W &= -P(V_f - V_i) \\ &= -(1,013 \times 10^5 \text{ Pa})(1.671 \times 10^{-6} \text{ m}^3 - 1,00 \times 10^{-6} \text{ m}^3) \\ &= -169 \text{ J} \end{aligned}$$

Use a Equação 6.7 e o calor latente de vaporização para água a fim de encontrar a energia transferida para o sistema por calor:

$$\begin{aligned} Q &= L_v \Delta m_s = m_s L_v = (1,00 \times 10^{-3} \text{ kg})(2,26 \times 10^6 \text{ J/kg}) \\ &= 2.260 \text{ J} \end{aligned}$$

Use a Primeira Lei para encontrar a variação na energia interna do sistema:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W = 2.260 \text{ J} + (-169 \text{ J}) = 2,09 \text{ kJ}$$

O valor positivo para  $\Delta E_{\text{int}}$  indica que a energia interna do sistema aumenta. A maior fração da energia ( $2.090 \text{ J} / 2.260 \text{ J} = 93\%$ ) transferida para o líquido vai para aumentar a energia interna do sistema. Os 7% restantes da energia transferida saem do sistema por trabalho realizado pelo vapor na atmosfera ao redor.



**Exemplo 6.7****Aquecendo um sólido**

Uma barra de cobre de 1,0 kg é aquecida à pressão atmosférica de modo que sua temperatura aumenta de 20 °C para 50 °C.

**(A)** Qual é o trabalho realizado sobre a barra de cobre pela atmosfera no entorno?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Este exemplo envolve um sólido, enquanto os dois anteriores envolviam líquidos e gases. Para um sólido, a variação em volume devido à expansão térmica é muito pequena.

**Categorização** Como a expansão ocorre à pressão atmosférica constante, categorizamos o processo como isobárico.

**Análise** Encontre o trabalho realizado sobre a barra de cobre usando a Equação 6.12:

$$W = -P\Delta V$$

Expresse a variação no volume usando a Equação 5.6 e  $\beta = 3\alpha$ :

$$W = -P(\beta V_i \Delta T) = -P(3\alpha V_i \Delta T) = -3\alpha P V_i \Delta T$$

Substitua para o volume em termos da massa e densidade do cobre:

$$W = -3\alpha P \left( \frac{m}{\rho} \right) \Delta T$$

$$\begin{aligned} \text{Substitua os valores numéricos:} \quad W &= -3[1,7 \times 10^{-5} (\text{°C})^{-1}](1,013 \times 10^5 \text{ N/m}^2) \left( \frac{1,0 \text{ kg}}{8,92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} \right) (50 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) \\ &= -1,7 \times 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

Como esse trabalho é negativo, trabalho é realizado *pela* barra de cobre sobre a atmosfera.

**(B)** Qual valor da energia é transferido para a barra de cobre por calor?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 6.4 e o calor específico do cobre da Tabela 6.1:

$$\begin{aligned} Q &= mc\Delta T = (1,0 \text{ kg})(387 \text{ J/kg} \cdot \text{°C})(50 \text{ °C} - 20 \text{ °C}) \\ &= 1,2 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

**(C)** Qual é o aumento na energia interna da barra de cobre?

**SOLUÇÃO**

Use a Primeira Lei da Termodinâmica:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}} &= Q + W = 1,2 \times 10^4 \text{ J} + (-1,7 \times 10^{-2} \text{ J}) \\ &= 1,2 \times 10^4 \text{ J} \end{aligned}$$

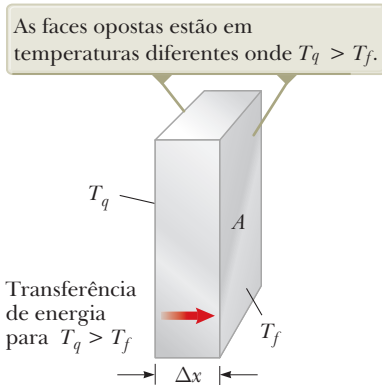
**Finalização** Quase toda a energia transferida para o sistema por calor vai para aumentar a energia interna da barra de cobre. A fração de energia usada para realizar trabalho na atmosfera ao redor é de apenas  $10^{-6}$ . Portanto, quando a expansão térmica de um sólido ou líquido é analisada, a pequena quantidade de trabalho realizado sobre ou pelo sistema é geralmente desprezada.

## 6.7 Mecanismos de transferência de energia em processos térmicos

No Capítulo 8 do Volume 1 desta coleção, apresentamos uma abordagem global para a análise de energia de processos físicos pela Equação 8.1 do mesmo Volume,  $\Delta E_{\text{sistema}} = \sum T$ , onde  $T$  representa a transferência de energia, que pode ocorrer por vários mecanismos. Anteriormente, neste capítulo, discutimos dois dos termos no lado direito dessa equação, trabalho  $W$  e calor  $Q$ . Nesta seção, exploraremos mais detalhes sobre o calor como um meio de transferência de energia e dois outros métodos de transferência de energia frequentemente relacionados a variações de temperatura: convecção (uma forma de transferência de matéria  $T_{\text{TM}}$ ) e radiação eletromagnética  $T_{\text{RE}}$ .

### Condução térmica

O processo de transferência de energia por calor ( $Q$  na Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção) também pode ser chamado **condução** ou **condução térmica**. Neste, a transferência pode ser representada em uma escala atômica como uma troca de energia cinética entre partículas microscópicas – moléculas, átomos e elétrons livres –, em que partículas



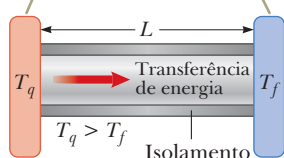
**Figura 6.11** Transferência de energia através de uma placa condutora com área transversal  $A$  e espessura  $\Delta x$ .

**TABELA 6.3**

*Condutividade térmica*

| Substância                              | Condutividade térmica (W/m · °C) |
|-----------------------------------------|----------------------------------|
| <i>Metais (a 25 °C)</i>                 |                                  |
| Alumínio                                | 238                              |
| Cobre                                   | 397                              |
| Ouro                                    | 314                              |
| Ferro                                   | 79,5                             |
| Chumbo                                  | 34,7                             |
| Prata                                   | 427                              |
| <i>Não metais (valores aproximados)</i> |                                  |
| Amianto                                 | 0,08                             |
| Concreto                                | 0,8                              |
| Diamante                                | 2.300                            |
| Vidro                                   | 0,8                              |
| Gelo                                    | 2                                |
| Borracha                                | 0,2                              |
| Água                                    | 0,6                              |
| Madeira                                 | 0,08                             |
| <i>Gases (a 20 °C)</i>                  |                                  |
| Ar                                      | 0,0234                           |
| Hélio                                   | 0,138                            |
| Hidrogênio                              | 0,172                            |
| Nitrogênio                              | 0,0234                           |
| Oxigênio                                | 0,0238                           |

As extremidades opostas da barra estão em contato térmico com reservatórios de energia a temperaturas diferentes.



**Figura 6.12** Condução de energia por uma barra uniforme, isolada, de comprimento  $L$ .

menos energéticas ganham energia em colisões com outras mais energéticas. Por exemplo, se você segurar uma extremidade de uma barra de metal longa e inserir a outra em uma chama, notará que a temperatura do metal em sua mão logo aumenta. A energia chega a sua mão por meio da condução. Inicialmente, antes que a barra seja inserida na chama, as partículas microscópicas no metal estão vibrando em suas posições de equilíbrio. Conforme a chama eleva a temperatura da barra, as partículas perto da chama começam a vibrar com amplitudes cada vez maiores. Essas partículas, por sua vez, colidem com seus vizinhos e transferem parte de sua energia nas colisões. Lentamente, as amplitudes de vibração de átomos e elétrons de metal mais e mais distantes da chama aumentam até que, eventualmente, aqueles no metal em sua mão são afetados. Essa vibração maior é detectada por um aumento na temperatura do metal e por sua mão, potencialmente queimada.

A taxa de condução térmica depende das propriedades da substância sendo aquecida. Por exemplo, é possível segurar um pedaço de amianto em uma chama indefinidamente, o que implica que muito pouca energia é conduzida pelo amianto. Em geral, metais são bons condutores térmicos, e materiais como amianto, cortiça, papel e fibra de vidro não o são. Gases também são maus condutores, porque a distância de separação entre as partículas é muito grande. Metais são bons condutores térmicos porque contêm grandes números de elétrons que estão relativamente livres para se mover pelo metal e, assim, podem transportar energia por grandes distâncias. Portanto, em um bom condutor como o cobre, a condução ocorre por meio tanto da vibração de átomos como do movimento de elétrons livres.

A condução ocorre somente se há uma diferença de temperatura entre duas partes do meio condutor. Considere uma placa de material de espessura  $\Delta x$  e área transversal  $A$ . Uma face da placa está a uma temperatura  $T_f$ , e a outra está a uma temperatura  $T_q > T_f$  (Figura 6.11). Experimentalmente, vê-se que a transferência de energia  $Q$  em um intervalo de tempo  $\Delta T$  acontece da face mais quente para a mais fria. A taxa  $P = Q/\Delta t$  na qual essa transferência de energia ocorre é proporcional à área transversal e à diferença de temperatura  $\Delta T = T_q - T_f$ , e inversamente proporcional à espessura:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Note que  $P$  tem unidades de watts quando  $Q$  é dado em joules, e  $\Delta T$  é dado em segundos. Isso não surpreende, porque  $P$  é potência, a taxa de transferência de energia por calor. Para uma placa de espessura infinitesimal  $dx$  e diferença de temperatura  $dT$ , podemos escrever a **Lei de Condução Térmica** como:

$$P = kA \left| \frac{dT}{dx} \right| \quad (6.15)$$

onde a constante de proporcionalidade  $k$  é a **condutividade térmica** do material e  $|dT/dx|$  é o **gradiente de temperatura** (a taxa na qual a temperatura varia com a posição).

Substâncias que são bons condutores térmicos têm grandes valores de condutividade térmica, enquanto bons isolantes térmicos têm esses valores baixos. A Tabela 6.3 lista as condutividades térmicas para várias substâncias. Note que, em geral, os metais são melhores condutores térmicos que os não metais.

Suponha que uma barra longa, uniforme, de comprimento  $L$ , esteja termicamente isolada, de modo que a energia não consegue escapar de sua superfície por calor, exceto nas extremidades, como mostrado na Figura 6.12. Uma extremidade está em contato térmico com um reservatório de energia à temperatura  $T_f$ , e a outra com um reservatório à temperatura  $T_q > T_f$ . Quando um estado estável é alcançado,

a temperatura em cada ponto ao longo da barra é constante no tempo. Nesse caso, se supusermos que  $k$  não é uma função da temperatura, o gradiente de temperatura é o mesmo em todos os lugares ao longo da barra, e é:

$$\left| \frac{dT}{dx} \right| = \frac{T_q - T_f}{L}$$

Então, a taxa de transferência de energia por condução pela barra é:

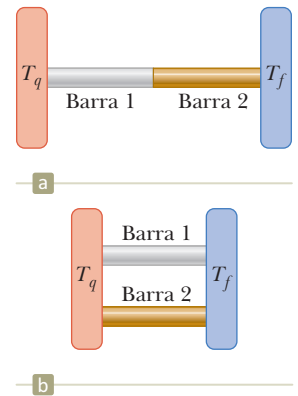
$$P = kA \left( \frac{T_q - T_f}{L} \right) \quad (6.16)$$

Para uma barra composta contendo diversos materiais de espessuras  $L_1, L_2, \dots$  e condutividades térmicas  $k_1, k_2, \dots$ , a taxa de transferência de energia pela barra no estado estável é:

$$P = \frac{A(T_q - T_f)}{\sum_i (L_i/k_i)} \quad (6.17)$$

onde  $T_q$  e  $T_f$  são as temperaturas das superfícies externas (que são mantidas constantes) e a somatória é de todas as placas. O Exemplo 6.8 mostra como a Equação 6.17 resulta de uma consideração de duas espessuras de materiais.

**Teste Rápido 6.5** Você tem duas barras de mesmos comprimento e diâmetro, mas formadas de materiais diferentes. As barras são usadas para conectar duas regiões com temperaturas diferentes, de modo que a energia se transfere pelas barras por calor. Elas podem ser conectadas em série, como na Figura 6.13a, ou em paralelo, como na 6.13b. Em que caso a taxa de transferência de energia por calor é maior? (a) Quando as barras estão em série. (b) Quando as barras estão em paralelo. (c) A taxa é a mesma nos dois casos.



**Figura 6.13** (Teste Rápido 6.5) Em que caso a taxa de transferência de energia é maior?

### Exemplo 6.8

### Transferência de energia por duas barras

Duas barras de espessura  $L_1$  e  $L_2$  e condutividades térmicas  $k_1$  e  $k_2$  estão em contato térmico uma com a outra, como mostrado na Figura 6.14. As temperaturas de suas superfícies externas são  $T_f$  e  $T_q$ , respectivamente, e  $T_q > T_f$ . Determine a temperatura na interface e a taxa de transferência de energia por condução por uma área  $A$  das barras na condição de estado estável.

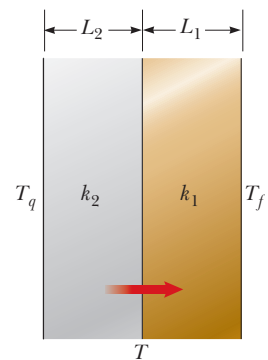
#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Note o complemento “na condição de estado estável”. Nós o interpretamos como significando que a energia se transfere pela barra composta à mesma taxa em todos os pontos. De outro modo, a energia seria armazenada ou desapareceria em algum ponto. Além disso, a temperatura varia com a posição nas duas barras, possivelmente com taxas diferentes em cada parte da barra composta. Quando o sistema está em estado estável, a interface está em alguma temperatura fixa  $T$ .

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um problema de condução térmica e impomos a condição de que a potência é a mesma nas duas barras de material.

**Análise** Use a Equação 6.16 para expressar a taxa com a qual a energia é transferida por uma área  $A$  da barra 1:

$$(1) \quad P_1 = k_1 A \left( \frac{T - T_f}{L_1} \right)$$



**Figura 6.14** (Exemplo 6.8) Transferência de energia por condução por duas barras em contato térmico uma com a outra. No estado estável, a taxa de transferência de energia pela barra 1 é igual à taxa de transferência de energia pela barra 2.

continua

**6.8 cont.**

Expresse a taxa na qual a energia é transferida através da mesma área da barra 2:

$$(2) P_2 = k_2 A \left( \frac{T_q - T}{L_2} \right)$$

Estabeleça essas duas taxas como iguais para representar a situação de estado estável:

$$k_1 A \left( \frac{T - T_f}{L_1} \right) = k_2 A \left( \frac{T_q - T}{L_2} \right)$$

Resolva para  $T$ :

$$(3) T = \frac{k_1 L_2 T_f + k_2 L_1 T_q}{k_1 L_2 + k_2 L_1}$$

Substitua a Equação (3) na (1) ou na (2):

$$(4) P = \frac{A(T_q - T_f)}{(L_1/k_1) + (L_2/k_2)}$$

**Finalização** A extensão desse procedimento para diversas barras de materiais leva à Equação 6.17.

**E SE?** Suponha que você esteja construindo um recipiente isolado, com duas camadas de isolamento, e a taxa de transferência de energia determinada pela Equação (4) seja muito alta. Você tem espaço suficiente para aumentar a espessura de uma das duas camadas em 20%. Como decidiria qual camada escolher?

**Resposta** Para diminuir a potência ao máximo possível, você deve aumentar o denominador na Equação (4) o máximo possível. Seja qual for a espessura que escolha aumentar,  $L_1$  ou  $L_2$ , você aumenta o termo correspondente  $L/k$  no denominador por 20%. Para que essa variação de porcentagem represente a maior alteração absoluta, tome 20% do maior termo. Portanto, você deveria aumentar a espessura da camada que tem o maior valor de  $L/k$ .

## Isolamento doméstico

Na aplicação de Engenharia, o termo  $L/k$  para uma substância específica é chamado **valor  $R$**  do material. Então, a Equação 6.17 é reduzida para:

$$P = \frac{A(T_q - T_f)}{\sum_i R_i} \quad (6.18)$$

onde  $R_i = L_i/k_i$ . Os valores  $R$  para alguns materiais de construção comuns são dados na Tabela 6.4. Nos Estados Unidos, as propriedades isoladoras de materiais usados na construção em geral são expressos em unidades comuns do país, não em unidades do Sistema Internacional (SI). Portanto, na Tabela 6.4, os valores  $R$  são dados como uma combinação de unidades térmicas britânicas: pés, horas e graus Fahrenheit.

**TABELA 6.4** Valores  $R$  para alguns materiais de construção comuns

| Material                                         | Valor $R$ (pés <sup>2</sup> · °F · h/Btu) |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Tapume de madeira (1 pol espessura)              | 0,91                                      |
| Telhas de madeira (sobrepostas)                  | 0,87                                      |
| Tijolo (4 pol espessura)                         | 4,00                                      |
| Bloco de concreto (centros preenchidos)          | 1,93                                      |
| Isolamento de fibra de vidro (3,5 pol espessura) | 10,90                                     |
| Isolamento de fibra de vidro (6 pol espessura)   | 18,80                                     |
| Placa de fibra de vidro (1 pol espessura)        | 4,35                                      |
| Fibra de celulose (1 pol espessura)              | 3,70                                      |
| Vidro plano (0,125 pol espessura)                | 0,89                                      |
| Vidro isolador (0,25 pol espaço)                 | 1,54                                      |
| Espaço de ar (3,5 pol espessura)                 | 1,01                                      |
| Camada de ar estagnado                           | 0,17                                      |
| Placa de reboco/Drywall (0,5 pol espessura)      | 0,45                                      |
| Revestimento (0,5 pol espessura)                 | 1,32                                      |

Em qualquer superfície vertical aberta ao ar, uma camada muito fina de ar estagnado adere à superfície. Devemos considerá-la quando determinamos o valor  $R$  para uma parede. A espessura dessa camada estagnada em uma parede externa depende da velocidade do vento. A transferência de energia pelas paredes de uma casa em um dia de vento é maior que quando o ar está calmo. Um valor  $R$  representativo para essa camada estagnada é dado na Tabela 6.4.

### Exemplo 6.9

### O valor $R$ de uma parede típica

Calcule o valor  $R$  total para uma parede construída como mostrado na Figura 6.15a. Começando de fora da casa (na direção da frente na figura) e indo para dentro, a parede consiste de 4 pol de tijolos, 0,5 pol de revestimento, um espaço de ar com espessura de 3,5 pol e 0,5 pol de reboco.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Use a Figura 6.15 para ajudar a conceitualizar a estrutura da parede. Não se esqueça das camadas de ar estagnado dentro e fora da casa.

**Categorização** Usaremos as equações específicas desenvolvidas nesta seção sobre isolamento doméstico; então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Use a Tabela 6.4 para encontrar o valor  $R$  de cada camada:

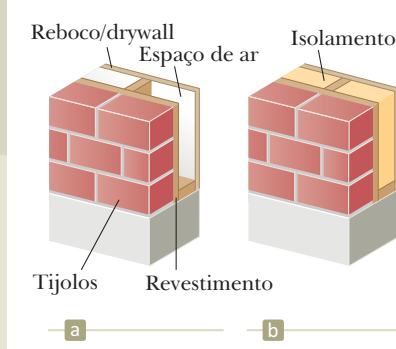
$$\begin{aligned} R_1 (\text{camada externa de ar estagnado}) &= 0,17 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \\ R_2 (\text{tijolo}) &= 4,00 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \\ R_3 (\text{revestimento}) &= 1,32 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \\ R_4 (\text{espaço de ar}) &= 1,01 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \\ R_5 (\text{reboco/drywall}) &= 0,45 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \\ R_6 (\text{camada interna de ar estagnado}) &= 0,17 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} \end{aligned}$$

Some os valores  $R$  para obter o valor  $R$  total para a parede:

$$R_{\text{total}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 7,12 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$$

**E SE?** Suponha que não esteja feliz com esse valor  $R$  total para a parede. Você não pode mudar a estrutura geral, mas pode preencher o espaço de ar, como na Figura 6.15b. Para *maximizar* o valor  $R$  total, que material você deveria escolher para preencher o espaço do ar?

**Resposta** Olhando a Tabela 6.4, vemos que 3,5 pol de isolamento de fibra de vidro é dez vezes mais eficaz que 3,5 pol de ar. Então, deveríamos preencher o espaço de ar com isolamento de fibra de vidro. O resultado é que adicionamos  $10,90 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$  de valor  $R$ , e perdemos  $1,01 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$  devido ao espaço de ar que substituímos. O novo valor  $R$  total é igual a  $7,12 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} + 9,89 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu} = 17,01 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$ .



**Figura 6.15**

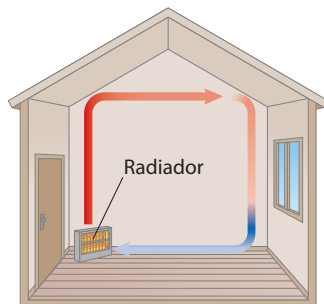
(Exemplo 6.9) A parede externa de uma casa contendo (a) um espaço de ar e (b) isolamento.

## Convecção

Em um momento ou outro, você provavelmente já aqueceu suas mãos mantendo-as sobre uma chama. Nessa situação, o ar diretamente acima da chama é aquecido e se expande. Como resultado, a densidade desse ar diminui, e o ar sobe. Esse ar quente aquece suas mãos à medida que passa por elas. Diz-se que energia transferida pelo movimento de uma substância quente é transferida por **convecção**, que é uma forma de transferência de matéria,  $T_{\text{TM}}$  na Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Quando resulta de diferenças de densidade, como no caso do ar perto do fogo, o processo é chamado *convecção natural*. O fluxo de ar em uma praia é um exemplo de convecção natural, assim como a mistura que ocorre conforme a água da superfície de um lago esfria e afunda (ver Seção 5.4). Quando a substância aquecida é forçada a se mover por um ventilador ou bomba, como em alguns sistemas de aquecimento de ar e de água, o processo é chamado *convecção forçada*.

Se não fossem as correntes de convecção, seria muito difícil ferver água. Quando água é aquecida em uma chaleira, as camadas mais baixas são aquecidas primeiro. A água se expande e sobe para o topo porque sua densidade diminui. Ao mesmo tempo, a água fria, mais densa na superfície, vai para o fundo da chaleira e é aquecida.

O mesmo processo ocorre quando uma sala é aquecida por um radiador. Este, quente, aquece o ar nas regiões mais baixas da sala. O ar quente se expande e sobe para o teto por causa da sua densidade mais baixa. O ar mais denso e mais frio de cima vai para baixo, e o padrão da corrente contínua de ar mostrado na Figura 6.16 é estabelecido.



**Figura 6.16** Correntes de convecção são estabelecidas em uma sala aquecida por um radiador.

## Radiação

O terceiro meio de transferência de energia que discutiremos é **radiação térmica**,  $T_{RE}$  na Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Todos os corpos irradiam energia continuamente na forma de ondas eletromagnéticas (ver Capítulo 12 do Volume 3 desta coleção) produzidas por vibrações térmicas das moléculas. Você deve conhecer a radiação eletromagnética na forma do brilho alaranjado que sai da boca do fogão elétrico, um aquecedor elétrico ou as espirais de uma torradeira.

A taxa com a qual um corpo irradia energia é proporcional à quarta potência de sua temperatura absoluta. Conhecida com a **Lei de Stefan**, esse comportamento é expresso em forma de equação como:

**A Lei de Stefan** ►

$$P = \sigma A e T^4 \quad (6.19)$$

onde  $P$  é a potência em watts de ondas eletromagnéticas irradiadas da superfície do corpo;  $\sigma$ , uma constante igual a  $5,6696 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ ;  $A$ , a área da superfície do corpo em metros quadrados; e, a **emissividade**; e  $T$ , a temperatura da superfície em kelvins. O valor de  $e$  pode variar entre zero e um, dependendo das propriedades da superfície do corpo. A emissividade é igual à **absortividade**, que é a fração de radiação absorvida pela superfície. Um espelho tem absortividade muito baixa, porque reflete quase toda a luz incidente. Portanto, sua superfície também tem emissividade muito baixa. No outro extremo, uma superfície negra tem alta absortividade e alta emissividade. **Absorvente ideal** é definido como um corpo que absorve toda a energia incidente sobre ele e, para tal corpo,  $e = 1$ , frequentemente chamado **corpo negro**. Investigaremos abordagens experimentais e teóricas para a radiação de um corpo negro no Capítulo 6 do Volume 4 desta coleção.

A cada segundo, aproximadamente 1.370 J de radiação eletromagnética do Sol passa perpendicularmente por cada  $1 \text{ m}^2$  no topo da atmosfera da Terra. Essa radiação é primariamente luz visível e infravermelha, acompanhada por uma quantidade significativa de radiação ultravioleta. Estudaremos esses tipos de radiação em detalhe no Capítulo 12 do Volume 3 desta coleção. Energia suficiente chega à superfície da Terra todos os dias para suprir nossas necessidades energéticas várias centenas de vezes; quem dera pudesse ao menos ser capturada e usada eficientemente. O aumento no número de casas construídas com alimentação por energia solar nos Estados Unidos e no Brasil reflete os esforços para usar essa energia abundante.

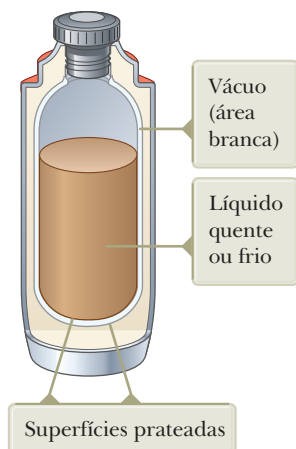
O que acontece com a temperatura atmosférica à noite é outro exemplo dos efeitos da transferência de energia por radiação. Se existem nuvens sobre a Terra, o vapor de água nelas absorve parte da radiação infravermelha emitida pela Terra e, depois, a re-emite de volta para a superfície. Consequentemente, os níveis da temperatura na superfície permanecem moderados. Na ausência dessa cobertura de nuvens, há menos maneiras de prevenir que essa radiação escape para o espaço; então, a temperatura diminui mais em uma noite clara que em uma nublada.

Enquanto um corpo irradia energia a uma taxa dada pela Equação 6.19, ele também absorve radiação eletromagnética do entorno, que consiste em outros corpos que irradiam energia. Se esse último processo não ocorresse, um corpo eventualmente irradiaria toda sua energia e sua temperatura chegaria ao zero absoluto. Se um corpo está a uma temperatura  $T$  e seu entorno à temperatura média  $T_0$ , a taxa resultante de energia ganha ou perdida pelo corpo como um resultado da radiação é:

$$P_{\text{liq}} = \sigma A e (T^4 - T_0^4) \quad (6.20)$$

Quando um corpo está em equilíbrio com seu entorno, irradia e absorve energia à mesma taxa, e sua temperatura permanece constante. Quando está mais quente que seu entorno, irradia mais energia que absorve, e sua temperatura diminui.

## O frasco de Dewar



**Figura 6.17** Uma vista transversal do frasco Dewar, usado para armazenar substâncias quentes ou frias.

*Frasco de Dewar*<sup>6</sup> é um recipiente desenhado para minimizar as transferências de energia por condução, convecção e radiação e usado para armazenar líquidos frios ou quentes por longos períodos de tempo. (Uma garrafa isolada, como do tipo térmica, é um equivalente doméstico comum desse frasco.) A construção padrão (Figura 6.17) consiste em um vasilhame com camada dupla de vidro Pyrex e paredes prateadas. O espaço entre as paredes é evacuado para minimizar a transferência de energia por condução e convecção. As superfícies prateadas minimizam a transferência de energia por radiação porque a prata é um bom refletor e tem baixa emissividade. Maior redução de perda de energia é obtida reduzindo-se o tamanho do gargalo. Frascos de Dewar são comumente utilizados para armazenar nitrogênio (ponto de ebulição 77 K) e oxigênio líquidos (ponto de ebulição 90 K).

<sup>6</sup> Inventado por Sir James Dewar (1842-1923).



Para confinar hélio líquido (ponto de ebulição 4,2 K), que tem calor de vaporização muito baixo, é necessário usar um sistema Dewar duplo, no qual o frasco de Dewar contendo o líquido é envolto por um segundo frasco de Dewar. O espaço entre os dois é preenchido com nitrogênio líquido.

Desenhos mais novos de recipientes de armazenamento usam “superisolamento”, que consiste em muitas camadas de material refletor separados por fibra de vidro. Todo esse material está em um vácuo, e não é necessário nitrogênio líquido para esse desenho.

## Resumo

### Definições

**Energia interna** é toda a energia de um sistema associada a seus componentes microscópicos, e inclui a energia cinética do movimento translacional, rotacional e vibracional aleatório de moléculas; energia potencial vibracional associada dentro de moléculas e energia potencial entre moléculas.

**Calor** é a transferência de energia através do limite de um sistema, resultante de uma diferença de temperatura entre o sistema e seu entorno. O símbolo  $Q$  representa a quantidade de energia transferida por esse processo.

Uma **caloria** é a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura de 1 g de água de 14,5 °C para 15,5 °C.

A **capacidade térmica**  $C$  de qualquer amostra é a quantidade de energia necessária para elevar a temperatura da amostra por 1 °C.

O **calor específico**  $c$  de uma substância é a capacidade térmica por unidade de massa:

$$c \equiv \frac{Q}{m \Delta T} \quad (6.3)$$

O **calor latente** de uma substância é definido como a proporção entre a entrada de energia para uma substância e a variação de massa do material de fase mais alta:

$$L \equiv \frac{Q}{\Delta m} \quad (6.6)$$

### Conceitos e Princípios

A energia  $Q$  necessária para mudar a temperatura de uma massa  $m$  de determinada substância por uma quantidade  $\Delta T$  é:

$$Q = mc \Delta T \quad (6.4)$$

onde  $c$  é o calor específico da substância.

A energia necessária para mudar a fase de uma substância pura é:

$$Q = L \Delta m \quad (6.7)$$

onde  $L$  é o calor latente da substância, que depende da natureza da mudança de fase e da substância, e  $\Delta m$  é a variação na massa do material de fase mais alta.

O **trabalho** realizado sobre um gás conforme seu volume muda de um valor inicial  $V_i$  para algum valor final  $V_f$  é:

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad (6.9)$$

onde  $P$  é a pressão do gás, que pode variar durante o processo. Para avaliar  $W$ , o processo deve ser totalmente especificado, isto é,  $P$  e  $V$  devem ser conhecidos durante cada etapa. O trabalho realizado depende do caminho percorrido entre o estado inicial e o final.

A **Primeira Lei da Termodinâmica** diz que quando um sistema passa por uma mudança de um estado para outro, a variação em sua energia interna é:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W \quad (6.10)$$

onde  $Q$  é a energia transferida para o sistema por calor e  $W$  é o trabalho realizado sobre o sistema. Embora  $Q$  e  $W$  dependam do caminho percorrido do estado inicial para o final, a quantidade  $\Delta E_{\text{int}}$  não depende do caminho.

Em um **processo cíclico** (que origina e termina no mesmo estado),  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  e, então,  $Q = -W$ . Ou seja, a energia transferida para o sistema por calor é igual à negativa do trabalho realizado sobre o sistema durante o processo.

Em um **processo adiabático**, não há transferência de energia por calor entre o sistema e seu entorno ( $Q = 0$ ). Nesse caso, a Primeira Lei resulta  $\Delta E_{\text{int}} = W$ . Na **expansão adiabática livre** de um gás,  $Q = 0$  e  $W = 0$ , então  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ . Isto é, a energia interna do gás não muda em tal processo.

**Processo isobárico** é aquele que ocorre com pressão constante. O trabalho realizado sobre um gás em tal processo é  $W = -P(V_f - V_i)$ .

**Processo isovolumétrico** é aquele que ocorre com volume constante. Não há trabalho realizado em tal processo, então  $\Delta E_{\text{int}} = Q$ .

**Processo isotérmico** é aquele que ocorre com temperatura constante. O trabalho realizado sobre um gás ideal durante um processo isotérmico é:

$$W = nRT \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right) \quad (6.14)$$

**Condução** pode ser vista como uma troca de energia cinética entre moléculas ou elétrons que colidem. A taxa de transferência de energia por condução através de uma barra de área  $A$  é:

$$P = kA \left| \frac{dT}{dx} \right| \quad (6.15)$$

onde  $k$  é a **condutividade térmica** do material do qual a barra é feita, e  $|dT/dx|$  é o **gradiente de temperatura**.

Na **convecção**, uma substância quente transfere energia de um lugar para outro.

Todos os corpos emitem **radiação térmica** na forma de ondas eletromagnéticas com a taxa de:

$$P = \sigma A e T^4 \quad (6.19)$$

## Perguntas Objetivas

- Quanto tempo levaria para um aquecedor de 1.000 W derreter 1,00 kg de gelo a  $-20,0^\circ\text{C}$ , supondo que toda energia do aquecedor é absorvida pelo gelo? (a) 4,18 s. (b) 41,8 s. (c) 5,55 min. (d) 6,25 min. (e) 38,4 min.
- Um pedaço de cobre de 100 g, inicialmente a  $95,0^\circ\text{C}$ , é jogado em 200 g de água contida em uma lata de alumínio de 280,0 g; a água e a lata estão inicialmente a  $15,0^\circ\text{C}$ . Qual é a temperatura final do sistema? (Os calores específicos do cobre e do alumínio são 0,092 e 0,215 cal/g  $\cdot^\circ\text{C}$ , respectivamente.) (a)  $16^\circ\text{C}$ . (b)  $18^\circ\text{C}$ . (c)  $24^\circ\text{C}$ . (d)  $26^\circ\text{C}$ . (e) Nenhuma das alternativas anteriores.
- Suponha que você esteja medindo o calor específico de uma amostra de metal originalmente quente usando um calorímetro contendo água. Como seu calorímetro não é perfeitamente isolante, pode haver transferência de energia por calor entre o conteúdo do calorímetro e a sala. Para obter o resultado mais preciso para o calor específico do metal, você deve usar água com que temperatura inicial? (a) Um pouco abaixo da temperatura ambiente. (b) A mesma que a temperatura ambiente. (c) Um pouco acima da temperatura ambiente. (d) A que você quiser, porque a temperatura inicial não faz diferença.
- Se um gás é comprimido isotermicamente, qual das seguintes afirmativas é verdadeira? (a) Há transferência de energia para o gás por calor. (b) Não há trabalho realizado sobre o gás. (c) A temperatura do gás aumenta. (d) A energia interna do gás permanece constante. (e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.
- A estrela A tem o dobro do raio e da temperatura absoluta de superfície da estrela B. A emissividade das duas pode ser considerada 1. Qual é a proporção da saída de potência da estrela A em relação àquela da B? (a) 4. (b) 8. (c) 16. (d) 32. (e) 64.
- Álcool etílico tem metade do calor específico da água. Suponha que quantidades iguais de energia sejam transferidas por calor para amostras de líquido de massa igual de álcool e água em recipientes isolados separados. A temperatura da água se eleva em  $25^\circ\text{C}$ . Qual será o aumento na temperatura do álcool? (a)  $12^\circ\text{C}$ . (b)  $25^\circ\text{C}$ . (c)  $50^\circ\text{C}$ . (d) Depende da taxa de transferência de energia. (e) A temperatura não aumentará.
- O calor específico da substância A é maior que o da substância B. Tanto A como B têm a mesma temperatura inicial quando quantidades iguais de energia são adicionadas a elas. Supondo que não ocorra derretimento nem vaporização, o que pode ser concluído a respeito da temperatura final  $T_A$  da substância A e da temperatura final  $T_B$  da substância B? (a)  $T_A > T_B$ . (b)  $T_A < T_B$ . (c)  $T_A = T_B$ . (d) É necessária mais informação.
- Se um gás passa por um processo isobárico, qual das afirmativas seguintes é verdadeira? (a) A temperatura do gás não muda. (b) Trabalho é realizado sobre ou pelo gás. (c) Não há transferência de energia por calor para ou do gás. (d) O volume do gás permanece o mesmo. (e) A pressão do gás diminui uniformemente.
- Quando um gás passa por uma expansão adiabática, qual das afirmativas a seguir é verdadeira? (a) A temperatura do gás não muda. (b) Não há trabalho realizado pelo gás. (c) Não há transferência de energia para o gás por calor. (d) A energia interna do gás não muda. (e) A pressão aumenta.
- Atizador é uma barra rija e não inflamável usada para empurrar lenha ardente em uma lareira. Para segurança e conforto durante o uso, o atizador deveria ser feito de um material com (a) alto calor específico e alta condutividade térmica, (b) baixo calor específico e baixa condutividade térmica, (c) baixo

calor específico e alta condutividade térmica ou (d) alto calor específico e baixa condutividade térmica?

11. Quanta energia é necessária para elevar a temperatura de 5,00 kg de chumbo de 20,0 °C até seu ponto de fusão de 327 °C? O calor específico do chumbo é 128 J/kg · °C. (a)  $4,04 \times 10^5$  J. (b)  $1,07 \times 10^5$  J. (c)  $8,15 \times 10^4$  J. (d)  $2,13 \times 10^4$  J. (e)  $1,96 \times 10^5$  J.
12. Uma quantidade de energia é acrescentada ao gelo, elevando sua temperatura de -10 °C para 25 °C. Uma quantidade de energia ainda maior é acrescentada à mesma massa de água, elevando sua temperatura de 15 °C para 20 °C. A partir desses resultados, o que você concluiria? (a) Superar o calor latente de fusão do gelo exige uma entrada de energia. (b) O calor latente de fusão do gelo fornece alguma energia ao sistema. (c) O calor específico do gelo é menor que o da água. (d) O calor específico do gelo é maior que o da água. (e) É necessária mais informação para chegar a qualquer conclusão.
13. Uma pessoa balança uma garrafa térmica selada contendo café quente por alguns minutos. (i) Qual é a varia-

ção na temperatura do café? (a) Uma grande diminuição. (b) Uma leve diminuição. (c) Nenhuma variação. (d) Um leve aumento. (e) Um grande aumento. (ii) Qual é a variação na energia interna do café? Escolha a partir das mesmas possibilidades.

14. Berílio tem aproximadamente metade do calor específico da água (H<sub>2</sub>O). Classifique as quantidades de energia necessárias para produzir as seguintes variações, da maior para a menor. Em sua classificação, note quaisquer casos de igualdade. (a) Elevar a temperatura de 1 kg de H<sub>2</sub>O de 20 °C para 26 °C. (b) Elevar a temperatura de 2 kg de H<sub>2</sub>O de 20 °C para 23 °C. (c) Elevar a temperatura de 2 kg de H<sub>2</sub>O de 1 °C para 4 °C. (d) Elevar a temperatura de 2 kg de berílio de -1 °C para 2 °C. (e) Elevar a temperatura de 2 kg de H<sub>2</sub>O de -1 °C para 2 °C.
15. Um gás ideal é comprimido à metade de seu volume inicial por meio de vários processos possíveis. Qual dos processos a seguir resulta em mais trabalho realizado sobre o gás? (a) Isotérmico. (b) Adiabático. (c) Isobárico. (d) O trabalho realizado é independente do processo.

## Perguntas Conceituais

1. O que está errado com a seguinte afirmação: “Dados quaisquer dois corpos, aquele com a maior temperatura contém mais calor”.
2. Em climas normalmente quentes que sofrem com o congelamento, plantadores de frutas aspergem as árvores frutíferas com água, esperando que uma camada de gelo se forme na fruta. Por que tal camada seria vantajosa?
3. Os pioneiros armazenavam frutas e vegetais em porões subterrâneos. No inverno, por que eles colocavam uma barreira de água aberta perto de seus produtos agrícolas?
4. É possível converter energia interna em energia mecânica? Explique com exemplos.
5. Usando a Primeira Lei da Termodinâmica, explique por que a energia *total* de um sistema isolado é sempre constante.
6. Por que uma pessoa consegue tirar um pedaço de folha seca de alumínio de um forno quente com seus dedos desprotegidos, mas sofreria queimaduras se houvesse umidade na folha?
7. Suponha que você sirva café quente a seus convidados, e um deles lhe peça creme no café, e deseja que sua bebida esteja o mais quente possível alguns minutos mais tarde, quando começar a beber. Para ter o café o mais quente possível, a pessoa deve adicionar o creme logo após o café ser servido ou imediatamente antes de beber? Explique.
8. Em 1801, Humphry Davy esfregou pedaços de gelo dentro de um depósito de gelo, garantindo que nada no ambiente estivesse a uma temperatura mais alta que a dos pedaços esfregados. Ele observou a produção de gotas de água líquida. Faça uma tabela listando este e outros experimentos ou processos que ilustram cada uma das situações a seguir. (a) Um sistema pode absorver energia por calor, aumen-

tando sua energia interna e sua temperatura. (b) Um sistema pode absorver energia por calor, aumentando sua energia interna sem aumentar a temperatura. (c) Um sistema pode absorver energia por calor sem aumentar sua temperatura ou sua energia interna. (d) Um sistema pode aumentar sua energia interna e temperatura sem absorver energia por calor. (e) Um sistema pode aumentar sua energia interna sem absorver energia por calor ou aumentar a temperatura.

9. É manhã de um dia que será quente. Você acaba de comprar bebidas para um piquenique e as está colocando, com gelo, em uma caixa no porta-malas de seu carro. (a) Você enrola um cobertor de lã ao redor da caixa. Fazer isso ajuda a manter as bebidas frias ou você espera que o cobertor de lã vá esquentar as bebidas? Explique sua resposta. (b) Sua irmã mais nova sugere que você a enrole em outro cobertor de lã para mantê-la fresca durante o dia quente, como fez com a caixa de gelo. Explique sua resposta para ela.
10. Acampando em um cânion em uma noite tranquila, um campista percebe que assim que o sol bate nos picos ao redor, uma brisa começa a soprar. O que causa a brisa?
11. Esfregue a palma de uma de suas mãos sobre uma superfície metálica por uns 30 segundos. Coloque a outra em uma porção da superfície que não foi esfregada e, depois, sobre a porção esfregada. A porção esfregada está mais quente. Agora, repita esse processo em uma superfície de madeira. Por que a diferença de temperatura entre as porções esfregadas e não esfregadas da superfície de madeira parece maior que na superfície de metal?
12. Você tem um par de luvas de forno de algodão, e precisa pegar uma panela muito quente de cima de seu fogão. Para pegar a panela com o maior conforto possível, você deve molhar as luvas em água fria ou mantê-las secas?

## Problemas

### ENHANCED

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

- 1. denota problema direto;
- 2. denota problema intermediário;
- 3. denota problema de desafio;
- 1. denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

### Seção 6.1 Calor e energia interna

1. Uma mulher de 55,0 kg trapaceia sua dieta e come um bolinho de geleia de 540 Calorias (540 kcal) no café da manhã. (a) Quantos joules de energia equivalem a um bolinho de geleia? (b) Quantos degraus a mulher deve subir em uma escadaria para mudar a energia potencial gravitacional do sistema mulher-Terra por um valor equivalente à energia do bolinho de geleia? Suponha que a altura de um único degrau seja de 15,0 cm. (c) Se o corpo humano só tem 25,0% de eficiência em converter energia potencial química em energia mecânica, quantos degraus a mulher deve subir para gastar seu café da manhã?

### Seção 6.2 Calor específico e calorimetria

2. A temperatura de uma barra de prata sobe 10,0 °C quando absorve 1,23 kJ de energia por calor. A massa da barra é 525 g. Determine o calor específico da prata a partir desses dados.
3. Que massa de água a 25,0 °C deve poder atingir equilíbrio térmico com um cubo de alumínio de 1,85 kg inicialmente a 150 °C para baixar a temperatura do alumínio para 65,0 °C? Suponha que a água transformada em vapor condense subsequentemente.
4. Considere o aparelho de Joule descrito na Figura 6.1. A massa de cada um dos dois blocos é 1,50 kg, e o tanque isolado é cheio com 200 g de água. Qual é o aumento na temperatura da água depois que os blocos caem por uma distância de 3,00 m?
5. Uma combinação de 0,250 kg de água a 20,0 °C, 0,400 kg de alumínio a 26,0 °C e 0,100 kg de cobre a 100 °C é misturada em um recipiente isolado e atinge o equilíbrio térmico. Ignore qualquer transferência de energia para ou do recipiente. Qual é a temperatura final da mistura?
6. A maior queda d'água do mundo é o Salto Angel Falls, na Venezuela. Sua queda individual mais longa tem altura de 807 m. Se a água no topo das quedas está a 15,0 °C, qual é a temperatura máxima da água no fundo das quedas? Suponha que toda a energia cinética da água quando ela atinge o fundo vai para elevar sua temperatura.
7. Em climas frios, inclusive no norte dos Estados Unidos, uma casa pode ser construída com janelas muito grandes na direção sul para aproveitar o aquecimento solar. A luz do sol durante o dia é absorvida pelo chão, paredes internas e objetos no cômodo, elevando sua temperatura para 38,0 °C. Se uma casa é bem isolada, você pode modelá-la como se perdesse energia por calor regularmente a uma taxa de 6.000 W em um dia de abril, quando a temperatura média exterior é 4 °C e o sistema de aquecimento convencional não é usado. Durante o período entre 17h00 e

07h00, a temperatura da casa cai, e uma “massa térmica” suficientemente grande é necessária para evitar que a temperatura caia demais. A massa térmica pode ser uma grande quantidade de pedras (com calor específico de 850 J/kg · °C) no chão e com as paredes internas expostas à luz do Sol. Que massa de pedra é necessária se a temperatura não deve cair para menos de 18,0 °C durante a noite?

8. **Q/C** Uma moeda de cobre de 3,00 g a 25,0 °C cai 50,0 m em direção ao chão. (a) Supondo que 60,0% da variação em energia potencial gravitacional do sistema moeda-Terra vão para aumentar a energia interna da moeda, determine a temperatura final da moeda. (b) **E se?** O resultado depende da massa da moeda? Explique.
9. **Q/C** Um calorímetro de alumínio com massa de 100 g contém 250 g de água. O calorímetro e a água estão em equilíbrio térmico a 10,0 °C. Dois blocos metálicos são colocados dentro da água. O primeiro é um pedaço de cobre de 50,0 g a 80,0 °C. O outro tem massa de 70,0 g e está originalmente a uma temperatura de 100 °C. Todo o sistema se estabiliza a uma temperatura final de 20,0 °C. (a) Determine o calor específico da amostra desconhecida. (b) Usando os dados na Tabela 6.1, você pode fazer uma identificação positiva desse material desconhecido? Você consegue identificar um possível material? (c) Explique suas respostas para a parte (b).
10. **Q/C** Uma furadeira elétrica com uma broca de aço de massa  $m = 27,0$  g e diâmetro 0,635 cm é usada para perfurar um bloco cúbico de aço de massa  $M = 240$  g. Suponha que o aço tenha as mesmas propriedades do ferro. O processo de corte pode ser modelado como ocorrendo em um ponto na circunferência da broca. Esse ponto se move em uma hélice com velocidade tangencial constante de 40,0 m/s e exerce uma força de módulo constante de 3,20 N sobre o bloco. Como mostrado na Figura P6.10, um sulco na broca conduz as lascas para o topo do bloco, onde formam uma pilha ao redor do buraco. A broca é ligada e perfura o bloco por um intervalo de tempo de 15,0 s. Vamos supor que esse intervalo de tempo seja longo o suficiente para que a condução dentro do aço leve tudo a uma temperatura uniforme. Além disso, suponha que corpos de aço perdem uma quantidade desprezível de energia por condução, convecção e radiação em seu ambiente. (a) Suponha que a broca corte três quartos do caminho através do bloco durante 15,0 s. Encontre a variação de temperatura de toda a quantidade de aço. (b) **E se?** Suponha agora que a broca esteja cega e só corte um oitavo do caminho através do bloco em 15,0 s. Identifique a variação de temperatura de toda a quantidade de aço nesse caso. (c) Que partes dos dados, se houver alguma, são desnecessárias para a solução? Explique.

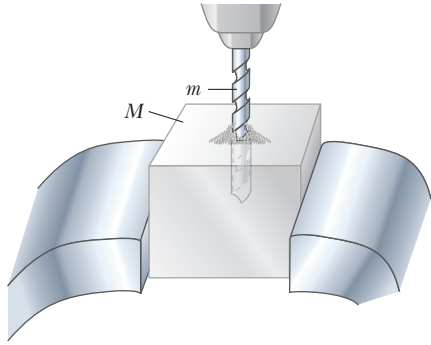


Figura P6.10

11. Uma ferradura de ferro de 1,50 kg inicialmente a 600 °C é colocada em um balde contendo 20,0 kg de água a 25,0 °C. Qual é a temperatura final do sistema água-ferradura? Despreze a capacidade térmica do recipiente e suponha que uma quantidade desprezível de água ferva e evapore.
12. Uma caneca de alumínio de massa 200 g contém 800 g de água em equilíbrio térmico a 80,0 °C. A combinação caneca-água é resfriada uniformemente de modo que a temperatura diminui 1,50 °C por minuto. Qual é a taxa de remoção de energia por calor? Expresse sua resposta em watts.
13. Dois vasilhames termicamente isolados são conectados por um tubo estreito ajustado com uma válvula inicialmente fechada, como mostrado na Figura P6.13. Um vasilhame de volume 16,8 L contém oxigênio a uma temperatura de 300 K e pressão de 1,75 atm. O outro, de volume 22,4 L, contém oxigênio a uma temperatura de 450 K e pressão de 2,25 atm. Quando a válvula é aberta, os gases nos dois vasilhames se misturam e a temperatura e a pressão ficam uniformes. (a) Qual é a temperatura final? (b) Qual é a pressão final?

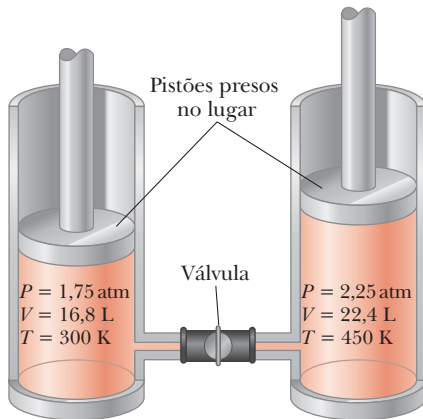


Figura P6.13

### Seção 6.3 Calor latente

14. Quanta energia é necessária para mudar um cubo de gelo de 40,0 g a -10,0 °C para vapor a 110 °C?
15. Um cubo de gelo de 75,0 g a 0 °C é colocado em 825 g de água a 25,0 °C. Qual é a temperatura final da mistura?
16. **Q/C** Um automóvel tem massa de 1.500 kg, e seus freios de alumínio têm massa total de 6,00 kg. (a) Suponha que a energia mecânica que se transforma em energia interna quando o carro para seja depositada nos freios e que não haja transferência de energia dos freios por calor. Os freios estão originalmente a 20,0 °C. Quantas vezes o carro pode

ser parado de 25,0 m/s antes que os freios comecem a derreter? (b) Identifique alguns efeitos ignorados na parte (a) que são importantes em uma avaliação mais realista sobre o aquecimento dos freios.

17. Em um vasilhame isolado, 250 g de gelo a 0 °C é acrescentado a 600 g de água a 18,0 °C. (a) Qual é a temperatura final do sistema? (b) Quanto gelo permanece quando o sistema alcança o equilíbrio?
18. Um bloco de cobre de 1,00 kg a 20,0 °C é colocado em um grande vasilhame de nitrogênio líquido a 77,3 K. Quantos quilogramas de nitrogênio fervem e evaporam até o momento em que o cobre atinge 77,3 K? (O calor específico do cobre é 0,0920 cal/g · °C, e o calor latente de vaporização do nitrogênio é 48,0 cal/g.)
19. Vapor a 100 °C é acrescentado a gelo a 0 °C. (a) Encontre a quantidade de gelo derretido e a temperatura final quando a massa de vapor é 10,0 g e a massa de gelo é 50,0 g. (b) **E se?** Repita para quando a massa de vapor for 1,00 g e a massa de gelo 50,0 g.
20. Uma bala de chumbo de 3,00 g a 30,0 °C é disparada a uma velocidade de 240 m/s em um grande bloco de gelo a 0 °C, onde fica incrustada. Que quantidade de gelo derrete?

### Seção 6.4 Trabalho e calor em processos termodinâmicos

21. Um gás ideal é contido em um cilindro com um pistão móvel no topo. O pistão tem massa de 8.000 g, área de 5,00 cm² e é livre para deslizar para cima e para baixo, mantendo a pressão do gás constante. Quanto trabalho é realizado sobre o gás conforme sua temperatura de 0,200 mol é elevada de 20,0 °C para 300 °C?
22. **S** Um gás ideal é contido em um cilindro com um pistão móvel no topo. O pistão tem massa  $m$ , área  $A$  e é livre para deslizar para cima e para baixo, mantendo a pressão do gás constante. Quanto trabalho é realizado sobre o gás conforme sua temperatura de  $n$  mol é elevada de  $T_1$  para  $T_2$ ?

23. Um gás ideal é conduzido por um processo quase estático descrito por  $P = \alpha V^2$ , com  $\alpha = 5,00 \text{ atm/m}^6$ , como mostrado na Figura P6.23. O gás é expandido para o dobro de seu volume original de 1,00 m³. Quanto trabalho é realizado sobre o gás em expansão nesse processo?

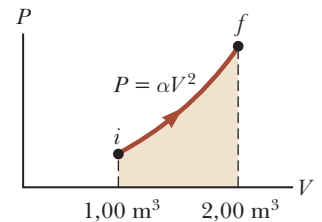


Figura P6.23

24. (a) Determine o trabalho realizado sobre um gás que se expande de  $i$  para  $f$ , como indicado na Figura P6.24. (b) **E se?** Quanto trabalho é realizado sobre o gás se ele é comprimido de  $f$  para  $i$  ao longo do mesmo caminho?

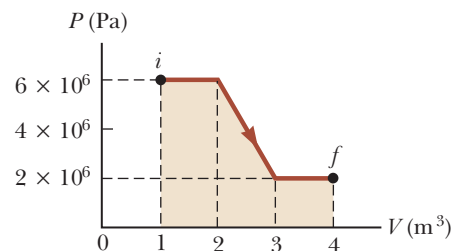


Figura P6.24



25. **Q C S** Um mol de um gás ideal é aquecido lentamente de modo que vai do estado  $PV$  ( $P_i, V_i$ ) para ( $3P_i, 3V_i$ ) de tal maneira que a pressão do gás é diretamente proporcional ao volume. (a) Quanto trabalho é realizado sobre o gás no processo? (b) Como a temperatura do gás é relacionada com seu volume durante esse processo?

### Seção 6.5 A Primeira Lei da Termodinâmica

26. Um gás é conduzido pelo processo cíclico descrito na Figura P6.26. (a) Encontre a energia total transferida para o sistema por calor durante um ciclo completo. (b) **E se?** Se o ciclo for invertido, ou seja, o processo segue o caminho  $ACBA$ , qual é a entrada total de energia pelo calor por ciclo?
27. Um sistema termodinâmico passa por um processo no qual sua energia interna diminui por 500 J. Durante o mesmo intervalo de tempo, 220 J de trabalho é realizado sobre o sistema. Encontre a energia transferida dele pelo calor.
28. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um gás ideal passa por um processo com os seguintes parâmetros:  $Q = 10,0$  J,  $W = 12,0$  J e  $\Delta T = -2,00$  °C.
29. Considere o processo cíclico descrito na Figura P6.26. Se  $Q$  é negativo para o processo  $BC$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  é negativo para o processo  $CA$ , quais são os sinais de  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  associados a um dos três processos?
30. Uma amostra de um gás ideal passa pelo processo mostrado na Figura P6.30. De  $A$  para  $B$ , o processo é adiabático; de  $B$  para  $C$ , é isobárico, com 100 kJ de energia entrando no sistema por calor; de  $C$  para  $D$ , é isotérmico; e de  $D$  para  $A$ , isobárico, com 150 kJ de energia saindo do sistema pelo calor. Determine a diferença em energia interna  $E_{\text{int},B} - E_{\text{int},A}$ .

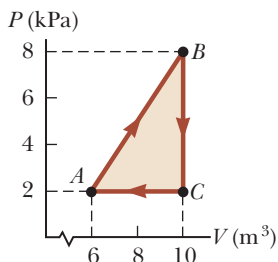


Figura P6.26  
Problemas 26 e 29.

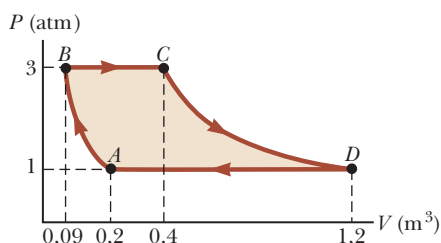


Figura P6.30

### Seção 6.6 Algumas aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica

31. **M** Uma amostra de 2,00 mols de gás hélio inicialmente a 300 K e 0,400 atm é comprimido isotermicamente para 1,20 atm. Notando que o hélio se comporta como um gás ideal, encontre (a) o volume final do gás, (b) o trabalho realizado sobre o gás e (c) a energia transferida por calor.
32. (a) Quanto trabalho é realizado sobre o vapor quando 1,00 mol de água a 100 °C ferve e se torna 1,00 mol de vapor a 100 °C a 1,00 atm de pressão? Suponha que o vapor se comporte com um gás ideal. (b) Determine a variação na energia interna do sistema da água e do vapor conforme a água vaporiza.

33. Um gás ideal inicialmente a 300 K passa por uma expansão isobárica a 2,50 kPa. Se o volume aumenta de 1,00 m³ para 3,00 m³ e 12,5 kJ são transferidos para o gás por calor, quais são (a) a variação em sua energia interna e (b) sua temperatura final?

34. Um mol de um gás ideal realiza 3.000 J de trabalho sobre seu entorno conforme se expande isotermicamente até uma pressão final de 1,00 atm e volume de 25,0 L. Determine (a) o volume inicial e (b) a temperatura do gás.

35. Um gás ideal inicialmente a  $P_i, V_i$  e  $T_i$  passa por um ciclo como mostrado na Figura P6.35. (a) Encontre o trabalho total realizado sobre o gás por ciclo para 1,00 mol de gás inicialmente a 0 °C. (b) Qual é a energia total acrescentada pelo calor ao gás por ciclo?

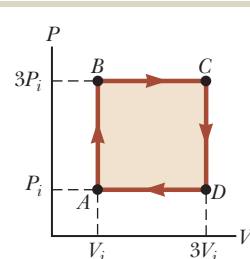


Figura P6.35  
Problemas 35 e 36.

36. **S** Um gás ideal inicialmente a  $P_i, V_i$  e  $T_i$  passa por um ciclo como mostrado na Figura P6.35. (a) Encontre o trabalho total realizado sobre o gás por ciclo. (b) Qual é a energia total acrescentada pelo calor ao sistema por ciclo?

37. Um bloco de alumínio de 1,00 kg é aquecido à pressão atmosférica de modo que sua temperatura aumenta de 22,0 °C para 40,0 °C. Encontre (a) o trabalho realizado sobre o alumínio, (b) a energia acrescentada a ele pelo calor e (c) a variação em sua energia interna.

38. Na Figura P6.38, a variação na energia interna de um gás que é levado de  $A$  para  $C$  ao longo do caminho azul é +800 J. O trabalho realizado sobre o gás ao longo do caminho vermelho  $ABC$  é -500 J. (a) Qual a quantidade de energia que deve ser adicionada ao sistema por calor enquanto ele vai de  $A$  até  $B$  para  $C$ ? (b) Se a pressão no ponto  $A$  é cinco vezes maior que aquela no ponto  $C$ , qual é o trabalho realizado sobre o sistema para ir de  $C$  para  $D$ ? (c) Qual é a troca de energia por calor com o entorno enquanto o gás vai de  $C$  para  $A$  ao longo do caminho verde? (d) Se a variação na energia interna para ir do ponto  $D$  ao ponto  $A$  é +500 J, qual é o valor da energia que deve ser acrescentada ao sistema por calor enquanto ele vai do ponto  $C$  ao ponto  $D$ ?

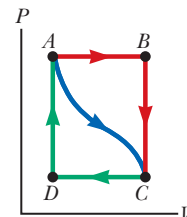


Figura P6.38

### Seção 6.7 Mecanismos de transferência de energia em processos térmicos

39. Duas lâmpadas têm filamentos cilíndricos muito maiores em comprimento que em diâmetro. As lâmpadas evacuadas são idênticas, exceto que uma opera com temperatura de filamento de 2.100 °C e a outra a 2.000 °C. (a) Encontre a proporção da potência emitida pela lâmpada mais quente para aquela emitida pela mais fria. (b) Com as lâmpadas operando com as mesmas respectivas temperaturas, a mais fria será alterada tornando seu filamento mais grosso, de modo que ela emite a mesma potência que a mais quente. Por que fator o raio desse filamento deve ser aumentado?
40. A superfície do Sol tem temperatura de aproximadamente 5.800 K. Seu raio é  $6,96 \times 10^8$  m. Calcule a energia total



irradiada pelo Sol a cada segundo. Suponha que sua emissividade seja 0,986.

41. Um estudante está tentando decidir o que vestir. Seu quarto está a  $20,0^\circ\text{C}$ . A temperatura da sua pele é  $35,0^\circ\text{C}$ . A área de pele exposta é  $1,50\text{ m}^2$ . Pessoas ao redor do mundo têm pele que é escura no infravermelho, com emissividade de aproximadamente 0,900. Encontre a transferência de energia total do corpo dele por radiação em 10,0 min.
42. Uma placa de concreto tem 12,0 cm de espessura e área de  $5,00\text{ m}^2$ . Espiras elétricas de aquecimento são instaladas sob a placa para derreter o gelo na superfície durante os meses de inverno. Que potência mínima deve ser fornecida às espiras para manter uma diferença de temperatura de  $20,0^\circ\text{C}$  entre a base da placa e sua superfície? Suponha que toda a energia seja transferida através da placa.
43. O filamento de tungstênio de uma lâmpada de 100 W irradia 2,00 W de luz. (Os outros 98 W são carregados por convecção e condução.) O filamento tem área de superfície de  $0,250\text{ mm}^2$  e emissividade de 0,950. Encontre a temperatura do filamento. (O ponto de fusão do tungstênio é  $3.683\text{ K}$ .)
44. Ao meio-dia, o Sol fornece 1.000 W para cada metro quadrado de uma estrada asfaltada. Se o asfalto quente transfere energia somente por radiação, qual é sua temperatura de estado estável?
45. Uma vidraça em uma residência tem 0,620 cm de espessura e dimensões de  $1,00\text{ m} \times 2,00\text{ m}$ . Certo dia, a temperatura da superfície interior do vidro é  $25,0^\circ\text{C}$  e a temperatura da superfície exterior é  $0^\circ\text{C}$ . (a) Qual é a taxa de transferência de energia por calor pelo vidro? (b) Quanta energia é transferida através da janela em um dia, supondo que as temperaturas nas superfícies permaneçam constantes?
46. **Q/C** Para testes bacteriológicos de estoques de água e em clínicas médicas, amostras devem ser rotineiramente incubadas por 24 h a  $37^\circ\text{C}$ . Amy Smith, uma voluntária do Corpo de Paz e Engenharia da MIT, inventou uma incubadora de baixa manutenção e baixo custo, que consiste em uma caixa isolada com espuma contendo um material ceroso que derrete a  $37,0^\circ\text{C}$  entremeado com tubos, barras ou garrafas contendo as amostras de testes e o meio de cultura (comida para bactérias). Fora da caixa, o material ceroso é primeiro derretido em um fogão ou coletor de energia solar. Então, esse material é colocado dentro da caixa para manter as amostras de teste aquecidas enquanto o material solidifica. O calor de fusão do material que muda de fase é  $205\text{ kJ/kg}$ . Modele o isolamento como uma barra com área de superfície de  $0,490\text{ m}^2$ , espessura 4,50 cm e condutividade  $0,0120\text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ . Suponha que a temperatura exterior seja  $23,0^\circ\text{C}$  por 12,0 h e  $16,0^\circ\text{C}$  por 12,0 h. (a) Que massa do material ceroso é necessária para conduzir o teste bacteriológico? (b) Explique por que seu cálculo pode ser realizado sem saber a massa das amostras de teste ou do isolamento.
47. (a) Calcule o valor  $R$  de uma janela térmica feita de dois painéis simples de vidro, cada um com 0,125 pol de espessura, e separados por um espaço de ar de 0,250 pol (b) Por que fator a transferência de energia por calor pela janela é reduzida pelo uso da janela térmica em vez de uma janela de um só painel? Inclua as contribuições das camadas de ar estagnado interna e externa.
48. **Q/C** Por nossa distância do Sol, a intensidade da radiação solar é  $1.370\text{ W/m}^2$ . A temperatura da Terra é afetada pelo efeito estufa da atmosfera. Esse fenômeno descreve o efeito da absorção de luz infravermelha emitida pela superfície de modo que a temperatura da superfície da Terra fique mais

alta que se não tivesse ar. Para fins de comparação, considere um corpo esférico de raio  $r$  sem atmosfera à mesma distância do Sol que a Terra. Suponha que sua emissividade seja a mesma para todos os tipos de ondas eletromagnéticas e sua temperatura seja uniforme por toda sua superfície. (a) Explique por que a área projetada sobre a qual a luz do Sol é absorvida é  $\pi r^2$  e a área de superfície sobre a qual ele irradia é  $4\pi r^2$ . (b) Compute sua temperatura de estado estável. Ele é frio?

49. Uma barra de ouro (Au) está em contato térmico com uma barra de prata (Ag) de mesmo comprimento e área (Figura P6.49). Uma extremidade da barra composta é mantida a  $80,0^\circ\text{C}$  e a extremidade oposta está a  $30,0^\circ\text{C}$ . Quando a transferência de energia atinge o estado estável, qual é a temperatura na junção?

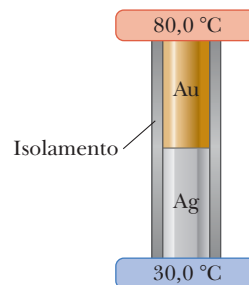


Figura P6.49

50. Uma pizza quente e grande flutua no espaço sideral depois de ser arremessada, como lixo, para fora de uma nave espacial. Qual é a ordem de grandeza (a) da taxa de perda de energia e (b) da taxa de variação de temperatura? Liste as quantidades e o valor que você estima para cada uma.

### Problemas Adicionais

51. Nitrogênio líquido tem ponto de ebulição de  $77,3\text{ K}$  e calor latente de vaporização de  $2,01 \times 10^5\text{ J/kg}$ . Um elemento aquecedor de  $25,0\text{ W}$  é imerso em um vasilhame isolado contendo  $25,0\text{ L}$  de nitrogênio líquido em seu ponto de ebulição. Quantos quilogramas de nitrogênio fervem em um período de 4,00 h?
52. **Q/C S** Um mol de um gás ideal é contido em um cilindro com um pistão móvel. A pressão, volume e temperatura iniciais são  $P_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$ , respectivamente. Encontre o trabalho realizado sobre o gás nos processos a seguir. Em termos operacionais, descreva como conduzir cada processo e mostre cada um deles em um diagrama  $PV$ . (a) Uma compressão isobárica na qual o volume final é metade do inicial. (b) Uma compressão isotérmica na qual a pressão final é quatro vezes a inicial. (c) Um processo no qual a pressão final é três vezes a inicial.
53. **M** Uma barra de alumínio com  $0,500\text{ m}$  de comprimento e área transversal de  $2,50\text{ cm}^2$  é inserida em um vasilhame termicamente isolado contendo hélio líquido a  $4,20\text{ K}$ . A barra está inicialmente a  $300\text{ K}$ . (a) Se metade da barra é inserida no hélio, quantos litros deste fervem até o momento em que a metade inserida esfria até  $4,20\text{ K}$ ? Suponha que a metade superior não esfrie ainda. (b) Se a superfície circular da extremidade superior da barra é mantida a  $300\text{ K}$ , qual é a taxa aproximada de fervura do hélio líquido em litros por segundo depois que a metade inferior atingiu  $4,20\text{ K}$ ? (Alumínio tem condutividade térmica de  $3.100\text{ W/m} \cdot \text{K}$  a  $4,20\text{ K}$ ; ignore sua variação de temperatura. A densidade do hélio líquido é  $125\text{ kg/m}^3$ .)
54. **Q/C** Uma forma de gelo é cheia com  $75,0\text{ g}$  de água. Depois que a bandeja cheia atinge uma temperatura de equilíbrio de  $20,0^\circ\text{C}$ , ela é colocada em um freezer a  $-8,00^\circ\text{C}$  para fazer cubos de gelo. (a) Descreva os processos que ocorrem conforme a energia é removida da água para fazer gelo. (b) Calcule a energia que deve ser removida da água para fazer cubos de gelos a  $-8,00^\circ\text{C}$ .

**55.** *Calorímetro de fluxo* é um aparelho usado para medir o calor específico de um líquido. A técnica de calorimetria de fluxo envolve medir a diferença de temperatura entre os pontos de entrada e saída de um fluxo contínuo do líquido enquanto energia é acrescentada por calor a uma taxa conhecida. Um líquido de densidade  $900 \text{ kg/m}^3$  flui pelo calorímetro com taxa de fluxo de volume de  $2,00 \text{ L/min}$ . No estado estável, uma diferença de temperatura de  $3,50^\circ\text{C}$  é estabelecida entre os pontos de entrada e saída quando a energia é suprida a uma taxa de  $200 \text{ W}$ . Qual é o calor específico do líquido?

**56.** *S* *Calorímetro de fluxo* é um aparelho usado para medir o calor específico de um líquido. A técnica de calorimetria de fluxo envolve medir a diferença de temperatura entre os pontos de entrada e saída de um fluxo contínuo do líquido enquanto energia é acrescentada por calor a uma taxa conhecida. Um líquido de densidade  $\rho$  flui pelo calorímetro com taxa de fluxo de volume  $R$ . No estado estável, uma diferença de temperatura  $\Delta T$  é estabelecida entre os pontos de entrada e saída quando a energia é suprida a uma taxa  $P$ . Qual é o calor específico do líquido?

**57. Revisão.** Um meteorito de  $670 \text{ kg}$  é composto de alumínio. Quando está longe da Terra, sua temperatura é  $-15,0^\circ\text{C}$  e ele se move a  $14,0 \text{ km/s}$  em relação ao planeta. Quando atinge a Terra, suponha que a energia interna transformada da energia mecânica do sistema meteorito-Terra seja dividida igualmente entre ambos e todo o material do meteorito suba momentaneamente para a mesma temperatura final. Encontre essa temperatura. Suponha que o calor específico do alumínio líquido e gasoso seja  $1.170 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ .

**58. GP Revisão.** Duas balas de chumbo em velocidade, uma de massa  $12,0 \text{ g}$  se movendo para a direita a  $300 \text{ m/s}$ , e outra de massa  $8,00 \text{ g}$  se movendo para a esquerda a  $400 \text{ m/s}$ , colidem de frente e todo o material fica junto. As duas balas estão originalmente à temperatura de  $30,0^\circ\text{C}$ . Suponha que a variação na energia cinética do sistema apareça inteiramente como um aumento de energia interna. Gostaríamos de determinar a temperatura e a fase das balas depois da colisão. (a) Que dois modelos de análise são adequados para o sistema das duas balas para o intervalo de tempo desde antes até depois da colisão? (b) A partir de um desses modelos, qual é a velocidade das balas combinadas após a colisão? (c) Quanto da energia cinética inicial se transformou em energia interna no sistema depois da colisão? (d) Todo o chumbo derrete por causa da colisão? (e) Qual é a temperatura das balas combinadas depois da colisão? (f) Qual é a fase das balas combinadas depois da colisão?

**59. Revisão.** Após uma colisão entre uma grande nave espacial e um asteroide, um disco de cobre de raio  $28,0 \text{ m}$  e espessura  $1,20 \text{ m}$  a uma temperatura de  $850^\circ\text{C}$  flutua no espaço, girando sobre seu eixo de simetria com velocidade angular de  $25,0 \text{ rad/s}$ . Conforme o disco irradia luz infravermelha, sua temperatura cai para  $20,0^\circ\text{C}$ . Não há torque externo atuando sobre o disco. Encontre: (a) a variação na energia cinética do disco, (b) a variação na energia interna do disco, (c) a quantidade de energia que ele irradia.

**60.** *Por que a seguinte situação é impossível?* Um grupo que costuma acampar levanta às  $8\text{h}30\text{min}$  da manhã e usa um fogão solar, que consiste em uma superfície curva e refletora que concentra a luz do sol sobre o corpo a ser aquecido (Figura P6.60). Durante o dia, a intensidade solar máxima atingindo a superfície da Terra no local do fogão é  $I = 600 \text{ W/m}^2$ . O fogão está de frente para o Sol e tem uma face com diâmetro de  $d = 0,600 \text{ m}$ . Suponha que uma fração de  $40,0\%$  da energia incidente seja transferida para  $1,50$

L. de água em um recipiente aberto, inicialmente a  $20,0^\circ\text{C}$ . A água ferve, e o grupo saboreia seu café quente pela manhã antes de fazer uma caminhada de dez milhas e voltar para o almoço ao meio-dia.



Figura P6.60

**61. Q|C** Durante períodos de alta atividade, o Sol tem mais manchas solares que o normal. Essas manchas são mais frias que o resto da camada luminosa da atmosfera do Sol (a fotosfera). Paradoxalmente, a potência total de saída do Sol ativo não é menor que a média, e sim, a mesma ou levemente maior que a média. Pense nos detalhes do seguinte modelo bruto desse fenômeno. Considere uma parte da fotosfera com área de  $5,10 \times 10^{14} \text{ m}^2$ . Sua emissividade é  $0,965$ . (a) Encontre a potência que irradia se sua temperatura é  $5.800 \text{ K}$  uniforme, correspondente ao Sol tranquilo. (b) Para representar uma mancha solar, suponha que  $10,0\%$  da área estejam a  $4.800 \text{ K}$ , e os outros  $90,0\%$  a  $5.890 \text{ K}$ . Encontre a potência de saída dessa área. (c) Diga como a resposta para a parte (b) se compara com a dada para a parte (a). (d) Encontre a temperatura média dessa área. Note que essa temperatura resulta em maior potência de saída. (A próxima máxima de manchas solares está prevista para 2012.)

**62. Q|C** Um estudante mede os seguintes dados em um experimento de calorimetria para determinar o calor específico do alumínio:

|                                            |                                           |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------|
| Temperatura inicial da água e calorímetro: | $70,0^\circ\text{C}$                      |
| Massa da água:                             | $0,400 \text{ kg}$                        |
| Massa do calorímetro:                      | $0,040 \text{ kg}$                        |
| Calor específico do calorímetro:           | $0,63 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ |
| Temperatura inicial do alumínio:           | $27,0^\circ\text{C}$                      |
| Massa do alumínio:                         | $0,200 \text{ kg}$                        |
| Temperatura final da mistura:              | $66,3^\circ\text{C}$                      |

(a) Use esses dados para determinar o calor específico do alumínio. (b) Explique se seu resultado está até  $15\%$  do valor listado na Tabela 6.1.

**63.** Um recipiente em fogo baixo contém  $10,0 \text{ kg}$  de água e uma massa desconhecida de gelo em equilíbrio a  $0^\circ\text{C}$  no instante  $t = 0$ . A temperatura da mistura é medida em diversos instantes e o resultado é traçado na Figura P6.63. Durante os primeiros  $50,0 \text{ min}$ , a mistura permanece a  $0^\circ\text{C}$ . Dos  $50,0$  até os  $60,0 \text{ min}$ , a temperatura aumenta para  $2,00^\circ\text{C}$ . Ignorando a capacidade térmica do recipiente, determine a massa inicial do gelo.

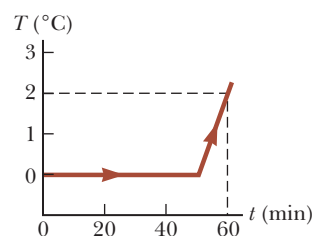


Figura P6.63

**64.** A condutividade térmica média das paredes (incluindo as janelas) e telhado da casa descrita na Figura P6.64 é  $0,480 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ , e a espessura média é  $21,0 \text{ cm}$ . A casa é mantida aquecida com gás natural com calor de combustão (isto

é, a energia fornecida por metro cúbico de gás queimado) de  $9.300 \text{ kcal/m}^3$ . Quantos metros cúbicos de gás devem ser queimados a cada dia para manter a temperatura interior a  $25,0^\circ\text{C}$  se a temperatura exterior é  $0,0^\circ\text{C}$ ? Desconsidere a radiação e a energia transferida por calor pelo solo.

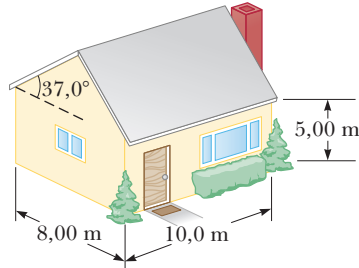


Figura P6.64

65. **M** Água está fervendo em uma chaleira elétrica. A potência absorvida pela água é  $1,00 \text{ kW}$ . Supondo que a pressão do vapor na chaleira seja igual à pressão atmosférica, determine a velocidade de efusão do vapor do bico da chaleira se ele tem área transversal de  $2,00 \text{ cm}^2$ . Modele o vapor como um gás ideal.
66. (a) Em ar a  $0^\circ\text{C}$ , um bloco de cobre de  $1,60 \text{ kg}$  a  $0^\circ\text{C}$  é posto para deslizar a  $2,50 \text{ m/s}$  sobre uma lâmina de gelo a  $0^\circ\text{C}$ . O atrito faz o bloco chegar ao repouso. Encontre a massa de gelo que derrete. (b) Conforme o bloco perde velocidade, identifique sua entrada de energia  $Q$ , sua variação em energia interna  $\Delta E_{\text{int}}$  e a variação na energia mecânica para o sistema bloco-gelo. (c) Para o gelo como um sistema, identifique sua entrada de energia  $Q$  e sua variação de energia interna  $\Delta E_{\text{int}}$ . (d) Um bloco de gelo de  $1,60 \text{ kg}$  a  $0^\circ\text{C}$  é posto a deslizar a  $2,50 \text{ m/s}$  sobre uma lâmina de cobre a  $0^\circ\text{C}$ . O atrito faz o bloco chegar ao repouso. Encontre a massa de gelo que derrete. (e) Avalie  $Q$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  para o bloco de gelo como um sistema e  $\Delta E_{\text{mec}}$  para o sistema bloco-gelo. (f) Avalie  $Q$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  para a lâmina de metal como um sistema. (g) Uma barra de cobre fina de  $1,60 \text{ kg}$  a  $20^\circ\text{C}$  é posta para deslizar a  $2,50 \text{ m/s}$  sobre uma barra estacionária idêntica à mesma temperatura. O atrito para o movimento rapidamente. Supondo que não haja transferência de energia para o ambiente por calor, encontre a variação em temperatura dos dois corpos. (h) Avalie  $Q$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  para a barra deslizante e  $\Delta E_{\text{mec}}$  para o sistema das duas barras. (i) Avalie  $Q$  e  $\Delta E_{\text{int}}$  para a barra estacionária.

### Problemas de Desafio

67. Um lago de água a  $0^\circ\text{C}$  é coberto por uma camada de gelo de  $4,00 \text{ cm}$  de espessura. Se a temperatura do ar fica constante a  $-10,0^\circ\text{C}$ , que intervalo de tempo é necessário para que a espessura do gelo aumente para  $8,00 \text{ cm}$ ? *Sugestão:* use a Equação 6.16 na forma:

$$\frac{dQ}{dt} = kA \frac{\Delta T}{x}$$

e note que a energia com incremento  $dQ$  extraída da água pela espessura  $x$  do gelo é aquela quantidade necessária para congelar uma espessura  $dx$  de gelo. Isto é,  $dQ = L_f \rho A dx$ , onde  $\rho$  é a densidade do gelo;  $A$ , a área; e  $L_f$ , o calor latente de fusão.

68. (a) A parte interna de um cilindro oco é mantida a uma temperatura  $T_a$ , e a parte externa está a uma temperatura mais baixa  $T_b$  (Figura P6.68). A parede do cilindro tem condutividade térmica  $k$ . Desprezando efeitos de bordas, mos-

tre que a taxa de condução de energia da superfície interna para a externa na direção radial é:

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi Lk \left[ \frac{T_a - T_b}{\ln(b/a)} \right]$$

*Sugestões:* o gradiente de temperatura é  $dT/dr$ . Uma corrente de energia radial passa por um cilindro concêntrico de área  $2\pi rL$ . (b) A seção de passageiros de uma aeronave a jato tem formato de um tubo cilíndrico com comprimento de  $35,0 \text{ m}$  e raio interno de  $2,50 \text{ m}$ . Suas paredes são cobertas por material isolante com espessura de  $6,00 \text{ cm}$  e condutividade térmica de  $4,00 \times 10^{-5} \text{ cal/s} \cdot \text{cm} \cdot ^\circ\text{C}$ . Um aquecedor deve manter a temperatura interior a  $25,0^\circ\text{C}$  enquanto a temperatura exterior é  $-35,0^\circ\text{C}$ . Que potência deve ser aplicada ao aquecedor?

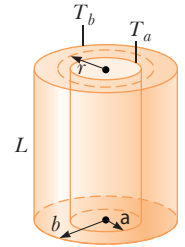


Figura P6.68

69. Considere o aparelho pistão-cilindro mostrado na Figura P6.69. O fundo do cilindro contém  $2,00 \text{ kg}$  de água abaixo de  $100,0^\circ\text{C}$ . O cilindro tem raio  $r = 7,50 \text{ cm}$ . O pistão de massa  $m = 3,00 \text{ kg}$  está sobre a superfície da água. Um aquecedor elétrico na base do cilindro transfere energia para a água a uma taxa de  $100 \text{ W}$ . Suponha que o cilindro seja muito

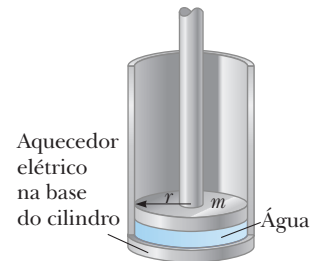


Figura P6.69

- mais alto que o mostrado na figura; então, não precisamos nos preocupar com que o pistão alcance o topo do cilindro. (a) Depois que a água começa a ferver, com que velocidade o pistão sobe? Modele o vapor como um gás ideal. (b) Depois que a água virou vapor completamente e o aquecedor continua transferindo energia para o vapor à mesma taxa, com que velocidade o pistão sobe?
70. **Q.C** Uma concha esférica tem raio interno de  $3,00 \text{ cm}$  e raio externo de  $7,00 \text{ cm}$ . Ela é feita de material com condutividade térmica  $k = 0,800 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ . O interior é mantido a temperatura de  $5^\circ\text{C}$ , e o exterior à temperatura de  $40^\circ\text{C}$ . Após um intervalo de tempo, a concha atinge um estado estável com a temperatura em cada ponto dentro dela permanecendo constante no tempo. (a) Explique por que a taxa de transferência de energia  $P$  deve ser a mesma por cada superfície esférica, de raio  $r$ , dentro da concha, e deve satisfazer:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{P}{4\pi k r^2}$$

(b) Em seguida, prove que:

$$\int_5^{40} dT = \frac{P}{4\pi k} \int_{0,03}^{0,07} r^{-2} dr$$

onde  $T$  é dado em graus Celsius, e  $r$ , em metros. (c) Encontre a taxa de transferência de energia pela concha. (d) Prove que

$$\int_5^T dT = 1,84 \int_{0,03}^r r^{-2} dr$$

onde  $T$  é dado em graus Celsius, e  $r$ , em metros. (e) Encontre a temperatura dentro da concha como uma função do raio. (f) Encontre a temperatura em  $r = 5,00 \text{ cm}$ , na metade da concha.



# A Teoria Cinética dos Gases

- 7.1 Modelo molecular de um gás ideal
- 7.2 Calor específico molar de um gás ideal
- 7.3 Processos adiabáticos para um gás ideal
- 7.4 A equipartição da energia
- 7.5 Distribuição de velocidades moleculares

No Capítulo 5, discutimos as propriedades de um gás ideal, usando variáveis macroscópicas como pressão, volume e temperatura. Tais propriedades de grande escala podem ser relacionadas a uma descrição em uma escala microscópica, na qual a matéria é tratada como um conjunto de moléculas. A aplicação das leis do movimento de Newton de uma forma estatística para um conjunto de partículas nos fornece uma descrição razoável dos processos termodinâmicos. Para manter a Matemática relativamente simples, vamos considerar essencialmente o comportamento dos gases, porque, neles, as interações entre as moléculas são muito mais fracas que em líquidos ou sólidos.

Vamos começar relacionando pressão e temperatura diretamente aos detalhes do movimento molecular em uma amostra de gás. Com base nesses resultados, faremos previsões do calor específico molar dos gases. Algumas dessas previsões serão corretas, outras não. Vamos estender nosso modelo para explicar esses valores não previstos corretamente pelo modelo mais simples. Finalmente, discutiremos a distribuição das velocidades moleculares em um gás.



Um menino infla o pneu da bicicleta com uma bomba manual. A Teoria Cinética ajuda a descrever os detalhes do ar na bomba. (© Cengage Learning/Semple George)

## 7.1 Modelo molecular de um gás ideal

Começamos este capítulo desenvolvendo um modelo microscópico de um gás ideal, chamado **Teoria Cinética**. Em seu desenvolvimento, propomos os seguintes pressupostos:

1. **O número de moléculas do gás é grande, e a distância média entre elas é grande em comparação a suas dimensões.** Em outras palavras, as moléculas ocupam um volume insignificante no recipiente. Isso é consistente com o modelo de gás ideal, em que modelamos as moléculas como partículas.
2. **As moléculas obedecem às leis do movimento de Newton, mas se movem aleatoriamente, como um todo.** Por “aleatoriamente” queremos dizer que qualquer molécula pode se mover em qualquer direção, com qualquer velocidade.
3. **As moléculas interagem apenas por forças de curto alcance durante colisões elásticas.** Isso é consistente com o modelo de gás ideal, no qual as moléculas não exercem forças de longo alcance umas sobre as outras.
4. **As moléculas têm colisões elásticas com as paredes.** Essas colisões levam à pressão macroscópica na parede do recipiente.
5. **O gás em questão é uma substância pura, ou seja, todas as moléculas são idênticas.**

Embora muitas vezes imaginemos um gás ideal como sendo composto de átomos individuais, o comportamento dos gases moleculares se aproxima daquele de gases ideais muito bem a baixas pressões. Normalmente, as rotações ou vibrações moleculares não têm efeito sobre os movimentos considerados aqui.

Para nossa primeira aplicação da Teoria Cinética, vamos relacionar a variável macroscópica da pressão  $P$  com quantidades microscópicas. Considere o conjunto  $N$  de moléculas de um gás ideal em um recipiente de volume  $V$ . O recipiente é um cubo com arestas de comprimento  $d$  (Figura 7.1). Vamos primeiro focar nossa atenção em uma dessas moléculas de massa  $m_0$  e supor que esteja se movendo de forma que sua componente da velocidade na direção  $x$  é  $v_{xi}$ , como na Figura Ativa 7.2. (O subscrito  $i$  se refere aqui à  $i$ -ésima molécula na coleção, não a um valor inicial. Combinaremos os efeitos de todas as moléculas em breve.) Conforme a molécula colide elasticamente com qualquer parede (Pressuposto 4), sua componente da velocidade perpendicular à parede é invertida porque a massa da parede é muito maior que a da molécula. A molécula é modelada como um sistema não isolado, para o qual o impulso da parede provoca uma mudança na dinâmica da molécula. Como a componente do momento  $p_{xi}$  da molécula é  $m_0 v_{xi}$  antes da colisão, e  $-m_0 v_{xi}$  depois da colisão, a variação na componente  $x$  do momento da molécula é:

$$\Delta p_{xi} = -m_0 v_{xi} - (m_0 v_{xi}) = -2m_0 v_{xi}$$

Como as moléculas obedecem às leis de Newton (Pressuposto 2), podemos aplicar o Teorema do Impulso-Momento (Equação 9.10 do Volume 1 desta coleção) para a molécula para obter:

$$\bar{F}_{i, \text{ na molécula}} \Delta t_{\text{colisão}} = \Delta p_{xi} = -2m_0 v_{xi}$$

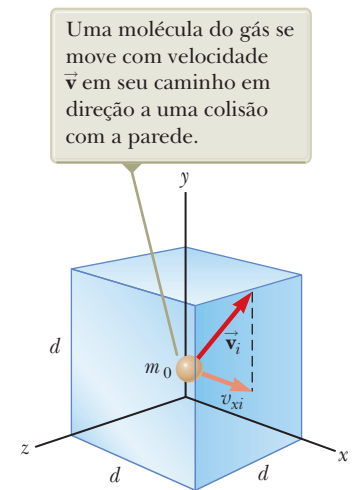
onde  $\bar{F}_{i, \text{ na molécula}}$  é a componente  $x$  da força média<sup>1</sup> que a parede exerce na molécula durante a colisão, e  $\Delta t_{\text{colisão}}$  é a duração da colisão. Para a molécula fazer outra colisão com a parede mesmo após esse primeiro embate, ela deve percorrer uma distância de  $2d$  na direção  $x$  (em todo o recipiente e de volta). Portanto, o intervalo de tempo entre duas colisões com a mesma parede é:

$$\Delta t = \frac{2d}{v_{xi}}$$

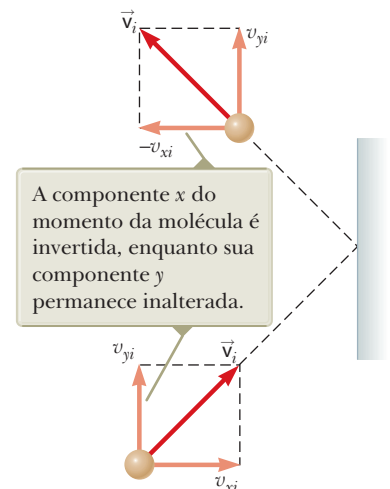
Essa força faz que a variação na dinâmica da molécula na colisão com a parede só aconteça durante a colisão. Podemos, no entanto, estimar a média da força durante o intervalo de tempo para que a molécula se mova através do cubo e volte.

<sup>1</sup> Para esta discussão, usamos uma barra sobre uma variável para representar o valor médio da variável, como para a força média  $\bar{F}$ , em vez do índice “m” que usamos antes. Essa notação é para evitar confusão, porque já temos uma série de índices em variáveis.

### Pressupostos do modelo microscópico de um gás ideal



**Figura 7.1** Caixa cúbica com faces de comprimento  $d$  contendo um gás ideal.



### FIGURA ATIVA 7.2

Uma molécula faz uma colisão elástica com a parede do recipiente. Nessa construção, supomos que a molécula se move no plano  $xy$ .

Às vezes, durante esse intervalo de tempo ocorre uma colisão; então, a variação de impulso para esse intervalo de tempo é a mesma que para a curta duração da colisão. Portanto, podemos reescrever o Teorema do Impulso-Momento como:

$$\bar{F}_i \Delta t = -2m_0 v_{xi}$$

onde  $\bar{F}_i$  é o componente da força média durante o intervalo de tempo para que a molécula se mova através do cubo e volte. Como uma colisão ocorre exatamente para cada intervalo de tempo, esse resultado também é a força média de longo alcance sobre a molécula por longos intervalos de tempo contendo um número qualquer de múltiplos de  $\Delta t$ .

Essa equação e a anterior nos permitem expressar a componente  $x$  da força média de longo alcance exercida pela parede sobre a molécula como:

$$\bar{F}_i = -\frac{2m_0 v_{xi}}{\Delta t} = -\frac{2m_0 v_{xi}^2}{2d} = -\frac{m_0 v_{xi}^2}{d}$$

Agora, pela Terceira Lei de Newton, a componente  $x$  da força média de longo alcance exercida pela molécula na parede é igual em módulo e oposta em direção:

$$\bar{F}_{i, \text{ na parede}} = -\bar{F}_i = -\left(-\frac{m_0 v_{xi}^2}{d}\right) = \frac{m_0 v_{xi}^2}{d}$$

A força média total  $\bar{F}$  exercida pelo gás na parede é encontrada somando-se as forças médias exercidas pelas moléculas individuais. Adicionando os termos como os anteriores para todas as moléculas, temos:

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 v_{xi}^2}{d} = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$

em que fatoramos o comprimento da caixa e da massa  $m_0$ , porque o Pressuposto 5 nos diz que todas as moléculas são as mesmas. Vamos agora impor o Pressuposto 1, porque o número de moléculas é grande. Para um número pequeno de moléculas, a força real na parede variaria com o tempo. Seria diferente de zero durante o curto intervalo de tempo de uma colisão de uma molécula com a parede, e zero quando a molécula não bater na parede. Para um número muito grande de moléculas, tal como o número de Avogadro, no entanto, essas variações em vigor são suavizadas, de modo que a força média apresentada anteriormente é a mesma sobre *qualquer* intervalo de tempo. Portanto, a força *constante*  $F$  na parede devido à colisão molecular é:

$$F = \frac{m_0}{d} \sum_{i=1}^N v_{xi}^2$$

Para prosseguir, vamos considerar a forma de expressar o valor médio do quadrado da componente  $x$  da velocidade para  $N$  moléculas. A média tradicional de um conjunto de valores é a soma dos valores em relação ao número de valores:

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^N v_{xi}^2}{N}$$

O numerador dessa expressão está contido no lado direito da equação anterior. Portanto, combinando as duas expressões da força total na parede, temos:

$$F = \frac{m_0}{d} N \overline{v_x^2} \quad (7.1)$$

Agora, vamos nos concentrar novamente em uma molécula com velocidade  $v_{xi}$ ,  $v_{yi}$  e  $v_{zi}$ . O Teorema de Pitágoras relaciona o quadrado da velocidade da molécula com os quadrados dos componentes de velocidade:

$$v_i^2 = v_{xi}^2 + v_{yi}^2 + v_{zi}^2$$

Assim, o valor médio de  $v^2$  para todas as moléculas no recipiente está relacionado com os valores médios de  $v_x^2$ ,  $v_y^2$  e  $v_z^2$  segundo a expressão:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$



Como o movimento é completamente aleatório (Pressuposto 2), os valores médios  $\overline{v_x^2}$ ,  $\overline{v_y^2}$  e  $\overline{v_z^2}$  são iguais uns aos outros. Usando este fato e a equação anterior, vemos que:

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$$

Portanto, a partir da Equação 7.1, a força total exercida na parede é:

$$F = \frac{1}{3}N \frac{m_0 \overline{v^2}}{d}$$

Utilizando essa expressão, podemos encontrar a pressão total exercida na parede:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3}N \frac{m_0 \overline{v^2}}{d^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{N}{V} \right) m_0 \overline{v^2}$$

$$P = \frac{2}{3} \left( \frac{N}{V} \right) \left( \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) \quad (7.2) \quad \blacktriangleleft \text{Relação entre pressão e energia cinética molecular}$$

Este resultado indica que a pressão de um gás é proporcional a (1) o número de moléculas por unidade de volume e (2) à energia cinética translacional média das moléculas,  $\frac{1}{2}m_0\overline{v^2}$ . Ao analisar esse modelo simplificado de um gás ideal, obtemos um resultado importante, que relaciona uma quantidade macroscópica, pressão, a uma quantidade microscópica, o valor médio do quadrado da velocidade molecular. Portanto, um elo fundamental entre o mundo molecular e o mundo em larga escala foi estabelecido.

Observe que a Equação 7.2 verifica algumas características de pressão com as quais você provavelmente está familiarizado. Uma maneira de aumentar a pressão dentro de um recipiente é aumentar o número de moléculas por unidade de volume  $N/V$  no recipiente. Isso é o que você faz quando insufla ar em um pneu. A pressão do pneu também pode ser obtida por intermédio do incremento da energia cinética translacional média das moléculas de ar no pneu. Isso pode ser conseguido por meio do aumento da temperatura do ar, razão pela qual a pressão aumenta dentro do pneu conforme ele se aquece durante longas viagens. A flexão contínua do pneu que se move ao longo da superfície da estrada resulta em trabalho realizado sobre a borracha como parte do pneu, provocando um aumento na energia interna da borracha. Esse aumento resulta na transferência de energia por calor para o ar dentro do pneu. Essa transferência aumenta a temperatura do ar, e esse aumento na temperatura, por sua vez, produz um aumento na pressão.

## Interpretação molecular da temperatura

Vamos agora considerar outra variável macroscópica, a temperatura  $T$  do gás. Podemos ter alguma ideia sobre o significado da temperatura, primeiro, escrevendo a Equação 7.2 na forma de:

$$PV = \frac{2}{3}N \left( \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} \right)$$

Agora, vamos comparar essa expressão com a equação de estado para um gás ideal (Equação 5.10):

$$PV = Nk_B T$$

Lembre-se de que a equação de estado é baseada em fatos experimentais sobre o comportamento macroscópico de gases. Igualando o lado direito dessas expressões, temos:

$$T = \frac{2}{3k_B} \left( \frac{1}{2}m_0\overline{v^2} \right) \quad (7.3) \quad \blacktriangleleft \text{Relação entre temperatura e energia cinética molecular}$$

Esse resultado nos diz que a temperatura é uma medida direta da energia cinética média molecular. Rearranjando a Equação 7.3, podemos relacionar a energia cinética de translação molecular à temperatura:

$$\frac{1}{2}m_0\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T \quad (7.4) \quad \blacktriangleleft \text{Energia cinética média por molécula}$$

Ou seja, a energia cinética translacional média por molécula é  $\frac{3}{2}k_B T$ . Como  $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ , segue-se que:

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} k_B T \quad (7.5)$$

De maneira semelhante, para as direções  $y$  e  $z$ ,

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} k_B T \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} m_0 \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} k_B T$$

Assim, cada grau de liberdade translacional contribui com uma quantidade igual de energia  $\frac{1}{2} k_B T$  para o gás. (Em geral, “grau de liberdade” se refere a um meio independente pelo qual uma molécula pode possuir energia.) Uma generalização desse resultado, conhecido como o **Teorema da Equipartição da Energia**, é o seguinte:

**Teorema da Equipartição da Energia** ▶

Cada grau de liberdade contribui  $\frac{1}{2} k_B T$  para a energia de um sistema, em que possíveis graus de liberdade são aqueles associados à translação, rotação e vibração das moléculas.

A energia cinética translacional total de  $N$  moléculas de gás é simplesmente  $N$  vezes a energia média por molécula, que é dada pela Equação 7.4:

**Energia cinética total de translação de  $N$  moléculas** ▶

$$K_{\text{trans total}} = N \left( \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T \quad (7.6)$$

onde temos usado  $k_B = R/N_A$  para a constante de Boltzmann, e  $n = N/N_A$  para o número de mols do gás. Se as moléculas do gás possuem apenas a energia cinética de translação, a Equação 7.6 representa a energia interna do gás. Esse resultado implica que a energia interna de um gás ideal depende *apenas* da temperatura. Vamos dar prosseguimento a esse ponto na Seção 7.2.

A raiz quadrada de  $\overline{v^2}$  é chamada **raiz quadrática média ( $rms$ ) da velocidade** das moléculas. A partir da Equação 7.4, vemos que a velocidade  $rms$  é:

**Raiz quadrática média da velocidade** ▶

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (7.7)$$

onde  $M$  é a massa molar em kg por mol e é igual a  $m_0 N_A$ . Essa expressão mostra que, a determinada temperatura, as moléculas mais leves se movem mais rapidamente, em média, que as mais pesadas. Por exemplo, a determinada temperatura, as moléculas de hidrogênio, cuja massa molar é  $2,02 \times 10^{-3}$  kg/mol, têm velocidade média cerca de quatro vezes maior que as de oxigênio, cuja massa molar é  $32,0 \times 10^{-3}$  kg/mol. A Tabela 7.1 lista as velocidades  $rms$  para várias moléculas a 20 °C.

**Teste Rápido 7.1** Dois recipientes armazenam um gás ideal às mesmas temperatura e pressão. Ambos os recipientes mantêm o mesmo tipo de gás, mas o recipiente B tem o dobro do volume do A. **(i)** Qual é a energia cinética translacional média por molécula no recipiente B? **(a)** O dobro de recipiente A. **(b)** O mesmo do recipiente A. **(c)** A metade de recipiente A. **(d)** Impossível de determinar. **(ii)** A partir das mesmas escolhas, descreva a energia interna do gás no recipiente B.

**Prevenção de Armadilhas 7.1**

**A raiz quadrada do quadrado?**

Tirar a raiz quadrada de  $(\overline{v})^2$  não “desfaz” o quadrado, porque temos usado a média *entre* os quadrados e usado a raiz quadrada. Embora a raiz quadrada de  $(\overline{v})^2$  seja  $\overline{v} = v_m$  porque o quadrado é feito depois do cálculo da média, a raiz quadrada de  $(\overline{v})^2$  não é  $v_m$ , mas, sim,  $v_{rms}$ .

**TABELA 7.1** Algumas raízes quadráticas médias ( $rms$ ) das velocidades

| Gás                  | Massa Molar (g/mol) | $v_{rms}$ a 20 °C (m/s) | Gás             | Massa Molar (g/mol) | $v_{rms}$ a 20 °C (m/s) |
|----------------------|---------------------|-------------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
| H <sub>2</sub>       | 2,02                | 1.902                   | NO              | 30,0                | 494                     |
| He                   | 4,00                | 1.352                   | O <sub>2</sub>  | 32,0                | 478                     |
| H <sub>2</sub> O     | 18,0                | 637                     | CO <sub>2</sub> | 44,0                | 408                     |
| Ne                   | 20,2                | 602                     | SO <sub>2</sub> | 64,1                | 338                     |
| N <sub>2</sub> ou CO | 28,0                | 511                     |                 |                     |                         |

**Exemplo 7.1****Um tanque de hélio**

Um tanque usado para encher balões de hélio tem um volume de  $0,300 \text{ m}^3$  e contém  $2,00$  mols de gás hélio a  $20,0^\circ\text{C}$ . Suponha que o hélio se comporte como um gás ideal.

(A) Qual é a energia cinética translacional total das moléculas do gás?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Imagine um modelo microscópico de um gás em que você pode assistir às moléculas se moverem sobre o recipiente mais rapidamente à medida que a temperatura aumenta.

**Categorização** Avaliamos os parâmetros com equações desenvolvidas na discussão anterior, de modo que este exemplo é um problema de substituição.

Use a Equação 7.6 com  $n = 2,00$  mols e  $T = 293 \text{ K}$ :

$$K_{\text{trans total}} = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}(2,00 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(293 \text{ K}) \\ = 7,30 \times 10^3 \text{ J}$$

(B) Qual é a energia cinética média por molécula?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 7.4:

$$\frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{3}{2}k_{\text{B}}T = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K}) \\ = 6,07 \times 10^{-21} \text{ J}$$

**E SE?** E se a temperatura é elevada de  $20,0^\circ\text{C}$  para  $40,0^\circ\text{C}$ ? Como  $40,0$  é duas vezes maior que  $20,0$ , a energia total de translação das moléculas do gás é duas vezes maior na temperatura mais alta?

**Resposta** A expressão para a energia total de translação depende da temperatura, e o valor para a temperatura deve ser expresso em kelvins, e não em graus Celsius. Portanto, a razão entre  $40,0$  e  $20,0$  *não* é uma razão apropriada. Convertendo as temperaturas Celsius para Kelvin,  $20,0^\circ\text{C}$  é  $293 \text{ K}$  e  $40,0^\circ\text{C}$  é  $313 \text{ K}$ . Assim, a energia total de translação aumenta por um fator de apenas  $313 \text{ K}/293 \text{ K} = 1,07$ .

**7.2 Calor específico molar de um gás ideal**

Considere um gás ideal sofrendo vários processos de tal forma que a variação de temperatura é  $\Delta T = T_f - T_i$  para todos os processos. A variação na temperatura pode ser obtida tomando uma variedade de caminhos partindo de uma isoterma a outra, como mostrado na Figura 7.3. Como  $\Delta T$  é o mesmo para cada caminho, a variação na energia interna  $\Delta E_{\text{int}}$  é a mesma para todos os caminhos. O trabalho  $W$  realizado sobre o gás (o negativo da área sob a curva) é diferente para cada caminho. Portanto, a partir da Primeira Lei da Termodinâmica, o calor associado a dada variação de temperatura *não* tem um valor único, como discutido na Seção 6.4.

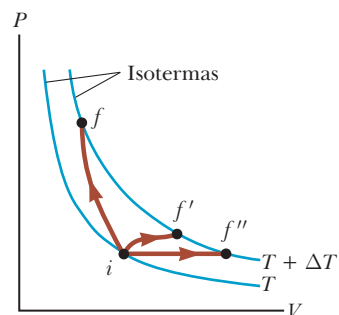
Podemos resolver essa dificuldade mediante a definição de calor específico para dois processos especiais: isovolumétrico e isobárico. Como o número de mols  $n$  é uma medida conveniente da quantidade de gás, definimos os **calores específicos molares** associados a esses processos como:

$$Q = nC_V \Delta T \quad (\text{volume constante}) \quad (7.8)$$

$$Q = nC_P \Delta T \quad (\text{pressão constante}) \quad (7.9)$$

onde  $C_V$  é o **calor específico molar a um volume constante** e  $C_P$  é o **calor específico molar a uma pressão constante**. Quando energia é adicionada a um gás pelo calor a uma pressão constante, não só a energia interna do gás aumenta, mas trabalho (negativo) é feito sobre o gás por conta da variação no volume necessário para manter a pressão constante. Portanto, o calor  $Q$  na Equação 7.9 deve levar em conta tanto o aumento na energia interna quanto a transferência de energia para fora do sistema pelo trabalho. Por essa razão,  $Q$  é maior na Equação 7.9 que na Equação 7.8 para os valores dados de  $n$  e  $\Delta T$ . Portanto,  $C_P$  é maior que  $C_V$ .

Na seção anterior, verificou-se que a temperatura de um gás é uma medida da energia cinética translacional média das moléculas do gás. Essa energia cinética é associada ao movimento do centro de massa de cada molécula. Ela não inclui a energia asso-



**Figura 7.3** Um gás ideal é removido de uma isoterma à temperatura  $T$  para outro a  $T + \Delta T$  ao longo de três caminhos diferentes.

ciada ao movimento interno da molécula, ou seja, vibrações e rotações em torno do centro de massa. Isso não deveria ser surpresa, pois o modelo simples da Teoria Cinética assume uma molécula sem estrutura.

Então, vamos primeiro considerar o caso mais simples de um gás ideal monoatômico, ou seja, um gás contendo um átomo por molécula, como o hélio, neônio ou argônio. Quando energia é adicionada a um gás monoatômico em um recipiente de volume fixo, toda a energia adicionada vai para o aumento da energia cinética translacional dos átomos. Não há outra maneira de armazenar a energia em um gás monoatômico. Portanto, a partir da Equação 7.6, vemos que a energia interna das moléculas  $E_{\text{int}}$  de  $N$  moléculas (ou  $n$  mols) de um gás monoatômico ideal é:

**Energia interna de um gás ideal monoatômico**  $E_{\text{int}} = K_{\text{trans total}} = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T$  (7.10)

Para um gás ideal monoatômico,  $E_{\text{int}}$  é uma função apenas de  $T$ , e a relação funcional é dada pela Equação 7.10. Em geral, a energia interna de um gás ideal é uma função apenas de  $T$ , e a relação exata depende do tipo de gás.

Se a energia é transferida pelo calor a um sistema de volume constante, nenhum trabalho é realizado no sistema. Ou seja,  $W = -\int P dV = 0$  para um processo de volume constante. Portanto, pela Primeira Lei da Termodinâmica:

$$Q = \Delta E_{\text{int}} \quad (7.11)$$

Em outras palavras, toda a energia transferida por calor vai para o aumento da energia interna do sistema. Um processo a volume constante de  $i$  até  $f$  para um gás ideal é descrito na Figura Ativa 7.4, em que  $\Delta T$  é a diferença de temperatura entre as duas isotermas. Substituindo a expressão para  $Q$  dada pela Equação 7.8 na Equação 7.11, obtemos:

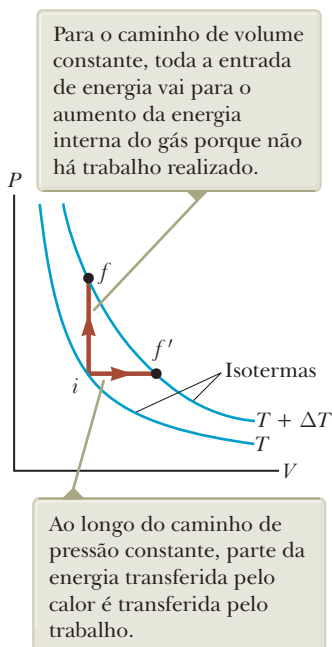
$$\Delta E_{\text{int}} = n C_V \Delta T \quad (7.12)$$

Essa equação se aplica a todos os gases ideais, com mais de um átomo por molécula, bem como aos gases monoatômicos ideais. No limite de variações infinitesimais, podemos usar a Equação 7.12 para expressar o calor específico molar a volume constante como:

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} \quad (7.13)$$

Vamos agora aplicar os resultados dessa discussão para um gás monoatômico. Substituindo a energia interna a partir da Equação 7.10 na Equação 7.13, temos que:

$$C_V = \frac{3}{2} R \quad (7.14)$$



**FIGURA ATIVA 7.4**

A energia é transferida pelo calor para um gás ideal de duas maneiras.

Essa expressão prevê um valor de  $C_V = \frac{3}{2} R = 12,5 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  para *todos* os gases monoatômicos. Essa previsão está em excelente concordância com os valores medidos de calores específicos molares dos gases, como hélio, neônio, argônio e xenônio, sobre uma vasta gama de temperaturas (Tabela 7.2). Pequenas variações na Tabela 7.2 a partir dos valores previstos são reais porque os gases não são ideais. Em gases reais, interações intermoleculares fracas ocorrem, e não são abordadas em nosso modelo de gás ideal.

Agora, suponha que o gás seja levado ao longo de um caminho de pressão constante  $i \rightarrow f'$  mostrado na Figura Ativa 7.4. Ao longo desse caminho, a temperatura é aumentada em  $\Delta T$ . A energia que deve ser transferida por calor para o gás nesse processo é  $Q = n C_p \Delta T$ . Devido às variações de volume nesse processo, o trabalho realizado sobre o gás é  $W = -P \Delta V$ , onde  $P$  é a pressão constante no qual o processo ocorre. Aplicando a Primeira Lei da Termodinâmica para esse processo, temos:

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W = n C_p \Delta T + (-P \Delta V) \quad (7.15)$$

Nesse caso, a energia adicionada ao gás é canalizada pelo calor da seguinte forma. Parte dela deixa o sistema pelo trabalho (ou seja, o gás move um pistão através de um deslocamento), e o restante aparece como um aumento na energia interna do gás. A variação na energia interna para o processo  $i \rightarrow f'$ , entretanto, é igual àquela para o processo  $i \rightarrow f$ , porque  $E_{\text{int}}$  depende apenas da temperatura para um gás ideal, e  $\Delta T$  é a mesma para ambos os processos. Além disso, como  $PV = nRT$ , observe que para um processo de pressão constante,  $P \Delta V = nR \Delta T$ . Substituindo esse valor para  $P \Delta V$  na Equação 7.15 com  $\Delta E_{\text{int}} = n C_V \Delta T$  (Equação 7.12), temos:

$$n C_V \Delta T = n C_p \Delta T - n R \Delta T$$

$$C_p - C_V = R \quad (7.16)$$

**TABELA 7.2***Calor específico molar de vários gases*

| Gás                       | Calor específico molar (J/mol · K) <sup>a</sup> |       |             |                    |
|---------------------------|-------------------------------------------------|-------|-------------|--------------------|
|                           | $C_P$                                           | $C_V$ | $C_P - C_V$ | $\gamma = C_P/C_V$ |
| <i>Gases monoatômicos</i> |                                                 |       |             |                    |
| He                        | 20,8                                            | 12,5  | 8,33        | 1,67               |
| Ar                        | 20,8                                            | 12,5  | 8,33        | 1,67               |
| Ne                        | 20,8                                            | 12,7  | 8,12        | 1,64               |
| Kr                        | 20,8                                            | 12,3  | 8,49        | 1,69               |
| <i>Gases diatômicos</i>   |                                                 |       |             |                    |
| H <sub>2</sub>            | 28,8                                            | 20,4  | 8,33        | 1,41               |
| N <sub>2</sub>            | 29,1                                            | 20,8  | 8,33        | 1,40               |
| O <sub>2</sub>            | 29,4                                            | 21,1  | 8,33        | 1,40               |
| CO                        | 29,3                                            | 21,0  | 8,33        | 1,40               |
| Cl <sub>2</sub>           | 34,7                                            | 25,7  | 8,96        | 1,35               |
| <i>Gases poliatômicos</i> |                                                 |       |             |                    |
| CO <sub>2</sub>           | 37,0                                            | 28,5  | 8,50        | 1,30               |
| SO <sub>2</sub>           | 40,4                                            | 31,4  | 9,00        | 1,29               |
| H <sub>2</sub> O          | 35,4                                            | 27,0  | 8,37        | 1,30               |
| CH <sub>4</sub>           | 35,5                                            | 27,1  | 8,41        | 1,31               |

<sup>a</sup> Todos os valores foram obtidos a 300 K, exceto para água.

Essa expressão se aplica a *qualquer* gás ideal. Ela prevê que o calor específico molar de um gás ideal a uma pressão constante é maior que o calor específico molar a volume constante de um montante de  $R$ , a constante universal do gás (que tem o valor de 8,31 J/mol · K). Essa expressão é aplicável a gases reais como os dados da Tabela 7.2.

Como  $C_V = \frac{3}{2}R$  para um gás ideal monoatômico, a Equação 7.16 prevê um valor de  $C_P = \frac{5}{2}R = 20,8$  J/mol · K para o calor específico molar de um gás monoatômico a pressão constante. A razão desses calores específicos molares é uma quantidade adimensional  $\gamma$  (letra grega gama):

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{5R/2}{3R/2} = \frac{5}{3} = 1,67$$

**(7.17) ◀ Razão de calores específicos molares para um gás ideal monoatômico**

Valores teóricos de  $C_V$ ,  $C_P$  e  $\gamma$  estão em excelente concordância com os valores experimentais obtidos para gases monoatômicos, mas estão em grande discordância com os valores dos gases mais complexos (ver Tabela 7.2). Isso não é surpreendente; o valor  $C_V = \frac{3}{2}R$  foi derivado para um gás ideal monoatômico, e esperamos alguma contribuição adicional para o calor específico molar a partir da estrutura interna das moléculas mais complexas. Na Seção 7.4 descreveremos o efeito da estrutura molecular do calor específico molar de um gás. A energia interna – e, portanto, o calor específico molar – de um gás complexo deve incluir a contribuição da rotação e os movimentos vibracionais da molécula.

No caso dos sólidos e líquidos aquecidos à pressão constante, pouco trabalho é realizado, porque a expansão térmica é pequena. Consequentemente,  $C_P$  e  $C_V$  são aproximadamente iguais para os sólidos e líquidos.

**Teste Rápido 7.2** (i) Como a energia interna de um gás ideal se altera conforme ela segue o caminho  $i \rightarrow f$  na Figura Ativa 7.4? (a)  $E_{\text{int}}$  aumenta. (b)  $E_{\text{int}}$  diminui. (c)  $E_{\text{int}}$  permanece constante. (d) Não há informação suficiente para determinar como  $E_{\text{int}}$  se altera. (ii) A partir das mesmas opções, como a energia interna de um gás ideal muda conforme ela segue o caminho  $f \rightarrow f'$  ao longo de uma isoterma rotulada  $T + \Delta T$  na Figura Ativa 7.4?

**Exemplo 7.2****Aquecendo um cilindro de hélio**

Um cilindro contém 3,00 mols de gás hélio a uma temperatura de 300 K.

**(A)** Se o gás é aquecido a um volume constante, qual a quantidade de energia que deve ser transferida pelo calor do gás para a temperatura aumentar para 500 K?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Execute o processo em sua mente com a ajuda do arranjo de pistão-cilindro da Figura Ativa 5.12. Imagine que o pistão esteja preso em uma posição para manter o volume constante do gás.

**Categorização** Avaliamos os parâmetros utilizando equações desenvolvidas na discussão anterior e, portanto, este exemplo é um problema de substituição.

Use a Equação 7.8 para encontrar a transferência de energia:

$$Q_1 = nC_V \Delta T$$

Substitua os valores dados:

$$\begin{aligned} Q_1 &= (3,00 \text{ mol})(12,5 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(500 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 7,50 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

**(B)** Quanta energia deve ser transferida por calor para o gás para a temperatura aumentar para 500 K?

**SOLUÇÃO**

Use a Equação 7.9 para encontrar a transferência de energia:

$$Q_2 = nC_P \Delta T$$

Substitua os valores dados:

$$\begin{aligned} Q_2 &= (3,00 \text{ mol})(20,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(500 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 12,5 \times 10^3 \text{ J} \end{aligned}$$

Esse valor é maior que  $Q_1$  por conta da transferência de energia para fora do gás por trabalho para elevar o pistão no processo de pressão constante.

**7.3 Processos adiabáticos para um gás ideal**

Conforme referido na Seção 6.6, **processo adiabático** é aquele em que nenhuma energia é transferida por calor entre um sistema e seus arredores. Por exemplo, se um gás é comprimido (ou expandido) rapidamente, muito pouca energia é transferida para fora (ou dentro) do sistema pelo calor, tal que este é um processo quase adiabático. Esses processos ocorrem no ciclo de um motor a gasolina, o que será discutido em detalhes no Capítulo 8. Outro exemplo de um processo adiabático é a lenta expansão de um gás que é termicamente isolado de seu arredor. Todas as três variáveis da Lei dos Gases Ideais –  $P$ ,  $V$  e  $T$  – alteram-se durante um processo adiabático.

Vamos imaginar um processo adiabático do gás que envolve uma variação infinitesimal de volume  $dV$  e uma variação infinitesimal na temperatura  $dT$ . O trabalho realizado sobre o gás é  $-P dV$ . Como a energia interna de um gás ideal depende apenas da temperatura, a variação da energia interna em um processo adiabático é a mesma que para um processo isovolumétrico entre as mesmas temperaturas,  $dE_{\text{int}} = nC_V dT$  (Equação 7.12). Assim, a Primeira Lei da Termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q + W$ , com  $Q = 0$ , torna-se a forma infinitesimal:

$$dE_{\text{int}} = nC_V dT = -P dV$$

Fazendo a diferencial total da equação de estado de um gás ideal,  $PV = nRT$ , resulta:

$$P dV + V dP = nR dT$$

Substituindo  $dT$  nesta equação, encontramos:

$$P dV + V dP = -\frac{R}{C_V} P dV$$

Substituindo  $R = C_P - C_V$  e dividindo por  $PV$ , temos que:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} &= -\left(\frac{C_P - C_V}{C_V}\right) \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \frac{dV}{V} \\ \frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} &= 0 \end{aligned}$$



Integrando essa expressão, temos:

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{constante}$$

que é equivalente a:

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

(7.18)

◀ Relação entre  $P$  e  $V$  para um processo adiabático envolvendo um gás ideal

O diagrama  $PV$  para uma expansão adiabática é mostrado na Figura 7.5. Como  $\gamma > 1$ , a curva  $PV$  é mais íngreme que seria para uma expansão isotérmica. Pela definição do processo adiabático, nenhuma energia é transferida pelo calor para dentro ou fora do sistema. Assim, a partir da Primeira Lei, vemos que  $\Delta E_{\text{int}}$  é negativo (o trabalho é feito pelo gás, de modo que sua energia interna diminui) e, assim,  $\Delta T$  também é. Portanto, a temperatura do gás diminui ( $T_f < T_i$ ) durante uma expansão adiabática.<sup>2</sup> Em contrapartida, a temperatura aumenta se o gás é comprimido adiabaticamente. Aplicando a Equação 7.18 para os estados inicial e final, temos:

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$$

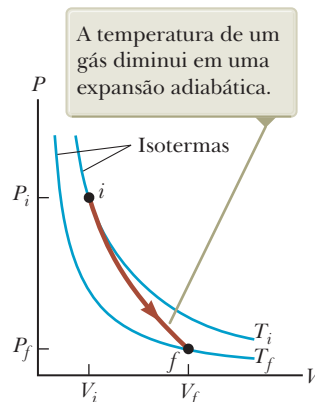
(7.19)

Usando a Lei dos Gases Ideais, podemos expressar a Equação 7.18 como:

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante}$$

(7.20)

◀ Relação entre  $T$  e  $V$  para um processo adiabático envolvendo um gás ideal



**Figura 7.5** Diagrama  $PV$  para uma expansão adiabática de um gás ideal.

### Exemplo 7.3

### Um cilindro de um motor a diesel

O ar a  $20,0^\circ\text{C}$  dentro de um cilindro de um motor a diesel é comprimido de sua pressão inicial de  $1,00\text{ atm}$  e volume de  $800,0\text{ cm}^3$  a um volume de  $60,0\text{ cm}^3$ . Suponha que o ar se comporte como um gás ideal, com  $\gamma = 1,40$ , e a compressão é adiabática. Calcule a pressão e a temperatura finais do ar.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine o que acontece quando um gás é comprimido a um volume menor. Nossa discussão anterior e a Figura 7.5 nos dizem que a pressão e a temperatura aumentam.

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um problema que envolve um processo adiabático.

**Análise** Use a Equação 7.19 para encontrar a pressão final:

$$P_f = P_i \left( \frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = (1,00\text{ atm}) \left( \frac{800,0\text{ cm}^3}{60,0\text{ cm}^3} \right)^{1,40} = 37,6\text{ atm}$$

Use a Lei dos Gases Ideais para encontrar a temperatura final:

$$\begin{aligned} \frac{P_i V_i}{T_i} &= \frac{P_f V_f}{T_f} \\ T_f &= \frac{P_f V_f}{P_i V_i} T_i = \frac{(37,6\text{ atm})(60,0\text{ cm}^3)}{(1,00\text{ atm})(800,0\text{ cm}^3)} (293\text{ K}) \\ &= 826\text{ K} = 553^\circ\text{C} \end{aligned}$$

**Finalização** O aumento da temperatura do motor do gás aumenta por um fator de  $826\text{ K}/293\text{ K} = 2,82$ . A alta compressão de um motor a diesel eleva a temperatura do gás o suficiente para causar a combustão do diesel sem o uso de velas de ignição.

<sup>2</sup> Na expansão adiabática livre discutida na Seção 6.6, a temperatura permanece constante. Nesse processo original, nenhum trabalho é feito porque o gás se expande no vácuo. Em geral, a temperatura diminui em uma expansão adiabática onde trabalho é executado.

## 7.4 A equipartição da energia

Previsões com base em nosso modelo de calor específico molar concordam muito bem com o comportamento dos gases monoatômicos, mas não com o dos gases complexos (ver Tabela 7.2). O valor previsto pelo modelo para a quantidade  $C_p - C_v = R$ , no entanto, é o mesmo para todos os gases. Essa semelhança não é surpreendente, porque essa diferença é o resultado do trabalho realizado sobre o gás, que é independente de sua estrutura molecular.

Para esclarecer as variações em  $C_v$  e  $C_p$  dos gases mais complexos que os monoatômicos, vamos explorar mais a origem do calor específico molar. Até agora, temos presumido que a única contribuição à energia interna de um gás é a energia cinética de translação das moléculas. A energia interna de um gás, no entanto, inclui as contribuições do movimento de translação, vibração e rotação das moléculas. Os movimentos rotacionais e vibracionais das moléculas podem ser ativados por colisões e, portanto, são “associados” ao movimento de translação das moléculas. O ramo da Física conhecida como *Mecânica Estatística* mostrou que, para um grande número de partículas que obedecem às leis da mecânica newtonianas, a energia disponível é, em média, dividida em partes iguais por cada grau de liberdade independente. Lembre-se, da Seção 7.1, de que o Teorema da Equipartição afirma que, no equilíbrio, cada grau de liberdade contribui com  $\frac{1}{2}k_B T$  de energia por molécula.

Vamos considerar um gás diatômico cujas moléculas têm a forma de um haltere (Figura 7.6). Nesse modelo, o centro de massa da molécula pode ser traduzido nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  (Figura 7.6a). Além disso, a molécula pode girar em torno de três eixos ortogonais (Figura 7.6b). A rotação sobre o eixo  $y$  pode ser desprezada, pois o momento de inércia da molécula  $I_y$  e sua energia rotacional  $\frac{1}{2}I_y\omega^2$  sobre esse eixo é desprezível em comparação àquelas associadas aos eixos  $x$  e  $z$ . (Se os dois átomos são modelados como partículas, então  $I_y$  é exatamente zero.) Portanto, existem cinco graus de liberdade para translação e rotação: três associados ao movimento de translação e dois ao movimento de rotação. Uma vez que cada grau de liberdade contribui, em média, com  $\frac{1}{2}k_B T$  de energia por molécula, a energia interna de um sistema de  $N$  moléculas, ignorando a vibração no momento, é:

$$E_{\text{int}} = 3N(\frac{1}{2}k_B T) + 2N(\frac{1}{2}k_B T) = \frac{5}{2}Nk_B T = \frac{5}{2}nRT$$

Podemos usar esse resultado e a Equação 7.13 para encontrar o calor específico molar a volume constante:

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} = \frac{1}{n} \frac{d}{dT} (\frac{5}{2}nRT) = \frac{5}{2}R \quad (7.21)$$

A partir das equações 7.16 e 7.17, vemos que:

$$C_p = C_v + R = \frac{7}{2}R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1,40$$

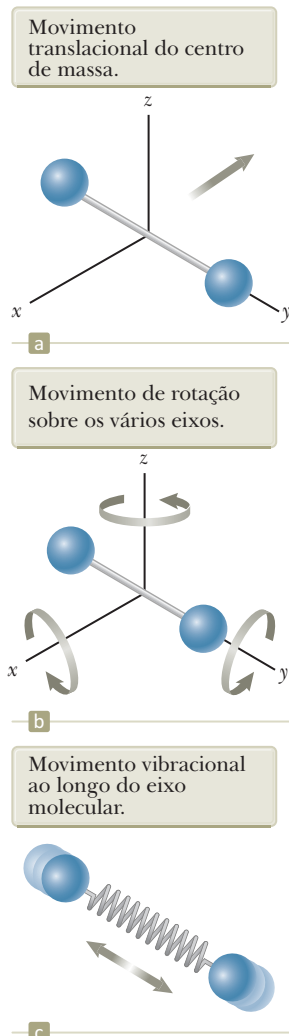
Esses resultados concordam muito bem com a maioria dos dados para moléculas diatômicas apresentados na Tabela 7.2. Isso é bastante surpreendente, porque ainda não levamos em conta as possíveis vibrações da molécula.

No modelo para a vibração, os dois átomos são unidos por uma mola imaginária (ver Figura 7.6c). O movimento vibratório acrescenta mais dois graus de liberdade, o que corresponde às energias cinética e potencial associadas a vibrações ao longo do comprimento da molécula. Assim, um modelo que inclui todos os três tipos de movimento prevê um total de energia interna de:

$$E_{\text{int}} = 3N(\frac{1}{2}k_B T) + 2N(\frac{1}{2}k_B T) + 2N(\frac{1}{2}k_B T) = \frac{7}{2}Nk_B T = \frac{7}{2}nRT$$

e um calor específico molar a volume constante de:

$$C_v = \frac{1}{n} \frac{dE_{\text{int}}}{dT} = \frac{1}{n} \frac{d}{dT} (\frac{7}{2}nRT) = \frac{7}{2}R \quad (7.22)$$



**Figura 7.6** Movimentos possíveis de uma molécula diatômica.

Esse valor é incompatível com dados experimentais para moléculas como  $H_2$  e  $N_2$  (ver Tabela 7.2), e sugere uma análise de nosso modelo baseado na Física Clássica.

Pode parecer que nosso modelo é um fracasso para a previsão molar específica para calores específicos dos gases diatômicos. Podemos declarar algum sucesso para nosso modelo, no entanto, se as medidas do calor específico molar forem efetuadas em uma ampla faixa de temperatura, em vez de uma temperatura única que nos dá os valores da Tabela 7.2. A Figura 7.7 mostra o calor específico molar do hidrogênio como uma função da temperatura. A característica notável sobre os três platôs na curva do gráfico é que eles são os valores do calor específico molar predito pelas equações 7.14, 7.21 e 7.22! Para baixas temperaturas, o gás de hidrogênio diatômico se comporta como um gás monoatômico. À medida que a temperatura sobe até a temperatura ambiente, seu calor específico molar sobe para um valor para um gás diatômico, consistente com a inclusão de rotação, mas não vibração. Para altas temperaturas, o calor específico molar é consistente com um modelo que incluía todos os tipos de movimento.

Antes de abordar a razão para esse comportamento misterioso, faremos algumas breves observações sobre gases poliatômicos. Para moléculas com mais de dois átomos, as vibrações são mais complexas que para moléculas diatômicas, e o número de graus de liberdade é ainda maior. O resultado é um calor específico molar previsto ainda mais elevado, que está em concordância qualitativa com os experimentos. Os calores específicos molares para os gases poliatômicos na Tabela 7.2 são superiores aos diatômicos. Quanto mais graus de liberdade disponíveis para uma molécula, mais “maneiras” existem para armazenar energia, resultando em um calor específico molar maior.

## Uma dica de quantização de energia

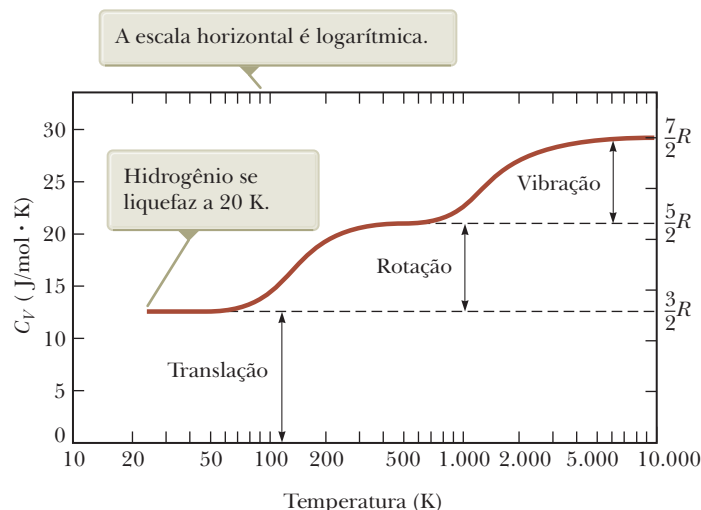
Nosso modelo para calor específico molar tem sido baseado, até agora, em noções puramente clássicas. Ele prevê um valor de calor específico de um gás diatômico que, de acordo com a Figura 7.7, só concorda com as medidas experimentais feitas em altas temperaturas. Para explicar por que este valor só é verdadeiro em altas temperaturas e por que platôs na Figura 7.7 existem, é preciso ir além da Física Clássica e introduzir um pouco de Física Quântica no modelo. No Capítulo 4, discutimos quantização da frequência para cordas vibrantes e colunas de ar; somente determinadas frequências de ondas estacionárias podem existir. Esse é um resultado natural quando as ondas estão sujeitas a condições de limite.

A Física Quântica (capítulos 6 a 9 do Volume 4 desta coleção) mostra que os átomos e as moléculas podem ser descritos pela física das ondas e sob condições limite. Consequentemente, essas ondas têm frequências quantizadas. Além disso, em Física Quântica, a energia de um sistema é proporcional à frequência da onda que representa o sistema. Assim, **as energias dos átomos e moléculas são quantizadas**.

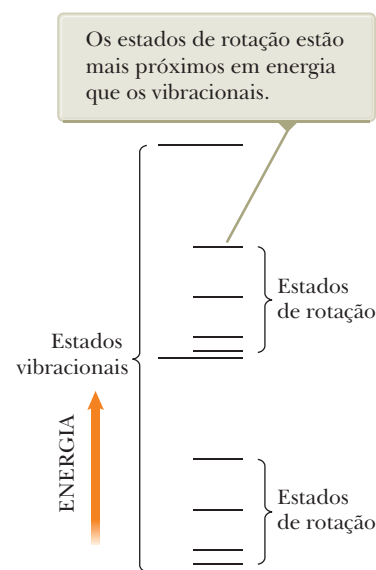
Para uma molécula, a Física Quântica nos diz que as energias rotacionais e vibracionais são quantizadas. A Figura 7.8 mostra um **diagrama de nível de energia** para os estados quânticos rotacionais e vibracionais de uma molécula diatômica. O menor estado permitido é chamado **estado base**. Observe que os estados vibracionais são separados por lacunas de energia maiores que os estados de rotação.

Em baixas temperaturas, a energia que uma molécula ganha em colisões com seus vizinhos em geral não é grande o suficiente para levá-la para o primeiro estado de excitação de uma rotação ou vibração. Portanto, apesar de rotação e vibração serem permitidas de acordo com a Física Clássica, na realidade, elas não ocorrem a baixas temperaturas. Todas as moléculas estão no estado fundamental para a rotação e vibração. A única contribuição à energia média das moléculas é de translação, e o calor específico é o previsto pela Equação 7.14.

Conforme a temperatura é elevada, a energia média das moléculas aumenta. Em algumas colisões, uma molécula pode ter energia suficiente transferida para si de outra molécula para excitar o primeiro estado rotacional. À medida que a temperatura sobe ainda mais, as moléculas podem ser mais excitadas para esse estado. O resultado é que a rotação começa a contribuir para a energia interna, e o calor específico molar aumenta. Próximo da temperatura ambiente na Figura 7.7,



**Figura 7.7** O calor específico molar do hidrogênio em função da temperatura.



**Figura 7.8** Diagrama de nível de energia para os estados vibracionais e rotacionais de uma molécula diatômica.

o segundo platô foi atingido, e a rotação contribui plenamente para o calor específico molar. O calor específico molar agora é igual ao previsto pela Equação 7.21.

À temperatura ambiente, não há nenhuma contribuição de vibração, porque as moléculas ainda estão no estado fundamental de vibração. A temperatura deve ser elevada ainda mais para excitar o primeiro estado vibracional, que acontece na Figura 7.7 entre 1.000 K e 10.000 K. A 10.000 K no lado direito da figura, a vibração está contribuindo plenamente para a energia interna, e o calor específico molar tem o valor previsto pela Equação 7.22.

As previsões desse modelo estão de acordo com o Teorema de Equipartição de Energia. Além disso, a inclusão no modelo da quantização de energia da Física Quântica permite uma compreensão completa da Figura 7.7.

**Teste Rápido 7.3** O calor específico molar de um gás diatômico é medido em volume constante e considerado  $29,1 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ . Quais são os tipos de energia que estão contribuindo para o calor específico molar? (a) Apenas translação. (b) Apenas translação e rotação. (c) Apenas translação e vibração. (d) Rotação, translação e vibração.

**Teste Rápido 7.4** O calor específico molar de um gás é medido em volume constante, e é  $11R/2$ . O gás tem maior probabilidade de ser (a) monoatômico, (b) diatômico ou (c) poliatômico?

## 7.5 Distribuição de velocidades moleculares

Até o momento, consideramos apenas os valores médios das energias das moléculas em um gás; ainda não abordamos a distribuição de energias entre as moléculas. Na realidade, o movimento das moléculas é extremamente caótico. Qual-

quer molécula individual colide com as outras a uma enorme velocidade, normalmente um bilhão de vezes por segundo. Cada colisão resulta em uma variação na velocidade e na direção do movimento de cada uma das moléculas participantes. A Equação 7.7 mostra que a velocidade *rms* molecular aumenta com o aumento da temperatura. Qual é o número relativo de moléculas que possuem alguma característica, como a energia, em determinado intervalo?

### Prevenção de Armadilhas 7.2

#### A função de distribuição

A função de distribuição  $n_V(E)$  é definida em termos do número de moléculas com energia na faixa de  $E$  para  $E + dE$ , em vez do número de moléculas com energia  $E$ . Como o número de moléculas é finito e o de valores possíveis de energia infinito, o número de moléculas com uma energia exata  $E$  pode ser zero.

Abordaremos essa questão considerando a **densidade numérica**  $n_V(E)$ . Essa quantidade, chamada *função de distribuição*, é definida de modo que  $n_V(E) dE$  é o número de moléculas por unidade de volume com energia entre  $E$  e  $E + dE$ . (A relação entre o número de moléculas que têm a característica desejada para o número total de moléculas é a probabilidade de que uma molécula particular tenha essa característica.) Em geral, a densidade numérica é encontrada na Mecânica Estatística como:

**Lei de Distribuição de Boltzmann** ►

$$n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T} \quad (7.23)$$

onde  $n_0$  é definida tal que  $n_0 dE$  seja o número de moléculas por unidade de volume tendo energia entre  $E = 0$  e  $E = dE$ . Esta equação, conhecida como a **Lei de Distribuição de Boltzmann**, é importante para a descrição da Mecânica Estatística em um grande número de moléculas. Ela afirma que a probabilidade de encontrar moléculas em um estado especial de energia varia exponencialmente com o negativo da energia, dividido por  $k_B T$ . Todas as moléculas cairiam no menor nível de energia se a agitação térmica, a uma temperatura  $T$ , não as excitasse para níveis mais elevados de energia.

### Exemplo 7.4

### Excitação térmica dos níveis de energia atômica

Conforme discutido na Seção 7.4, os átomos podem ocupar apenas determinados níveis de energia discretos. Considere um gás a uma temperatura de 2.500 K cujos átomos podem ocupar apenas dois níveis de energia separados por 1,50 eV, onde 1 eV (elétron-volt) é uma unidade de energia igual a  $1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$  (Figura 7.9). Determine a razão entre o número de átomos no maior nível de energia para o número no menor nível de energia.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Em sua representação mental deste exemplo, lembre-se de que apenas dois estados possíveis são permitidos para o sistema do átomo. A Figura 7.9 ajuda a visualizar os dois estados em um diagrama de nível de energia. Nesse caso, o átomo tem duas energias possíveis,  $E_1$  e  $E_2$ , onde  $E_1 < E_2$ .

## 7.4 cont.

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um em que aplicamos a Lei de Distribuição de Boltzmann para um sistema quantizado.

**Análise** Configure a razão entre o número de átomos no nível de energia maior para o número do menor nível de energia e use a Equação 7.23 para expressar cada número:

$$(1) \frac{n_V(E_2)}{n_V(E_1)} = \frac{n_0 e^{-E_2/k_B T}}{n_0 e^{-E_1/k_B T}} = e^{-(E_2 - E_1)/k_B T}$$

Avalie  $k_B T$  no expoente:  $k_B T = (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(2.500 \text{ K}) \left( \frac{1 \text{ eV}}{1,60 \times 10^{-19} \text{ J}} \right) = 0,216 \text{ eV}$

Substitua esse valor na Equação (1):  $\frac{n_V(E_2)}{n_V(E_1)} = e^{-1,50 \text{ eV}/0,216 \text{ eV}} = e^{-6,96} = 9,52 \times 10^{-4}$

**Finalização** Esse resultado indica que em  $T = 2.500 \text{ K}$ , apenas uma pequena fração dos átomos está no maior nível energético. De fato, para cada átomo no maior nível de energia há cerca de 1.000 átomos no nível mais baixo. O número de átomos no nível superior aumenta em temperaturas ainda mais elevadas, mas a Lei de Distribuição especifica que, no equilíbrio, há sempre mais átomos no nível mais baixo que no superior.

**E SE?** E se os níveis de energia na Figura 7.9 tivessem energias mais próximas? Isso aumentaria ou diminuiria a fração dos átomos no nível de energia superior?

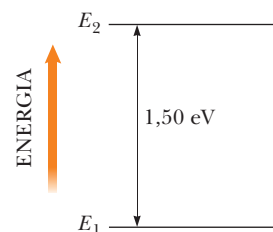
**Resposta** Se o nível excitado tem menos energia que na Figura 7.9, seria mais fácil para a agitação térmica excitar os átomos nesse nível e, nele, a fração de átomos seria maior, o que podemos ver matematicamente ao expressar a Equação (1) como:

$$r_2 = e^{-(E_2 - E_1)/k_B T}$$

onde  $r_2$  é a razão de átomos com energia  $E_2$  em relação àqueles com energia  $E_1$ . Diferenciando em relação a  $E_2$ , encontramos:

$$\frac{dr_2}{dE_2} = \frac{d}{dE_2} [e^{-(E_2 - E_1)/k_B T}] = -\frac{1}{k_B T} e^{-(E_2 - E_1)/k_B T} < 0$$

Como a derivada tem valor negativo, conforme  $E_2$  diminui,  $r_2$  aumenta.

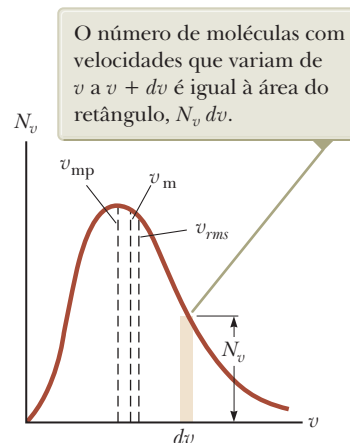


**Figura 7.9** (Exemplo 7.4) Diagrama de níveis de energia de um gás cujos átomos podem ocupar dois estados de energia.

Agora que discutimos a distribuição de energia, vamos estudar a distribuição das velocidades moleculares. Em 1860, James Clerk Maxwell (1831-1879) derivou uma expressão que descreve a distribuição de velocidades moleculares de uma forma muito clara. Sua obra e os desenvolvimentos posteriores por outros cientistas eram altamente controversos, porque a detecção direta de moléculas não podia ser alcançada experimentalmente na época. Cerca de 60 anos depois, porém, foram concebidos experimentos que confirmaram as previsões de Maxwell.

Vamos considerar um recipiente com gás cujas moléculas têm uma distribuição de velocidades. Suponha que queremos determinar quantas moléculas do gás têm uma velocidade na faixa de, por exemplo, 400 a 401 m/s. Intuitivamente, esperamos que a distribuição da velocidade dependa da temperatura. Além disso, esperamos que o pico da distribuição esteja nos arredores de  $v_{rms}$ . Isto é, algumas moléculas devem ter uma velocidade muito menor ou muito maior que  $v_{rms}$ , porque essas velocidades extremas resultam apenas de uma cadeia improvável de colisões.

A distribuição de velocidade de moléculas do gás em equilíbrio térmico observada é mostrada na Figura Ativa 7.10. A quantidade  $N_v$ , chamada **função Maxwell-Boltzmann da distribuição de velocidades**, é assim definida. Se  $N$  é o número total de moléculas, o número de moléculas com velocidades entre  $v$  e  $v + dv$  é  $dN = N_v dv$ . Esse número também é igual à área do retângulo sombreado na Figura Ativa 7.10. Além disso, a fração de moléculas com velocidades entre  $v$  e  $v + dv$  é  $(N_v dv)/N$ . Essa fração também é igual à probabilidade de que uma molécula tenha uma velocidade na faixa de  $v$  a  $v + dv$ .



**FIGURA ATIVA 7.10**

A distribuição de velocidade das moléculas do gás em uma temperatura. A função  $N_v$  se aproxima de zero conforme  $v$  se aproxima do infinito.

A expressão fundamental que descreve a distribuição de velocidades de  $N$  moléculas do gás é:

$$N_v = 4\pi N \left( \frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2k_B T} \quad (7.24)$$

onde  $m_0$  é a massa de uma molécula de gás,  $k_B$  é a constante de Boltzmann, e  $T$  é a temperatura absoluta.<sup>3</sup> Observe o aparecimento do fator de Boltzmann  $e^{-E/k_B T}$  com  $E = \frac{1}{2}m_0 v^2$ .

Conforme indicado na Figura Ativa 7.10, a velocidade média é um pouco menor que a *rms*. A *velocidade mais provável*  $v_{mp}$  é aquela em que a curva de distribuição atinge um pico. Usando a Equação 7.24, vemos que:

$$v_{rms} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_0}} = 1,73 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.25)$$

$$v_m = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_0}} = 1,60 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.26)$$

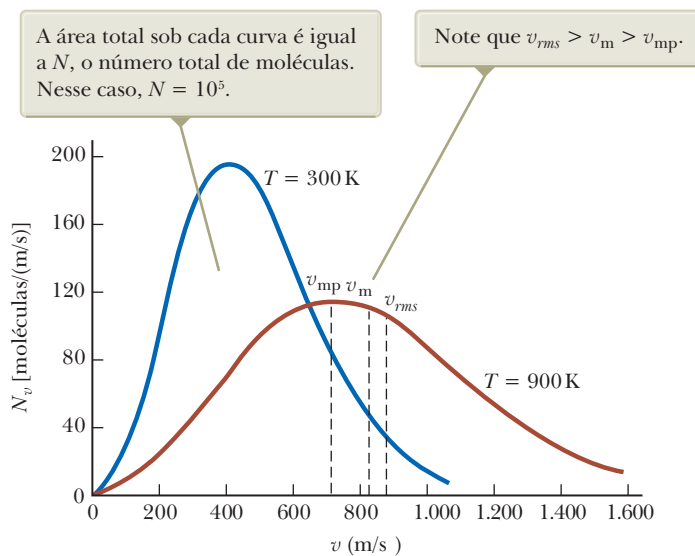
$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_0}} = 1,41 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.27)$$

A Equação 7.25 já apareceu como Equação 7.7. Os detalhes da derivação dessas equações utilizando a Equação 7.24 são deixados para os problemas de final de capítulo (consulte os problemas 38 e 65). A partir dessas equações, vemos que:

$$v_{rms} > v_m > v_{mp}$$

A Figura Ativa 7.11 representa as curvas de distribuição de velocidade para o nitrogênio,  $N_2$ . As curvas foram obtidas por meio da Equação 7.24 para avaliar a função de distribuição em várias velocidades e em duas temperaturas. Observe que o pico de cada curva se desloca para a direita conforme  $T$  aumenta, indicando o aumento da velocidade média com o aumento da temperatura, como esperado. Como a velocidade mais baixa possível é zero, e o limite superior da velocidade clássica é infinito, as curvas são assimétricas. (No Capítulo 5 do Volume 4 desta coleção, mostraremos que o verdadeiro limite superior é a velocidade da luz.)

A Equação 7.24 mostra que a distribuição de velocidades moleculares de um gás depende tanto da massa quanto da temperatura. A dada temperatura, a fração de moléculas com velocidades superiores a um valor fixo aumenta com a



**FIGURA ATIVA 7.11**

A função distribuição de velocidade para  $10^5$  moléculas de nitrogênio a 300 K e 900 K.

diminuição da massa. Assim, as moléculas mais leves, como  $H_2$  e He, escapam para o espaço mais facilmente da atmosfera da Terra que moléculas mais pesadas, como  $N_2$  e  $O_2$ . (Veja a discussão sobre a velocidade de escape no Capítulo 13 do Volume 1 desta coleção. As moléculas de gás escapam ainda mais facilmente a partir da superfície da Lua que da da Terra, pois a velocidade de escape da Lua é menor que na Terra.)

As curvas de distribuição da velocidade de moléculas em um líquido são semelhantes às mostradas na Figura Ativa 7.11. Podemos entender o fenômeno da evaporação de um líquido a partir dessa distribuição em velocidades, dado que algumas moléculas do líquido são mais energéticas que outras. Algumas das moléculas mais ágeis no líquido penetram na superfície e até mesmo deixam o líquido em temperaturas bem abaixo do ponto de ebulição. As moléculas que escapam do líquido por evaporação são aquelas que têm energia suficiente para superar as forças de atração das moléculas na fase líquida. Consequentemente, as moléculas deixadas para trás na fase líquida têm uma energia cinética média baixa; e, como resultado, a temperatura do líquido diminui. Assim, a evapora-

<sup>3</sup> Para a obtenção dessa expressão, consulte um livro avançado de Termodinâmica.



ção é um processo de resfriamento. Por exemplo, um pano embebido em álcool pode ser colocado em uma cabeça febril para esfriar e deixar o paciente confortável.

### Exemplo 7.5

### Um sistema de nove partículas

Nove partículas têm velocidades de 5,00; 8,00; 12,0; 12,0; 12,0; 14,0; 14,0; 17,0 e 20,0 m/s.

(A) Encontre a velocidade média das partículas.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine um pequeno número de partículas se movendo em direções aleatórias com algumas velocidades listadas.

**Categorização** Como estamos lidando com um pequeno número de partículas, podemos calcular a velocidade média diretamente.

**Análise** Encontre a velocidade média das partículas, dividindo a soma das velocidades pelo número total de partículas:

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{(5,00 + 8,00 + 12,0 + 12,0 + 12,0 + 14,0 + 14,0 + 17,0 + 20,0) \text{ m/s}}{9} \\ &= 12,7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(B) Qual é a velocidade *rms* das partículas?

#### SOLUÇÃO

Encontre o quadrado da velocidade média das partículas, dividindo a soma das velocidades ao quadrado pelo número total de partículas:

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \frac{(5,00^2 + 8,00^2 + 12,0^2 + 12,0^2 + 12,0^2 + 14,0^2 + 14,0^2 + 17,0^2 + 20,0^2) \text{ m}^2/\text{s}^2}{9} \\ &= 178 \text{ m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

Encontre a velocidade *rms* das partículas tirando a raiz quadrada:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{178 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 13,3 \text{ m/s}$$

(C) Qual é a velocidade mais provável das partículas?

#### SOLUÇÃO

Três das partículas têm velocidade de 12,0 m/s, duas têm velocidade de 14,0 m/s, e as quatro restantes têm velocidades diferentes. Assim, a velocidade mais provável  $v_{mp}$  é 12,0 m/s.

**Finalização** Compare este exemplo, em que o número de partículas é pequeno e sabemos as velocidades das partículas individuais, com o exemplo seguinte.

### Exemplo 7.6

### Velocidades moleculares em um gás de hidrogênio

Uma amostra de 0,500 mol de gás hidrogênio está a 300 K.

(A) Encontre a velocidade média, a velocidade *rms* e a velocidade mais provável das moléculas de hidrogênio.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine um grande número de partículas de um gás real, todas se movendo em direções aleatórias, com diferentes velocidades.

**Categorização** Não podemos calcular as médias, como foi feito no Exemplo 7.5, porque as velocidades individuais das partículas não são conhecidas. No entanto, estamos lidando com um número muito grande de partículas, então, podemos usar a função Maxwell-Boltzmann de distribuição de velocidade.

*continua*

## 7.6 cont.

**Análise** Use a Equação 7.26 para calcular a velocidade média:

$$\begin{aligned} v_m &= 1,60 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} = 1,60 \sqrt{\frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})}{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}} \\ &= 1,78 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Use a Equação 7.25 para achar a velocidade *rms*:

$$\begin{aligned} v_{rms} &= 1,73 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} = 1,73 \sqrt{\frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})}{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}} \\ &= 1,93 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Use a Equação 7.27 para encontrar a velocidade mais provável:

$$\begin{aligned} v_{mp} &= 1,41 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} = 1,41 \sqrt{\frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})}{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}} \\ &= 1,57 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

**(B)** Encontre o número de moléculas com velocidades entre 400 m/s e 401 m/s.

## SOLUÇÃO

Use a Equação 7.24 para avaliar o número de moléculas em uma estreita faixa de velocidade entre  $v$  e  $v + dv$ :

$$(1) N_v dv = 4\pi N \left( \frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2k_B T} dv$$

Avalie a constante na frente de  $v^2$ :  $4\pi N \left( \frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} = 4\pi n N_A \left( \frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2}$

$$\begin{aligned} &= 4\pi (0,500 \text{ mol})(6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \left[ \frac{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})}{2\pi (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})} \right]^{3/2} \\ &= 1,74 \times 10^{14} \text{ s}^3/\text{m}^3 \end{aligned}$$

Avalie o expoente de  $e$  que aparece na Equação (1):

$$-\frac{m_0 v^2}{2k_B T} = -\frac{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg})(400 \text{ m/s})^2}{2(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})} = -0,0645$$

Avalie  $N_v dv$  usando a Equação (1):

$$\begin{aligned} N_v dv &= (1,74 \times 10^{14} \text{ s}^3/\text{m}^3)(400 \text{ m/s})^2 e^{-0,0645} (1 \text{ m/s}) \\ &= 2,61 \times 10^{19} \text{ moléculas} \end{aligned}$$

**Finalização** Nessa avaliação, pode-se calcular o resultado sem a integração, porque  $dv = 1 \text{ m/s}$  é muito menor que  $v = 400 \text{ m/s}$ . Se tivéssemos procurado o número de partículas entre, digamos, 400 m/s e 500 m/s, seria preciso integrar a Equação (1) entre os limites de velocidade.

## Resumo

### Conceitos e Princípios

A pressão de  $N$  moléculas de um gás ideal contido em um volume  $V$  é:

$$P = \frac{2}{3} \left( \frac{N}{V} \right) \left( \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} \right) \quad (7.2)$$

A energia cinética translacional média por molécula de gás,  $\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2}$ , está relacionada com a temperatura  $T$  do gás através da expressão:

$$\frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T \quad (7.4)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann. Cada grau de liberdade de translação ( $x$ ,  $y$  ou  $z$ ) tem  $\frac{1}{2} k_B T$  de energia associada a ele.

O calor específico molar de um gás ideal monatômico a volume constante é  $C_V = \frac{3}{2} R$ ; o calor específico molar a pressão constante é  $C_P = \frac{5}{2} R$ . A relação dos calores específicos é dada por  $\gamma = C_P/C_V = \frac{5}{3}$ .

A **Lei de Distribuição de Boltzmann** descreve a distribuição de partículas entre os estados de energia disponíveis. O número relativo de partículas com energia entre  $E$  e  $E + dE$  é  $n_V(E) dE$ , onde:

$$n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T} \quad (7.23)$$

A **função de distribuição da velocidade de Maxwell-Boltzmann** descreve a distribuição de velocidades das moléculas em um gás:

$$N_v = 4\pi N \left( \frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-m_0 v^2 / 2 k_B T} \quad (7.24)$$

A energia interna de  $N$  moléculas (ou  $n$  mols) de um gás ideal monoatômico é de:

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} N k_B T = \frac{3}{2} n R T \quad (7.10)$$

A variação na energia interna para  $n$  mols de qualquer gás ideal que sofre uma variação de temperatura  $\Delta T$  é:

$$\Delta E_{\text{int}} = n C_V \Delta T \quad (7.12)$$

onde  $C_V$  é o **calor específico molar a volume constante**.

Se um gás ideal sofre uma expansão adiabática ou compressão, a Primeira Lei da Termodinâmica, juntamente com a equação de estado, mostra que:

$$P V^\gamma = \text{constante} \quad (7.18)$$

A Equação 7.24 nos permite calcular a **velocidade da raiz quadrática média**, a **velocidade média**, e a **velocidade mais provável** das moléculas no gás:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m_0}} = 1,73 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.25)$$

$$v_m = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m_0}} = 1,60 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.26)$$

$$v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2 k_B T}{m_0}} = 1,41 \sqrt{\frac{k_B T}{m_0}} \quad (7.27)$$

### Perguntas Objetivas

1. Duas amostras do mesmo gás ideal têm a mesma pressão e densidade. A amostra B tem o dobro do volume da A. Qual é a velocidade  $rms$  das moléculas na amostra B? (a) Duas vezes maior que na amostra A. (b) Igual à amostra A. (c) Metade do que na amostra A. (d) Impossível determinar.
2. Um gás ideal é mantido a pressão constante. Se a temperatura do gás é aumentada de 200 K para 600 K, o que acontece com a velocidade  $rms$  das moléculas? (a) Aumenta por um fator de 3. (b) Permanece o mesmo. (c) É um terço da velocidade do original. (d) É  $\sqrt{3}$  vezes a velocidade original. (e) Aumenta por um fator de 6.
3. O cilindro A contém gás oxigênio ( $O_2$ ), e o B, gás nitrogênio ( $N_2$ ). Se as moléculas dos dois cilindros têm a mesma velocidade  $rms$ , qual das seguintes afirmações é falsa? (a) Os dois gases têm diferentes temperaturas. (b) A temperatura do cilindro B é inferior à temperatura do A. (c) A temperatura do cilindro B é maior que a temperatura do A. (d) A energia cinética média das moléculas de nitrogênio é menor que a energia cinética média das moléculas de oxigênio.
4. Classifique os seguintes itens, do maior para o menor, observando os casos de igualdade. (a) A velocidade média das moléculas em determinada amostra de gás ideal. (b) A velocidade mais provável. (c) A velocidade da raiz quadrática média. (d) O vetor velocidade média das moléculas.
5. Um gás está a 200 K. Se quisermos dobrar a velocidade  $rms$  das moléculas do gás, para qual valor devemos elevar sua temperatura? (a) 283 K. (b) 400 K. (c) 566 K. (d) 800 K. (e) 1.130 K.

- Um balão de látex cheio de hélio inicialmente à temperatura ambiente é colocado em um congelador. O látex permanece flexível. (i) O volume do balão (a) aumenta, (b) diminui ou (c) permanece o mesmo? (ii) A pressão do gás hélio (a) aumenta significativamente, (b) diminui significativamente ou (c) é aproximadamente a mesma?
- Qual das hipóteses a seguir *não* é baseada na Teoria Cinética dos gases? (a) O número de moléculas é muito grande. (b) As moléculas obedecem às leis do movimento de Newton. (c) As forças entre as moléculas são de longo alcance. (d) O gás é uma substância pura. (e) A separação média entre as moléculas é grande em relação a suas dimensões.
- Um gás ideal está contido em um recipiente de 300 K. A temperatura do gás é então aumentada para 900 K. (i) Por qual fator a energia cinética média das moléculas muda? (a) 9. (b) 3. (c)  $\sqrt{3}$ . (d) 1. (e)  $\frac{1}{3}$ ? Usando as mesmas opções da parte (i), por qual fator cada uma das seguintes situações muda: (ii) a velocidade *rms* das moléculas, (iii) a variação média do momento em que uma molécula sofre uma colisão com uma parede particular, (iv) a taxa de colisões das moléculas com as paredes, e (v) a pressão do gás.

- Uma amostra de gás contendo um termômetro imerso é mantida sobre uma chapa quente. Um estudante é convidado a dar uma explicação passo a passo do que acontece em nossa observação sobre o que faz que a temperatura do gás aumente. Sua resposta inclui as seguintes etapas. (a) As moléculas aceleram. (b) Em seguida, colidem umas com as outras com mais frequência. (c) O atrito interno causa colisões inelásticas. (d) O calor é produzido nas colisões. (e) As moléculas do gás transferem mais energia para o termômetro quando o atingem, de modo que observamos que a temperatura sobe. (f) O mesmo processo pode ocorrer sem o uso de uma placa quente se rapidamente empurrarmos o pistão em um cilindro isolado contendo o gás. (i) Quais das partes de (a) a (f) dessa explicação estão corretas para termos uma explicação clara e completa? (ii) Quais são afirmações corretas, mas não são necessárias para explicar a leitura maior no termômetro? (iii) Quais são as afirmações incorretas?

## Perguntas Conceituais

- Qual é mais denso: o ar seco ou o saturado com vapor de água? Explique.
- Um recipiente é preenchido com gás hélio e outro com gás argônio. Ambos estão à mesma temperatura. Que moléculas têm maior velocidade *rms*? Explique.
- Quando o álcool é esfregado no corpo, a temperatura da pele é reduzida. Explique esse efeito.
- Por que um gás diatômico tem maior teor de energia por mol que um gás monatômico na mesma temperatura?

- A Lei de Dalton de pressões parciais afirma que a pressão total de uma mistura de gases é igual à soma das pressões que cada gás na mistura exerceria se estivesse sozinho no recipiente. Dê um argumento convincente para essa lei com base na Teoria Cinética dos Gases.
- O que acontece com um balão de látex cheio de hélio liberado no ar? Será que se expande ou se contrai? Será que ele deixará de subir em alguma altura?
- O ar quente sobe, então, por que é que geralmente se torna mais frio à medida que você sobe uma montanha? *Observação:* o ar tem baixa condutividade térmica.

## Problemas



**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

- denota problema direto;
- denota problema intermediário;
- denota problema de desafio;
- denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q/C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

### Seção 7.1 Modelo molecular de um gás ideal

*Observação:* o Problema 26 no Capítulo 5 pode ser resolvido também nesta seção.

- Calcule a massa de um átomo de (a) hélio, (b) ferro e (c) chumbo. Dê suas respostas em quilogramas. As massas atômicas dos átomos são 4,00 u, 55,9 u e 207 u, respectivamente.
- Em um sistema de ultravácuo (com pressões normais inferiores a  $10^{-7}$  pascal), a pressão é medida em  $1,00 \times 10^{-10}$  torr (onde

1 torr = 133 Pa). Supondo que a temperatura seja de 300 K, encontre o número de moléculas em um volume de  $1,00 \text{ m}^3$ .

- Em um intervalo de 30,0 s, 500 pedras de granizo atingem uma janela de vidro de área de  $0,600 \text{ m}^2$  em um ângulo de  $45,0^\circ$  com sua superfície. Cada pedrinha tem massa de 5,00 g e uma velocidade de 8,00 m/s. Supondo que as colisões são elásticas, encontre (a) a força média e (b) a pressão média na janela durante esse intervalo.
- M** Um cilindro contém uma mistura de hélio e argônio em equilíbrio a  $150^\circ\text{C}$ . (a) Qual é a energia cinética média

para cada tipo de molécula do gás? (b) Qual é a velocidade  $rms$  de cada tipo de molécula?

5. (a) Quantos átomos de gás hélio enchem um balão esférico de 30,0 centímetros de diâmetro a 20,0 °C e 1,00 atm? (b) Qual é a energia cinética média dos átomos de hélio? (c) Qual é a velocidade  $rms$  dos átomos de hélio?
6. A velocidade  $rms$  de uma molécula de oxigênio ( $O_2$ ) em um recipiente de gás oxigênio é de 625 m/s. Qual é a temperatura do gás?
7. Uma amostra de 2,00 mols de gás oxigênio é confinada em um recipiente de 5,00 L a uma pressão de 8,00 atm. Encontre a energia cinética translacional média das moléculas de oxigênio nessas condições.
8. O oxigênio, modelado como um gás ideal, está em um recipiente e tem temperatura de 77,0 °C. Qual é o módulo do momento  $rms$  médio das moléculas do gás no recipiente?
9. Um balão esférico de volume  $4,00 \times 10^3 \text{ cm}^3$  contém hélio a uma pressão de  $1,20 \times 10^5 \text{ Pa}$ . Há quantos mols de hélio no balão se a energia cinética média dos átomos de hélio é  $3,60 \times 10^{-22} \text{ J}$ ?  
Encontre a massa da porção da corda acima da barra.
10. **S** Um balão esférico de volume  $V$  contém hélio a uma pressão  $P$ . Há quantos mols de hélio no balão se a energia cinética média dos átomos de hélio é  $K$ ?

11. Em um período de 1,00 s,  $5,00 \times 10^{23}$  moléculas de nitrogênio atingem uma parede com uma área de  $8,00 \text{ cm}^2$ . Suponha que as moléculas se movam com uma velocidade de 300 m/s e atinjam a parede de frente em colisões elásticas. Qual é a pressão exercida sobre a parede? *Observação:* a massa de uma molécula de  $N_2$  é  $4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}$ .
12. **Q|C** Um recipiente de 7,00 L contém 3,50 mols de gás a uma pressão de  $1,60 \times 10^6 \text{ Pa}$ . Encontre (a) a temperatura do gás e (b) a energia cinética média das moléculas do gás no reservatório. (c) De quais informações adicionais você precisaria se lhe pedissem para encontrar a velocidade média das moléculas do gás?

## Seção 7.2 Calor específico molar de um gás ideal

*Observação:* você pode utilizar os dados na Tabela 7.2 sobre gases específicos. Aqui, definimos um “gás monatômico ideal” como tendo calor específico molar  $C_V = \frac{3}{2}R$  e  $C_P = \frac{5}{2}R$ , e um “gás diatômico ideal” como tendo  $C_V = \frac{5}{2}R$  e  $C_P = \frac{7}{2}R$ .

13. **S** Uma amostra de um gás diatômico ideal tem pressão  $P$  e volume  $V$ . Quando o gás é aquecido, sua pressão triplica e seu volume dobra. Esse processo de aquecimento inclui duas etapas, a primeira em pressão constante, a segunda, em volume constante. Determine a quantidade de energia transferida ao gás pelo calor.
14. Em um processo de volume constante, 209 J de energia são transferidos pelo calor para 1,00 mol de um gás ideal monatômico inicialmente em 300 K. Encontre (a) o trabalho realizado sobre o gás, (b) o aumento da energia interna do gás e (c) sua temperatura final.
15. Um cilindro vertical com um pistão pesado contém ar a 300 K. A pressão inicial é de  $2,00 \times 10^5 \text{ Pa}$  e o volume inicial é  $0,350 \text{ m}^3$ . Pegue a massa molar do ar, 28,9 g/mol e suponha que  $C_V = \frac{5}{2}R$ . (a) Encontre o calor específico do ar em volume constante em unidades de  $\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ . (b) Calcule a massa de ar no cilindro. (c) Suponha que o pistão seja mantido fixo. Procure a fonte de energia necessária para elevar a temperatura do ar a 700 K. (d) **E se?** Assuma novamente as condições do estado inicial e suponha que o pistão pesado seja livre para se mover. Procure a fonte de energia necessária para elevar a temperatura do ar a 700 K.
16. **Revisão.** Uma casa tem paredes bem isoladas e um volume de  $100 \text{ m}^3$  de ar a 300 K. (a) Calcule a energia necessária para aumentar a temperatura do gás diatômico ideal por  $1,00 ^\circ\text{C}$ . (b) **E se?** E se toda essa energia pudesse ser usada para levantar um objeto de massa  $m$  a uma altura de 2,00 m, qual seria o valor de  $m$ ?
17. Uma amostra de 1,00 mol de gás hidrogênio é aquecida à pressão constante de 300 K para 420 K. Calcule (a) a energia transferida ao gás pelo calor, (b) o aumento de sua energia interna e (c) o trabalho realizado sobre o gás.
18. Uma garrafa isolada de 1,00 L está cheia de chá a  $90,0 ^\circ\text{C}$ . Você se serve uma xícara e imediatamente rosqueia a tampa de volta na garrafa. Faça uma estimativa de ordem de grandeza da variação na temperatura do chá restante na garrafa que resulta da admissão de ar à temperatura ambiente. Mencione as quantidades que você considera dados e os valores que mede ou estima para elas.

## Seção 7.3 Processos adiabáticos para um gás ideal

19. **M** O ar, em uma nuvem de tempestade, expande-se à medida que sobe. Se sua temperatura inicial é de 300 K e nenhuma energia é perdida por condução térmica na expansão, qual é sua temperatura quando o volume inicial dobrar?
20. Uma amostra de 2,00 mols de um gás diatômico ideal se expande lenta e adiabaticamente de uma pressão de 5,00 atm e de um volume de 12,0 L para um volume final de 30,0 L. (a) Qual é a pressão final do gás? (b) Quais são as temperaturas inicial e final? Encontre (c)  $Q$ , (d)  $\Delta E_{\text{int}}$  e (e)  $W$  para o gás durante esse processo.
21. Durante o curso de compressão de um motor a gasolina, a pressão aumenta de 1,00 para 20,0 atm. Se o processo é adiabático e a mistura ar-combustível se comporta como um gás ideal diatômico, (a) por qual fator o volume varia. E (b) por qual fator a temperatura varia? Supondo que a compressão comece com 0,016 mol de gás a  $27,0 ^\circ\text{C}$ , encontre os valores de (c)  $Q$ , (d)  $\Delta E_{\text{int}}$  e (e)  $W$  que caracterizam o processo.
22. Quanto trabalho é necessário para compactar 5,00 mols de ar a  $20,0 ^\circ\text{C}$  e 1,00 atm a um décimo do volume original (a) por um processo isotérmico? (b) **E se?** Quanto trabalho é necessário para produzir a mesma compressão em um processo adiabático? (c) Qual é a pressão final na parte (a)? (d) Qual é a pressão final na parte (b)?
23. Durante a partida do motor de automóvel de quatro tempos, o pistão é forçado para baixo, enquanto a mistura de produtos da combustão e do ar sofrem uma expansão adiabática. Suponha que (1) o motor esteja funcionando a 2.500 ciclos/min; (2) a pressão do manômetro imediatamente antes da expansão seja de 20,0 atm; (3) os volumes da mistura imediatamente antes e após a expansão sejam  $50,0 \text{ cm}^3$  e  $400 \text{ cm}^3$ , respectivamente (Figura P7.23); (4) o intervalo de tempo para a expansão seja de um quarto do ciclo total; e (5) a mistura se comporte como um gás ideal com razão de calor específico 1,40. Encontre a potência média gerada durante a partida do motor.

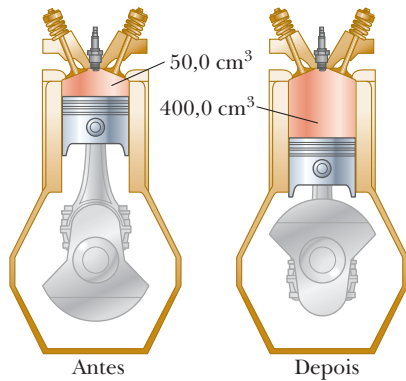


Figura P7.23

24. Por que a seguinte situação é impossível? Um motor a diesel novo que aumenta a economia de combustível em relação aos modelos anteriores é projetado. Automóveis equipados com esse design se tornam incríveis *best-sellers*. Duas características desse design são responsáveis pela maior economia de combustível: (1) o motor é feito inteiramente de alumínio para reduzir o peso do automóvel, e (2) o escape do motor é usado para pré-aquecimento do ar a  $50^\circ\text{C}$  antes de entrar no cilindro, para aumentar a temperatura final do gás comprimido. O motor tem uma taxa de compressão – isto é, a relação entre o volume inicial do ar e seu volume final após a compressão – de 14,5. O processo de compressão é adiabático, e o ar se comporta como um gás diatômico ideal com  $\gamma = 1,40$ .

25. Uma amostra de 4,00 L de um gás diatômico ideal com razão de calor específico de 1,40, confinada a um cilindro, é conduzida através de um ciclo fechado. O gás está inicialmente a 1,00 atm e 300 K. Primeiro, sua pressão é triplicada em volume constante. Então, expande-se adiabaticamente a sua pressão original. Finalmente, o gás é comprimido isobaricamente a seu volume original. (a) Desenhe um diagrama  $PV$  do ciclo. (b) Determine o volume do gás no final da expansão adiabática. (c) Encontre a temperatura do gás no início da expansão adiabática. (d) Encontre a temperatura no final do ciclo. (e) Qual foi o trabalho resultante feito sobre o gás para esse ciclo?

26. **S** Um gás ideal com razão de calor específico  $\gamma$  confinado em um cilindro é colocado em um ciclo fechado. Inicialmente, o gás está a  $P_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$ . Primeiro, sua pressão é triplicada em volume constante. Em seguida, expande-se adiabaticamente até sua pressão inicial e, finalmente, é comprimido isobaricamente a seu volume original. (a) Desenhe um diagrama  $PV$  do ciclo. (b) Determine o volume no final da expansão adiabática. Encontre (c) a temperatura do gás no início da expansão adiabática e (d) a temperatura no final do ciclo. (e) Qual foi o trabalho resultante feito sobre o gás para esse ciclo?

27. **GP** O ar (um gás diatômico ideal) a  $27,0^\circ\text{C}$  e à pressão atmosférica é levado para uma bomba de bicicleta (veja a foto de abertura deste capítulo) que tem um cilindro com diâmetro interno de 2,50 cm e comprimento de 50,0 centímetros. A força para baixo comprime adiabaticamente o ar, que atinge uma pressão de  $8,00 \times 10^5$  Pa antes de entrar no pneu. Queremos investigar o aumento da temperatura da bomba. (a) Qual é o volume inicial do ar na bomba? (b) Qual é o número de mols de ar na bomba? (c) Qual é a pressão absoluta do ar comprimido? (d) Qual é o volume do ar comprimido? (e) Qual é a temperatura do

ar comprimido? (f) Qual é o aumento na energia interna do gás durante a compressão? **E se?** A bomba é feita de aço de 2,00 mm de espessura. Suponha que 4,00 centímetros do comprimento do cilindro possam entrar em equilíbrio térmico com o ar. (g) Qual é o volume de aço neste comprimento de 4,00 centímetros? (h) Qual é a massa de aço neste comprimento de 4,00 centímetros? (i) Suponha que a bomba seja comprimida uma vez. Após a expansão adiabática, a condução resulta no aumento de energia na parte (f) sendo compartilhada entre o gás e o segmento de 4,00 cm de aço. Qual será o aumento da temperatura do aço após uma compressão?

### Seção 7.4 A equipartição da energia

28. **S** Certa molécula tem  $f$  graus de liberdade. Mostre que um gás ideal constituído de tais moléculas tem as seguintes propriedades: (a) sua energia interna total é  $f n R T / 2$ , (b) o calor específico molar a volume constante é  $f R / 2$ , (c) o calor específico molar à pressão constante é  $(f + 2) R / 2$ , e (d) sua razão de calor específico é  $\gamma = C_p / C_v = (f + 2) / f$ .
29. Em um modelo bruto (Figura P7.29) de uma molécula de cloro rotativa diatômica ( $\text{Cl}_2$ ), os dois átomos de cloro estão a  $2,00 \times 10^{-10}$  m de distância e em rotação ao redor de seus centros de massa com velocidade angular de  $\omega = 2,00 \times 10^{12}$  rad/s. Qual é a energia cinética de rotação de uma molécula de  $\text{Cl}_2$  que tem massa molar de 70,0 g/mol?

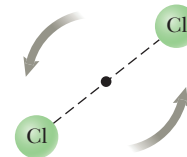


Figura P7.29

30. Por que a seguinte situação é impossível? Uma equipe de pesquisadores descobriu um novo gás, que tem um valor de  $\gamma = C_p / C_v$  de 1,75.
31. **M** A relação entre a capacidade térmica de uma amostra e o calor específico do material da amostra foi discutida na Seção 6.2. Considere uma amostra contendo 2,00 mols de um gás ideal diatômico. Assumindo que as moléculas estão em rotação, mas não vibram, encontre (a) a capacidade térmica total da amostra em volume constante, e (b) a capacidade total de calor a pressão constante. (c) **E se?** Repita as partes (a) e (b) supondo que as moléculas estejam em rotação e vibrem.

### Seção 7.5 Distribuição de velocidades moleculares

32. Dois gases em uma mistura difusa passam através de um filtro a taxas proporcionais em relação a suas velocidades *rms*. (a) Encontre a relação de velocidades para os dois isótopos do cloro,  $^{35}\text{Cl}$  e  $^{37}\text{Cl}$ , conforme se difundem pelo ar. (b) Qual isótopo se move mais rapidamente?
33. Um metro cúbico de hidrogênio atômico a  $0^\circ\text{C}$  à pressão atmosférica contém aproximadamente  $2,70 \times 10^{25}$  átomos. O primeiro estado de excitação do átomo de hidrogênio tem uma energia de 10,2 eV acima do estado mais baixo, chamado estado fundamental. Utilize o fator de Boltzmann para encontrar o número de átomos no primeiro estado de excitação (a) a  $0^\circ\text{C}$ , e em (b)  $(1,00 \times 10^4)^\circ\text{C}$ .
34. **M** Quinze partículas idênticas têm velocidades diferentes: uma tem velocidade de 2,00 m/s, duas de 3,00 m/s, três de 5,00 m/s, quatro de 7,00 m/s, três de 9,00 m/s e duas de



12,0 m/s. (a) Encontre as velocidades média, (b) a velocidade *rms* e (c) a mais provável dessas partículas.

35. A Lei de Atmosferas afirma que a densidade do número de moléculas na atmosfera depende da altura  $y$  acima do nível do mar, de acordo com:

$$n_V(y) = n_0 e^{-m_0 g y / k_B T}$$

onde  $n_0$  é a densidade numérica ao nível do mar (onde  $y = 0$ ). A altura média de uma molécula na atmosfera da Terra é dada por:

$$y_m = \frac{\int_0^\infty y n_V(y) dy}{\int_0^\infty n_V(y) dy} = \frac{\int_0^\infty y e^{-m_0 g y / k_B T} dy}{\int_0^\infty e^{-m_0 g y / k_B T} dy}$$

(a) Prove que essa altura média é igual a  $k_B T / m_0 g$ . (b) Obtenha a altura média, supondo que a temperatura seja 10,0 °C e que a massa molecular seja 28,9 u, ambas uniformes em toda a atmosfera.

36. **S** A partir da distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann, mostre que a velocidade mais provável de uma molécula de gás é dada pela Equação 7.27. *Observação:* a velocidade mais provável corresponde ao ponto em que a inclinação da curva de velocidade de distribuição  $dN_V/dv$  é zero.
37. Suponha que a atmosfera da Terra tenha temperatura de 20,0 °C e composição uniformes, com massa molar efetiva de 28,9 g/mol. (a) Mostre que a densidade das moléculas depende da altura  $y$  acima do nível do mar de acordo com:

$$n_V(y) = n_0 e^{-m_0 g y / k_B T}$$

onde  $n_0$  é a densidade numérica ao nível do mar (onde  $y = 0$ ). Esse resultado é a chamada *Lei de Atmosferas*. (b) Aviões comerciais viajam, em geral, a uma altitude de 11,0 km. Encontre a relação entre a densidade atmosférica nessa altitude para a densidade ao nível do mar.

38. **Q.C** Considere um recipiente de moléculas de gás nitrogênio a 900 K. Calcule (a) a velocidade mais provável, (b) a velocidade média e (c) a velocidade *rms* das moléculas. (d) Mostre como seus resultados são comparáveis com os valores apresentados na Figura Ativa 7.11.
39. **Revisão.** A que temperatura seria a velocidade média dos átomos de hélio igual (a) à velocidade de escape da Terra,  $1,12 \times 10^4$  m/s, e (b) à velocidade de escape da Lua,  $2,37 \times 10^3$  m/s? *Observação:* a massa de um átomo de hélio é  $6,64 \times 10^{-27}$  kg.

### Problemas Adicionais

40. Oito moléculas têm velocidades de 3,00 km/s, 4,00 km/s, 5,80 km/s, 2,50 km/s, 3,60 km/s, 1,90 km/s e 3,80 km/s e 6,60 km/s. Encontre (a) a velocidade média das moléculas e (b) a velocidade *rms* das moléculas.
41. Um pequeno tanque de oxigênio, a uma pressão de 125 atm, tem volume de 6,88 L a 21,0 °C. (a) Se um atleta respirar oxigênio a partir desse tanque, a uma taxa de 8,50 L/min, quando medido à pressão atmosférica e a temperatura permanecer em 21,0 °C, quanto tempo o tanque durará até que se esvazie? (b) Em determinado momento durante esse processo, qual é a relação da velocidade *rms* das moléculas restantes no tanque da velocidade *rms* daquelas sendo liberadas à pressão atmosférica?
42. **Q.C** O percurso livre médio  $\ell$  de uma molécula é a distância média que ela percorre antes de colidir com outra molécula. Ele é dado por:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 N_V}$$

onde  $d$  é o diâmetro da molécula e  $N_V$  é o número de moléculas por unidade de volume. O número de colisões que uma molécula tem com outras por unidade de tempo, ou frequência de colisões  $f$ , é dado por:

$$f = \frac{v_m}{\ell}$$

(a) Se o diâmetro de uma molécula de oxigênio é de  $2,00 \times 10^{-10}$  m, encontre o percurso livre médio das moléculas em um tanque de mergulho que tem volume de 12,0 L e é preenchido com oxigênio a uma pressão de 100 atm e temperatura de 25,0 °C. (b) Qual é o intervalo de tempo médio entre colisões moleculares para uma molécula do gás?

43. **Q.C** A atmosfera da Terra é constituída principalmente de oxigênio (21%) e nitrogênio (78%). A velocidade *rms* de moléculas de oxigênio ( $O_2$ ) na atmosfera em determinado local é de 535 m/s. (a) Qual é a temperatura da atmosfera nesse local? (b) Será que a velocidade *rms* de moléculas de nitrogênio ( $N_2$ ) nesse local será maior, igual ou inferior a 535 m/s? Explique. (c) Determine a velocidade *rms* de  $N_2$  em sua localização.
44. **Q.C** As dimensões de uma sala de aula são 4,20 m  $\times$  3,00 m  $\times$  2,50 m. (a) Encontre o número de moléculas de ar na sala à pressão atmosférica e 20,0 °C. (b) Encontre a massa do ar, supondo que ele seja composto de moléculas diatômicas com massa molar 28,9 g/mol. (c) Encontre a energia cinética média das moléculas. (d) Encontre a velocidade *rms* molecular. (e) **E se?** Suponha que o calor específico molar do ar seja independente da temperatura. Encontre a variação da energia interna do ar no ambiente conforme a temperatura é elevada a 25,0 °C. (f) Explique como você poderia convencer um colega de que sua resposta ao item (e) é correta, mesmo que soe surpreendente.
45. Um rifle de ar dispara um projétil de chumbo, permitindo que o ar de alta pressão se expanda, impulsionando o projétil para fora do cano de fuzil. Como esse processo acontece muito rapidamente, nenhuma condução térmica apreciável ocorre, e a expansão é essencialmente adiabática. Suponha que o rifle comece com 12,0 cm<sup>3</sup> de ar comprimido e que se comporte como um gás ideal com  $\gamma = 1,40$ . O ar em expansão empurra um projétil de 1,10 g como um pistão de área transversal 0,0300 cm<sup>2</sup> ao longo do cano da arma de 50,0 cm de comprimento. Que pressão inicial é necessária para ejetar o projétil com uma velocidade na boca da arma de 120 m/s? Despreze os efeitos do ar na frente do projétil e do atrito com as paredes internas do rifle.
46. **Q.C** Examine os dados para os gases poliatômicos na Tabela 7.2 e dê uma razão pela qual o dióxido de enxofre tem maior calor específico a volume constante que os outros gases a 300 K.
47. Conforme uma amostra de 1,00 mol de um gás monoatômico ideal se expande adiabaticamente, o trabalho realizado sobre ele é  $-2,50 \times 10^3$  J. A temperatura inicial e a pressão do gás são 500 K e 3,60 atm, respectivamente. Calcule (a) a temperatura final e (b) a pressão final.
48. **S** Uma amostra é constituída por uma quantidade de  $n$  mols de um gás monoatômico ideal. O gás se expande adiabaticamente, com o trabalho  $W$  feito sobre ele. (Trabalho  $W$  é um número negativo.) A temperatura inicial e a pressão do gás são  $T_i$  e  $P_i$  respectivamente. Calcule (a) a temperatura final e (b) a pressão final.

49. **S** Vinte partículas, cada uma de massa  $m_0$  e confinadas a um volume  $V$ , têm várias velocidades: duas têm velocidade  $v$ ; três,  $2v$ ; cinco,  $3v$ ; quatro,  $4v$ ; três,  $5v$ ; duas,  $6v$ ; e uma,  $7v$ . Encontre (a) a velocidade média, (b) a velocidade  $rms$ , (c) a velocidade mais provável, (d) a pressão média exercida sobre as partículas nas paredes do recipiente, e (e) a energia cinética média por partícula.

50. **Q C S** Em um cilindro, uma amostra de um gás ideal com o número de mols  $n$  sofre um processo adiabático. (a) Começando com a expressão  $W = -\int P dV$  e usando a condição  $PV^\gamma = \text{constante}$ , mostre que o trabalho realizado sobre o gás é:

$$W = \left( \frac{1}{\gamma - 1} \right) (P_f V_f - P_i V_i)$$

(b) Começando com a Primeira Lei da Termodinâmica, mostre que o trabalho realizado sobre o gás é igual a  $nC_V(T_f - T_i)$ . (c) Esses dois resultados são consistentes entre si? Explique.

51. Certo gás ideal tem calor específico molar de  $C_V = \frac{7}{2}R$ . Uma amostra de 2,00 mols do gás sempre começa na pressão  $1,00 \times 10^5$  Pa e temperatura de 300 K. Para cada um dos processos a seguir, determine (a) a pressão final, (b) o volume final, (c) a temperatura final, (d) a variação da energia interna do gás, (e) a energia adicionada ao gás pelo calor e (f) o trabalho realizado sobre o gás. **(i)** O gás é aquecido a pressão constante até 400 K. **(ii)** O gás é aquecido a volume constante até 400 K. **(iii)** O gás é comprimido a temperatura constante de  $1,20 \times 10^5$  Pa. **(iv)** O gás é comprimido adiabaticamente a  $1,20 \times 10^5$  Pa.
52. A compressibilidade  $\kappa$  de uma substância é definida como a variação fracional de volume dessa substância para dada variação na pressão:

$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

(a) Explique por que o sinal negativo na expressão garante que  $\kappa$  seja sempre positivo. (b) Mostre que se um gás ideal é comprimido isotermicamente, a compressibilidade é dada por  $\kappa_1 = 1/P$ . **(c) E se?** Mostre que se um gás ideal é comprimido adiabaticamente, sua compressibilidade é dada por  $\kappa_2 = 1/(\gamma P)$ . Determine valores para (d)  $\kappa_1$  e (e)  $\kappa_2$  para um gás monoatômico ideal a uma pressão de 2,00 atm.

53. Modele o ar como um gás diatômico ideal, com  $M = 28,9$  g/mol. Um cilindro com um pistão contém 1,20 kg de ar a  $25,0^\circ\text{C}$  e  $2,00 \times 10^5$  Pa. A energia é transferida pelo calor para o sistema conforme se expande com a pressão, aumentando para  $4,00 \times 10^5$  Pa. Durante a expansão, a relação entre pressão e volume é dada por:

$$P = CV^{1/2}$$

onde  $C$  é uma constante. Encontre (a) o volume inicial, (b) o volume final, (c) a temperatura final, (d) o trabalho realizado no ar e (e) a energia transferida pelo calor.

54. **Q C** Em uma amostra de um metal sólido, cada átomo é livre para vibrar em uma posição de equilíbrio. A energia do átomo é composta de energia cinética para o movimento nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  adicionada de energia potencial elástica associada com as forças da Lei de Hooke exercida pelos átomos vizinhos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . De acordo com o Teorema de Equipartição de Energia, suponha que a energia média de cada átomo seja  $\frac{1}{2}k_B T$  para cada grau de liberdade. (a) Prove que o calor específico molar do sólido é  $3R$ . A Lei de Dulong-Petit diz que esse resultado geralmente

descreve sólidos puros a temperaturas suficientemente elevadas. (Você pode desprezar a diferença entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante.) (b) Avalie o calor específico  $c$  do ferro. Explique como ele se compara com o valor constante da Tabela 6.1. (c) Repita a avaliação e comparação com o ouro.

55. **Revisão.** O oxigênio em pressões muito maiores que 1 atm é tóxico para as células do pulmão. Suponha que um mergulhador respire uma mistura de oxigênio ( $\text{O}_2$ ) e hélio ( $\text{He}$ ). Em peso, qual razão de hélio e oxigênio deve ser usada se o mergulhador está a uma profundidade de 50,0 m do oceano?

56. **Q C** O calor latente de vaporização da água à temperatura ambiente é de 2.430 J/g. Considere uma molécula em particular na superfície de um copo de água em estado líquido, em movimento ascendente, com velocidade suficientemente alta para que ela seja a próxima a se juntar com o vapor. (a) Encontre a energia cinética de translação. (b) Encontre sua velocidade. Agora, considere um gás fino composto de moléculas apenas como aquela descrita anteriormente. (c) Qual é sua temperatura? (d) Por que você não será queimado pela água em evaporação de um recipiente em temperatura ambiente?

57. Um arremessador atira uma bola de beisebol de 0,142 kg a  $47,2$  m/s. Enquanto se desloca  $16,8$  m para o *home plate*, a bola desacelera para  $42,5$  m/s por conta da resistência do ar. Encontre a variação na temperatura do ar por onde ela passa. Para encontrar a maior variação de temperatura possível, você pode partir das hipóteses. O ar tem calor específico molar de  $C_p = \frac{7}{2}R$  e uma massa molar equivalente de  $28,9$  g/mol. O processo é tão rápido que a cobertura da bola atua como isolamento térmico, e a temperatura da bola em si não muda. Uma variação na temperatura acontece inicialmente apenas para o ar em um cilindro de  $16,8$  m de comprimento e  $3,70$  centímetros de raio. Esse ar está inicialmente a  $20,0^\circ\text{C}$ .

58. **Q C Revisão.** Conforme uma onda sonora passa por um gás, as compressões são tão rápidas ou tão distantes que a condução térmica é impedida por um intervalo de tempo insignificante ou pela espessura efetiva do isolamento. As compressões e rarefações são adiabáticas. (a) Mostre que a velocidade do som em um gás ideal é:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

onde  $M$  é a massa molar. A velocidade do som em um líquido é dada pela Equação 3.8; use essa equação e a definição do módulo volumétrico da Seção 12.4 do Volume 1 desta coleção. (b) Calcule a velocidade teórica do som no ar a  $20,0^\circ\text{C}$  e mostre como ela se compara com o valor na Tabela 3.1. Use  $M = 28,9$  g/mol. (c) Mostre que a velocidade do som em um gás ideal é:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m_0}}$$

onde  $m_0$  é a massa de uma molécula. (d) Mostre como o resultado da parte (c) se compara com as velocidades média, mais provável e  $rms$  molecular.

59. Quando uma pequena partícula é suspensa em um fluido, o bombardeamento pelas moléculas faz que ela se mova aleatoriamente. Robert Brown descobriu esse movimento em 1827, enquanto estudava a adubação das plantas, e o movimento ficou conhecido como *movimento Browniano*. A energia cinética média da partícula pode ser assumida como  $\frac{3}{2}k_B T$ , a mesma de uma molécula em um gás ideal. Consi-

dere uma partícula esférica de densidade  $1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  na água a  $20,0^\circ\text{C}$ . (a) Para uma partícula de diâmetro  $d$ , calcule a velocidade  $rms$ . (b) O movimento real da partícula é um passeio aleatório, mas imagine que ela se mova com velocidade constante e igual em módulo a sua velocidade  $rms$ . Que intervalo de tempo seria necessário para ela se deslocar por uma distância igual a seu próprio diâmetro? (c) Calcule a velocidade  $rms$  e o intervalo de tempo para uma partícula de diâmetro de  $3,00 \mu\text{m}$ . (d) Calcule a velocidade  $rms$  e o intervalo de tempo para uma esfera de  $70,0 \text{ kg}$  de massa, modelando seu próprio corpo.

60. **Q.C** Uma molécula triatômica pode ter uma configuração linear, tal como o  $\text{CO}_2$  (Figura P7.60a), ou pode ser não linear, como o  $\text{H}_2\text{O}$  (Figura P7.60b). Suponha que a temperatura de um gás de moléculas triatômicas seja suficientemente baixa de modo que o movimento vibratório seja desprezível. Qual é o calor específico molar a volume constante, expresso como um múltiplo da constante universal dos gases, (a) se as moléculas são lineares e (b) se as moléculas não são lineares? Em altas temperaturas, uma molécula triatômica tem dois modos de vibração, e cada uma contribui  $\frac{1}{2}R$  para o calor específico molar de sua energia cinética, e outros  $\frac{1}{2}R$  para sua energia potencial. Identifique a alta temperatura do calor específico molar a volume constante para um gás ideal triatômico de (c) moléculas lineares, e (d) moléculas não lineares. (e) Explique como os dados de calor específico podem ser usados para determinar se uma molécula triatômica é linear ou não linear. Os dados da Tabela 7.2 são suficientes para fazer essa determinação?

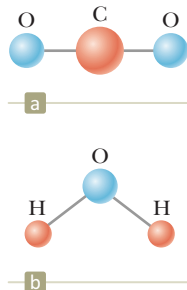


Figura P7.60

61. Para um gás maxwelliano, use um computador ou calculadora programável para encontrar o valor numérico da relação  $N_v(v)/N_v(v_{mp})$  para os seguintes valores de  $v$ : (a)  $v = (v_{mp}/50, 0)$ , (b)  $(v_{mp}/10, 0)$ , (c)  $(v_{mp}/2, 0)$ , (d)  $v_{mp}$ , (e)  $2,00v_{mp}$ , (f)  $10,0v_{mp}$  e (g)  $50,0v_{mp}$ . Dê seus resultados com três algarismos significativos.
62. Um recipiente contém  $1,00 \times 10^4$  moléculas de oxigênio a  $500 \text{ K}$ . (a) Faça um gráfico de precisão da função distribuição de velocidade de Maxwell em função da velocidade com pontos em intervalos de velocidade de  $100 \text{ m/s}$ . (b) Determine a velocidade mais provável a partir desse gráfico. (c) Calcule as velocidades média e  $rms$  para as moléculas e coloque esses dados no gráfico. (d) A partir do gráfico, estime a fração de moléculas com velocidades na faixa de  $300 \text{ m/s}$  para  $600 \text{ m/s}$ .
63. **Q.C** Uma amostra de um gás monatômico ideal ocupa  $5,00 \text{ L}$  à pressão atmosférica e  $300 \text{ K}$  (ponto A na Figura P7.63). Ela é aquecida a volume constante até  $3,00 \text{ atm}$  (ponto B). Em seguida, expande-se isotermicamente a  $1,00 \text{ atm}$  (ponto C) e, por fim, é comprimida isobaricamente a seu estado original. (a) Encontre o número de mols na amostra. Encontre a temperatura (b) no ponto B, (c) no

ponto C e (d) o volume no ponto C. (e) Agora, considere os processos  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow C$  e  $C \rightarrow A$ . Descreva como conduzir cada processo experimentalmente. (f) Encontre  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta E_{int}$  para cada processo. (g) Para o ciclo completo  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ , encontre  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta E_{int}$ .

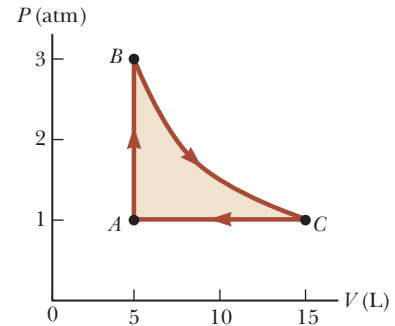


Figura P7.63

64. **S Revisão.** (a) Se tiver energia cinética suficiente, uma molécula na superfície da Terra pode “escapar da gravitação da Terra”, no sentido de que pode continuar a se afastar da Terra para sempre, como discutido na Seção 13.6 do Volume 1 desta coleção. Usando o princípio da conservação de energia, mostre que o mínimo de energia cinética necessária para “escapar” é  $m_0 g R_T$ , onde  $m_0$  é a massa da molécula,  $g$  é a aceleração da gravidade na superfície e  $R_T$  é o raio da Terra. (b) Calcule a temperatura para a qual a energia cinética de escape mínima é dez vezes maior que a energia cinética média de uma molécula de oxigênio.
65. **S** Usando a função de Maxwell-Boltzmann de distribuição de velocidades, verifique as equações 7.25 e 7.26 para (a) a velocidade  $rms$  e (b) a velocidade média das moléculas de um gás a uma temperatura  $T$ . O valor médio de  $v^n$  é:

$$\overline{v^n} = \frac{1}{N} \int_0^\infty v^n N_v dv$$

Use a Tabela B.6 no Apêndice B (tabela de integrais).

66. No diagrama  $PV$  para um gás ideal, duas curvas, uma isotérmica e outra adiabática, passam por cada ponto, como mostrado na Figura P7.66. Prove que a inclinação da curva adiabática é mais íngreme que a inclinação da isoterma nesse ponto pelo fator  $\gamma$ .

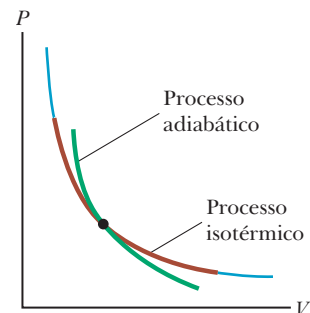


Figura P7.66

67. Com o uso do laser de feixes múltiplos, os físicos foram capazes de esfriar e confinar átomos de sódio em uma pequena região. Em um experimento, a temperatura dos átomos foi reduzida para  $0,240 \text{ mK}$ . (a) Determine a velocidade  $rms$  dos átomos de sódio a essa temperatura. Os átomos podem ser confinados por cerca de  $1,00 \text{ s}$ . A região de

confinamento tem dimensão linear de cerca de 1,00 cm. (b) Durante qual intervalo de tempo aproximado um átomo ficará fora da região da armadilha se não houvesse ação de confinamento?

68. **Q C S** Considere as partículas em uma centrífuga a gás, um dispositivo usado para separar partículas de massas diferentes, girando em uma trajetória circular de raio  $r$  com velocidade angular  $\omega$ . A força que age sobre uma molécula de gás em direção ao centro da centrífuga é  $m_0\omega^2r$ . (a) Discuta como uma centrífuga de gás pode ser usada para separar partículas de massas diferentes. (b) Suponha que a centrífuga contenha um gás de partículas de massas iguais. Mostre que a densidade das partículas em função de  $r$  é:

$$n(r) = n_0 e^{m_0 r^2 \omega^2 / 2k_B T}$$

69. Em Pequim, um restaurante mantém uma panela de caldo de galinha fervendo continuamente. Todas as manhãs, ela é completada para conter 10,0 L de água junto com um frango fresco, verduras e especiarias. A massa molar da água é de 18,0 g/mol. (a) Encontre o número de moléculas de água na panela. (b) Durante determinado mês, 90,0% do caldo foram servidos todos os dias a pessoas que depois emigravam imediatamente. Das moléculas de água na panela, no primeiro dia do mês, quando foi a última que possa ter sido levada para fora da panela? (c) O caldo ferveu durante séculos, através de guerras, terremotos e reparos no fogão. Suponha que a água que ficou na panela há muito tempo já esteja completamente misturada na hidrosfera da Terra, de massa  $1,32 \times 10^{21}$  kg. Quantas moléculas de água originalmente na panela são suscetíveis de estar presentes nela hoje novamente?

### Problemas de Desafio

70. **Q C S** As equações 7.25 e 7.26 mostram que  $v_{rms} > v_m$  para um conjunto de moléculas de gás, o que acaba por ser verdade toda vez que as partículas têm uma distribui-

ção de velocidades. Vamos explorar essa desigualdade para um gás de duas partículas. Considere a velocidade como sendo  $v_1 = av_m$ , e a outra partícula como tendo velocidade  $v_2 = (2-a)v_m$ . (a) Mostre que a média dessas duas velocidades é  $v_m$ . (b) Mostre que:

$$v_{rms}^2 = v_m^2 (2 - 2a + a^2)$$

(c) Mostre que a equação na parte (b) prova que, em geral,  $v_{rms} > v_m$ . (d) Sob qual condição específica será  $v_{rms} = v_m$  para o gás de duas partículas?

71. Um cilindro é fechado em ambas as extremidades e tem paredes isolantes. Ele é dividido em dois compartimentos por um pistão de isolamento que é perpendicular a seu eixo, como mostrado na Figura P7.71a. Cada compartimento contém 1,00 mol de oxigênio que se comporta como um gás ideal com  $\gamma = 1,40$ . Inicialmente, os dois compartimentos têm volumes iguais e suas temperaturas são 550 K e 250 K. O pistão se move lentamente, paralelo ao eixo do cilindro, até que fica parado em uma posição de equilíbrio (Figura P7.71b). Encontre a temperatura final nos dois compartimentos.

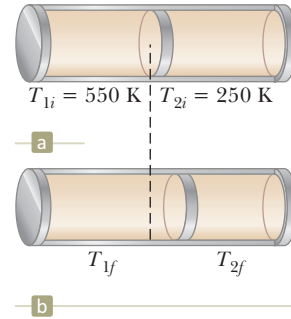


Figura P7.1

# Máquinas térmicas, entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica

- 8.1 Máquinas térmicas e a Segunda Lei da Termodinâmica
- 8.2 Bombas de calor e refrigeradores
- 8.3 Processos reversíveis e irreversíveis
- 8.4 A máquina de Carnot
- 8.5 Motores a gasolina e a diesel
- 8.6 Entropia
- 8.7 Entropia e a Segunda Lei
- 8.8 Entropia em escala microscópica

A Primeira Lei da Termodinâmica, que estudamos no Capítulo 6, é uma afirmação sobre a conservação de energia e um caso especial de redução da Equação 8.2 do Volume 1 desta coleção. Essa lei diz que uma mudança na energia interna em um sistema pode ocorrer como resultado da transferência de energia por calor, por trabalho, ou pelos dois. Embora a Primeira Lei da Termodinâmica seja muito importante, ela não distingue entre os processos que ocorrem e os que não ocorrem espontaneamente. No entanto, somente certos tipos de processos de conversão e transferência de energia acontecem na natureza. A *Segunda Lei da Termodinâmica*, tema principal deste capítulo, estabelece quais processos ocorrem ou não. A seguir, temos exemplos de processos que não violam a Primeira Lei da Termodinâmica se ocorrerem em qualquer direção, mas que, na realidade, ocorrem em uma única direção:

- Quando dois corpos a temperaturas diferentes são colocados em contato térmico um com o outro, a transferência total de energia por calor sempre é do mais quente para o mais frio, nunca o inverso.



**Motor Stirling do início do século XIX.** O ar é aquecido no cilindro inferior usando uma fonte externa. À medida que isso acontece, o ar se expande e empurra o pistão, fazendo que se mova. O ar é resfriado, permitindo que o ciclo recomece. Esse é um exemplo de uma máquina térmica, que estudaremos neste capítulo. (© Photo by SSPL/Getty Images)



- Uma bola de borracha jogada ao chão ricocheteia várias vezes, eventualmente chegando ao repouso, mas uma bola parada no chão nunca acumula energia interna do chão e começa a ricocheteiar por conta própria.
- Um pêndulo oscilatório eventualmente chega ao repouso por causa de colisões com moléculas de ar e do atrito no ponto de suspensão. A energia mecânica do sistema é convertida em energia interna no ar, no pêndulo e na suspensão; a conversão de energia inversa nunca ocorre.

Todos esses processos são *irreversíveis*; isto é, são processos que ocorrem naturalmente em uma única direção. Nenhum processo irreversível já foi observado ocorrendo no sentido contrário. Se isso acontecesse, violaria a Segunda Lei da Termodinâmica.<sup>1</sup>

## 8.1 Máquinas térmicas e a Segunda Lei da Termodinâmica

**Máquina térmica** é um aparelho que recebe energia por calor<sup>2</sup> e, operando em um processo cíclico, expõe uma fração dessa energia por meio de trabalho. Por exemplo, em um processo típico, no qual uma usina de energia produz eletricidade, um combustível – por exemplo, carvão –, é queimado e os gases produzidos a altas temperaturas são usados para converter água líquida em vapor. Esse vapor é direcionado para as lâminas de uma turbina, colocando-a em rotação. A energia mecânica associada a essa rotação é usada para acionar um gerador elétrico. Outro aparelho que pode ser modelado como uma máquina térmica é o motor de combustão interna de um automóvel. Esse aparelho usa energia de um combustível para realizar trabalho sobre pistões, que resulta no movimento do automóvel.

A máquina térmica carrega alguma substância que trabalha por um processo cíclico durante o qual (1) a substância que trabalha absorve energia do calor de um reservatório de energia em alta temperatura, (2) o trabalho é realizado pelo motor e (3) a energia é expelida pelo calor para um reservatório em temperatura mais baixa. A título de exemplo, considere a operação de um motor a vapor que usa água como a substância de trabalho. A água em uma caldeira absorve energia do combustível sendo queimado e evapora; esse vapor, então, realiza o trabalho por uma expansão contra um pistão. Depois que o vapor esfria e se condensa, a água líquida produzida volta para a caldeira e o ciclo se repete.

É útil representar uma máquina térmica esquematicamente como na Figura Ativa 8.1. O motor absorve uma quantidade de energia  $|Q_q|$  do reservatório quente. Para a discussão matemática sobre máquinas térmicas, usamos valores absolutos para realizar todas as transferências de energia por calor positivo, e a direção da transferência é indicada com um sinal positivo ou negativo explícito. A máquina realiza trabalho  $W_{\text{maq}}$  (de modo que trabalho *negativo*  $W = -W_{\text{maq}}$  é realizado *sobre* a máquina) e em seguida fornece uma quantidade de energia  $|Q_f|$  para o reservatório frio. Como a substância de trabalho passa por um ciclo, suas energias inicial e final são iguais:  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ . Então, a partir da Primeira Lei da Termodinâmica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q + W = Q - W_{\text{maq}} = 0$ , e o trabalho resultante  $W_{\text{maq}}$  realizado por uma máquina térmica é igual à energia resultante  $Q_{\text{tot}}$  transferida para ele. Como pode ser visto na Figura Ativa 8.1,  $Q_{\text{tot}} = |Q_q| - |Q_f|$ ; portanto:

$$W_{\text{maq}} = |Q_q| - |Q_f| \quad (8.1)$$

A **eficiência térmica** de uma máquina térmica é definida como a proporção do trabalho resultante realizado pelo motor, durante um ciclo, para a energia de entrada na temperatura mais alta durante o ciclo:

**Eficiência térmica de uma máquina térmica** ▶

$$e \equiv \frac{W_{\text{maq}}}{|Q_q|} = \frac{|Q_q| - |Q_f|}{|Q_q|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_q|} \quad (8.2)$$

### FIGURA ATIVA 8.1

Representação esquemática de uma máquina térmica.

#### Prevenção de Armadilhas 8.1

##### A Primeira e a Segunda Leis

Note a distinção entre a Primeira e a Segunda Leis da Termodinâmica. Se um gás passa por um *único* processo isotérmico, então,  $\Delta E_{\text{int}} = Q + W = 0$  e  $W = -Q$ . Portanto, a Primeira Lei permite que *toda* entrada de energia por calor seja expelida pelo trabalho. Em uma máquina térmica, no entanto, onde uma substância passa por um processo *cíclico*, somente uma *porção* da entrada de energia por calor pode ser expelida pelo trabalho de acordo com a Segunda Lei.

<sup>1</sup> Embora um processo ocorrendo no sentido inverso do tempo nunca tenha sido observado, é possível que ele ocorra. Entretanto, como veremos mais adiante neste capítulo, essa probabilidade é infinitesimalmente pequena. Desse ponto de vista, processos ocorrem com probabilidade muito maior em uma direção que na direção oposta.

<sup>2</sup> Usamos o calor como nosso modelo para a transferência de energia em uma máquina térmica. No entanto, outros métodos de transferência de energia são possíveis no modelo dessa máquina. Por exemplo, a atmosfera da Terra pode ser modelada como uma máquina térmica onde a entrada de transferência de energia se dá por meio da radiação eletromagnética do Sol. A saída da máquina térmica atmosférica causa a estrutura de vento na atmosfera.

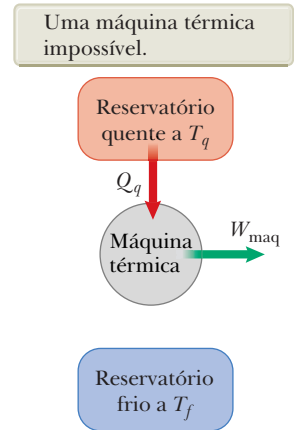


Você pode pensar na eficiência como a proporção do que ganha (trabalho) com o que você dá (transferência de energia na temperatura mais alta). Na prática, todas as máquinas térmicas expõem somente uma fração da energia de entrada  $Q_q$  por trabalho mecânico; em consequência, sua eficiência é sempre menor que 100%. Por exemplo, um bom motor de automóvel tem eficiência de aproximadamente 20%, e os a diesel têm eficiências que variam entre 35% e 40%.

A Equação 8.2 mostra que uma máquina térmica tem 100% de eficiência ( $e = 1$ ) somente se  $|Q_f| = 0$ , isto é, se a energia não é expelida para o reservatório frio. Ou seja, a máquina térmica com eficiência perfeita teria de expelir toda a energia que entrou pelo trabalho. Como as eficiências de máquinas reais são bem abaixo de 100%, a **forma Kelvin-Planck da Segunda Lei da Termodinâmica** faz a seguinte afirmação:

É impossível construir uma máquina térmica que, operando em um ciclo, não produza efeito nenhum além da entrada de energia por calor de um reservatório e a realização de igual quantidade de trabalho.

Essa afirmação da Segunda Lei significa que, durante a operação de uma máquina térmica,  $W_{\text{maq}}$  nunca pode ser igual a  $|Q_q|$  ou, alternativamente, que alguma energia  $|Q_f|$  deve ser rejeitada para o ambiente. Toda máquina térmica *deve* ter alguma descarga de energia. A Figura 8.2 é um diagrama esquemático da impossível máquina térmica “perfeita”.



**Figura 8.2** Diagrama esquemático de uma máquina térmica que recebe energia de um reservatório quente e realiza uma quantidade equivalente de trabalho. É impossível construir um motor tão perfeito.

**Teste Rápido 8.1** A entrada de energia para um motor é 3,00 vezes maior que o trabalho que ele desempenha. (i) Qual é sua eficiência térmica? (a) 3,00. (b) 1,00. (c) 0,333. (d) Impossível determinar. (ii) Que fração da entrada de energia é expelida para o reservatório frio? (a) 0,333. (b) 0,667. (c) 1,00. (d) Impossível determinar.

### Exemplo 8.1

### A eficiência de uma máquina

Uma máquina transfere  $2,00 \times 10^3 \text{ J}$  de energia de um reservatório quente durante um ciclo e  $1,50 \times 10^3 \text{ J}$  como descarga para um reservatório frio.

**(A)** Encontre a eficiência dessa máquina.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Reveja a Figura Ativa 8.1; pense na energia entrando na máquina a partir do reservatório quente e se dividindo, com parte dela saindo pelo trabalho e parte pelo calor para dentro do reservatório frio.

**Categorização** Este exemplo envolve a avaliação de quantidades das equações apresentadas nesta seção; então, categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Encontre a eficiência da máquina a partir da Equação 8.2:

$$e = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_q|} = 1 - \frac{1,50 \times 10^3 \text{ J}}{2,00 \times 10^3 \text{ J}} = 0,250 \text{ ou } 25,0\%$$

**(B)** Quanto trabalho essa máquina realiza em um ciclo?

#### SOLUÇÃO

Encontre o trabalho realizado pela máquina considerando a diferença entre as energias de saída e de entrada:

$$W_{\text{maq}} = |Q_q| - |Q_f| = 2,00 \times 10^3 \text{ J} - 1,50 \times 10^3 \text{ J} = 5,0 \times 10^2 \text{ J}$$

**E SE?** Suponha que a potência de saída do motor dessa máquina tenha sido pedida. Você tem informações suficientes para responder a essa questão?

*continua*

## 8.1 cont.

**Resposta** Não, você não tem informações suficientes. A potência de uma máquina é a *taxa* com a qual o trabalho é realizado pela máquina. Você sabe quanto trabalho é realizado por ciclo, mas não tem informação sobre o intervalo de tempo associado a um ciclo. Porém, se lhe dissessem que a máquina opera a 2.000 rpm (revoluções por minuto), você poderia relacionar essa taxa ao período de rotação  $T$  do mecanismo da máquina. Supondo que haja um ciclo termodinâmico por revolução, a potência é:

$$P = \frac{W_{\text{maq}}}{T} = \frac{5,0 \times 10^2 \text{ J}}{\left(\frac{1}{2.000} \text{ min}\right)} \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}\right) = 1,7 \times 10^4 \text{ W}$$

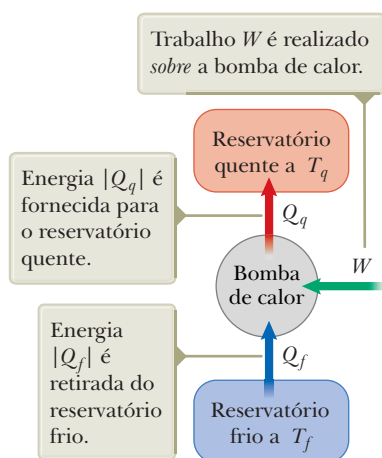
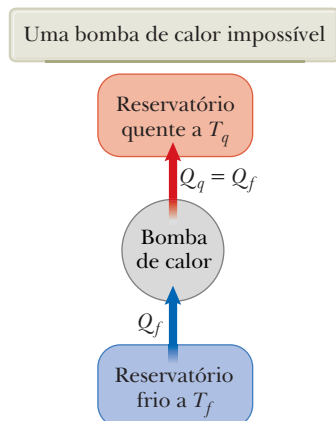


FIGURA ATIVA 8.3

Representação esquemática de uma bomba de calor.



**Figura 8.4** Diagrama esquemático de uma bomba de calor ou refrigerador impossíveis, ou seja, que recebe energia de um reservatório frio e fornece uma quantidade equivalente de energia para um reservatório quente sem a entrada de energia por trabalho.

## 8.2 Bombas de calor e refrigeradores

Em uma máquina térmica, a direção da transferência de energia é do reservatório quente para o frio, que é a direção natural. A função da máquina térmica é processar a energia do reservatório quente de modo a realizar trabalho útil. E se quiséssemos transferir energia do reservatório frio para o quente? Como essa não é a direção natural da transferência de energia, devemos colocar alguma energia em um aparelho para termos sucesso. Aparelhos que desempenham essa função são chamados **bombas de calor** e **refrigeradores**. Por exemplo, no verão, casas são resfriadas usando bombas de calor chamadas *ar-condicionado*, que transfere energia do cômodo frio para o ar quente fora da casa.

Em um refrigerador ou bomba de calor, o motor recebe energia  $|Q_f|$  de um reservatório frio e fornece energia  $|Q_q|$  para outro quente (Figura Ativa 8.3), o que pode ser feito somente se o trabalho for realizado *sobre* o motor. A partir da Primeira Lei, sabemos que a energia cedida para o reservatório quente deve ser igual à soma do trabalho realizado e da energia recebida do reservatório frio. Portanto, o refrigerador ou a bomba de calor transfere de um corpo mais frio (por exemplo, o conteúdo de um refrigerador de cozinha ou o ar de inverno fora de um edifício) para um corpo mais quente (o ar na cozinha ou uma sala no edifício). Na prática, é desejável conduzir esse processo com um mínimo de trabalho. Se o processo pudesse ser realizado sem desempenhar trabalho algum, o refrigerador ou a bomba de calor seriam “perfeitos” (Figura 8.4). Mais uma vez, a existência de tal aparelho violaria a Segunda Lei da Termodinâmica, que afirma, sob a forma do **enunciado de Clausius**,<sup>3</sup> que:

É impossível construir uma máquina cilíndrica cujo único efeito seja o de transferir energia continuamente por calor de um corpo para outro a uma temperatura mais alta sem a entrada de energia por trabalho.

Em termos mais simples, a energia não é transferida espontaneamente por calor de um corpo frio para um corpo quente. É necessária a entrada de trabalho para que um refrigerador funcione.

As afirmativas de Clausius e de Kelvin-Planck sobre a Segunda Lei da Termodinâmica parecem não ter relação entre si, mas, na realidade, são equivalentes em todos os aspectos. Embora não provemos isso aqui, se uma das afirmativas é falsa, a outra também é.<sup>4</sup>

Na prática, uma bomba de calor inclui um fluido circulante que passa pelos dois conjuntos de espirais metálicas que podem trocar energia com o entorno. O fluido é frio e tem pressão baixa quando está nas espirais localizadas em um ambiente frio, onde absorve energia pelo calor. O fluido resultante é então com-

<sup>3</sup> Rudolf Clausius (1822-1888), primeiro a fazer essa afirmativa.

<sup>4</sup> Consulte um livro avançado de Termodinâmica para essa prova.

primido e entra nas outras espirais como um fluido quente, de alta pressão. Ali, ele libera sua energia armazenada para o entorno quente. Em um ar-condicionado, a energia é absorvida pelo fluido nas espirais localizadas dentro do edifício; depois que o fluido é comprimido, a energia sai do fluido por espirais localizadas na parte externa. Em um refrigerador, as espirais externas ficam atrás ou embaixo da unidade. As espirais internas estão nas paredes do refrigerador e absorvem energia dos alimentos.

A eficácia de uma bomba de calor é descrita em termos de um número chamado **coeficiente de desempenho** (COD), que é semelhante à eficiência térmica para a máquina térmica por ser uma proporção do que você ganha (energia transferida para ou de um reservatório) para o que fornece (entrada de trabalho). Para uma bomba de calor operando no modo resfriar, “o que você ganha” é energia removida do reservatório frio. O refrigerador ou ar-condicionado mais eficaz é aquele que remove a maior quantidade de energia do reservatório frio em troca da menor quantidade de trabalho. Então, para esses aparelhos operando no modo de resfriamento, definimos o COD em termos de  $|Q_f|$ :

$$\text{COD (modo de resfriamento)} = \frac{\text{Energia transferida a baixa temperatura}}{\text{Trabalho realizado sobre a bomba de calor}} = \frac{|Q_f|}{W} \quad (8.3)$$

Um bom refrigerador deveria ter COD alto, tipicamente 5 ou 6.

Além das aplicações de resfriamento, bombas de calor estão se tornando mais populares para fins de aquecimento. As espirais que absorvem energia em uma bomba de calor estão localizadas fora de um edifício, em contato com o ar ou enterradas no solo. O outro jogo de espirais está no interior do edifício. O fluido circulante que flui pelas espirais absorve energia do exterior e libera a energia para o interior do edifício, a partir das espirais internas.

No modo de aquecimento, o COD de uma bomba de calor é definido como a proporção da energia transferida para o reservatório quente pelo trabalho necessário para transferir aquela energia:

$$\text{COD (modo de aquecimento)} = \frac{\text{Energia transferida a alta temperatura}}{\text{Trabalho realizado sobre a bomba de calor}} = \frac{|Q_h|}{W} \quad (8.4)$$

Se a temperatura externa é 25 °F (−4 °C) ou mais alta, um valor típico de COD para uma bomba de calor é aproximadamente 4. Isto é, a quantidade de energia transferida para o edifício é aproximadamente quatro vezes maior que o trabalho realizado pelo motor na bomba de calor. Porém, conforme a temperatura externa diminui, fica mais difícil para a bomba de calor extrair energia suficiente do ar e, então, o COD diminui. Portanto, o uso de bombas de calor que extraem energia do ar, embora satisfatório em climas amenos, não é adequado em áreas onde as temperaturas são muito baixas no inverno. É possível usar bombas de calor em áreas mais frias enterrando fundo as espirais externas no solo. Nesse caso, a energia é extraída do solo, que tende a ser mais quente que o ar no inverno.

**Teste Rápido 8.2** A energia entrando em um aquecedor elétrico por transmissão elétrica pode ser convertida para energia interna com eficiência de 100%. Por qual fator o custo para aquecer sua casa muda quando você substitui seu sistema de aquecimento elétrico por uma bomba de calor elétrica com COD de 4,00? Suponha que o motor impulsionando a bomba de calor seja 100% eficiente. (a) 4,00. (b) 2,00. (c) 0,500. (d) 0,250.

### Exemplo 8.2

### Água congelando

Certo refrigerador tem COD 5,00. Quando ele está funcionando, sua potência de entrada é 500 W. Uma amostra de água de massa de 500 g e temperatura 20,0 °C é colocada no compartimento do congelador. Quanto tempo demora para a água congelar e virar gelo a 0 °C? Suponha que todas as outras partes do refrigerador permaneçam na mesma temperatura e que não haja vazamento de energia para o exterior; então, a operação do refrigerador resulta somente na extração de energia da água.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** A energia sai da água, reduzindo sua temperatura e, então, transformando a água em gelo. O intervalo de tempo necessário para todo esse processo é relacionado à taxa na qual a energia é retirada da água, que, por sua vez, relaciona-se à potência de entrada do refrigerador.

**Categorização** Categorizamos este exemplo como um que combina nossa compreensão sobre as mudanças de temperatura e de fase do Capítulo 6 e sobre as bombas de calor deste capítulo.

*continua*

## 8.2 cont.

**Análise** Use a potência do refrigerador para determinar o intervalo de tempo  $\Delta t$  necessário para que o processo de congelamento ocorra:

$$P = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{W}{P}$$

Use a Equação 8.3 para relacionar o trabalho  $W$  realizado sobre a bomba de calor com a energia  $|Q_f|$  extraída da água:

$$\Delta t = \frac{|Q_f|}{P(\text{COD})}$$

Use as equações 6.4 e 6.7 para substituir a quantidade de energia  $|Q_f|$  que deve ser extraída da água com massa  $m$ :

$$\Delta t = \frac{|mc \Delta T + L_f \Delta m|}{P(\text{COD})}$$

Admita que a quantidade de água que congela é  $\Delta m = -m$  porque toda a água congela:

$$\Delta t = \frac{|m(c \Delta T - L_f)|}{P(\text{COD})}$$

Substitua os valores numéricos:

$$\Delta t = \frac{|(0,500 \text{ kg})[(4,186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(-20,0 ^\circ\text{C}) - 3,33 \times 10^5 \text{ J/kg}]|}{(500 \text{ W})(5,00)} = 83,3 \text{ s}$$

**Finalização** Na verdade, o intervalo de tempo para o congelamento da água em um refrigerador é muito maior que 83,3 s, o que sugere que as suposições de nosso modelo não são válidas. Somente uma pequena parte da energia extraída do interior do refrigerador, em certo intervalo de tempo, vem da água. A energia também deve ser extraída do recipiente onde está a água, e a energia que vaza continuamente para o interior, vinda do exterior, deve ser extraída.

## 8.3 Processos reversíveis e irreversíveis

Na seção seguinte, discutiremos uma máquina térmica teórica que é o mais eficiente possível. Para entender sua natureza, devemos primeiro examinar o significado de processos reversíveis e irreversíveis. Em um processo **reversível**, o sistema passando pelo processo pode voltar a suas condições iniciais seguindo o mesmo trajeto em um diagrama  $PV$ , e cada ponto ao longo desse trajeto é um estado de equilíbrio. Um processo que não satisfaz a essas exigências é **irreversível**.

### Prevenção de Armadilhas 8.2

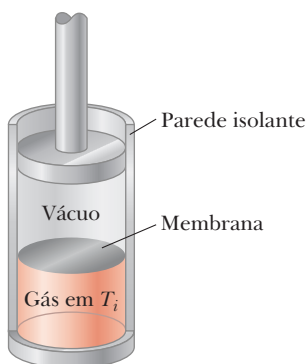
**Todos os processos reais são irreversíveis**

O processo reversível é uma idealização; todos os processos reais na Terra são irreversíveis.

Todos os processos naturais são irreversíveis. Vamos examinar a expansão adiabática livre de um gás, que já discutimos na Seção 6.6, e mostrar que não pode ser reversível. Considere um gás em um recipiente termicamente isolado como mostrado na Figura 8.5. Uma membrana separa o gás de um vácuo. Quando a membrana é perfurada, o gás se expande livremente no vácuo. Como resultado da perfuração, o sistema muda porque ocupa maior volume após a expansão. Como o gás não exerce uma força por um deslocamento, não realiza trabalho sobre o entorno conforme se expande. Adicionalmente, não há transferência de energia de

ou para o gás por calor porque o recipiente é isolado de seu entorno. Então, nesse processo adiabático, o sistema mudou, mas o entorno não.

Para que esse processo seja reversível, devemos retornar o gás a seu volume e temperatura originais, sem mudar o entorno. Imagine tentar inverter o processo comprimindo o gás para seu volume original. Para isso, encaixamos um pistão no recipiente e usamos um motor para forçar o pistão para dentro. Durante esse processo, o entorno muda porque trabalho está sendo realizado por um agente externo sobre o sistema. Além disso, o sistema muda porque a compressão aumenta a temperatura do gás. A temperatura do gás pode ser diminuída permitindo-se que ele entre em contato com um reservatório externo de energia. Embora essa etapa deixe o gás em suas condições originais, o entorno é novamente afetado, porque a energia do gás está sendo adicionada ao entorno. Se essa energia pudesse ser usada para impelir o motor que comprimiu o gás, a transferência total de energia para o entorno seria zero. Dessa forma, o sistema e seu entorno poderiam voltar



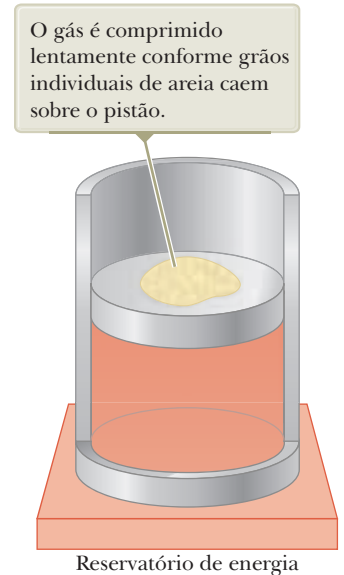
**Figura 8.5** Expansão adiabática livre de um gás.

a suas condições iniciais e poderíamos identificar o processo como reversível. A afirmativa de Kelvin-Planck sobre a Segunda Lei, no entanto, especifica que a energia removida do gás para fazer a temperatura retornar a seu valor original não pode ser completamente convertida em energia mecânica na forma de trabalho realizado pela máquina na compressão do gás. Então, devemos concluir que o processo é irreversível.

Poderíamos argumentar que a expansão adiabática livre é irreversível com base na parte da definição de um processo reversível sobre os estados de equilíbrio. Por exemplo, durante a expansão repentina, variações significativas ocorrem por todo o gás. Portanto, não há valor bem definido para a pressão de todo o sistema em qualquer momento entre os estados inicial e final. Na realidade, o processo não pode sequer ser representado como um trajeto em um diagrama  $PV$ , que, para uma expansão adiabática livre, mostraria as condições inicial e final como pontos, mas esses pontos não seriam conectados por um trajeto. Então, como as condições intermediárias entre os estados inicial e final não são estados de equilíbrio, o processo é irreversível.

Embora todos os processos reais sejam irreversíveis, alguns são quase reversíveis. Se um processo real ocorre muito lentamente de forma que o sistema está sempre quase em estado de equilíbrio, o processo pode ser aproximado como sendo reversível. Suponha que um gás seja comprimido isotermicamente em um arranjo pistão-cilindro, onde o gás está em contato térmico com um reservatório de energia, e transferimos continuamente somente energia suficiente do gás para o reservatório para manter a temperatura constante. Por exemplo, imagine que o gás é comprimido muito lentamente deixando grãos de areia cair sobre um pistão sem atrito, como mostrado na Figura 8.6. Conforme cada grão pousa no pistão e comprime o gás por uma pequena quantidade, o sistema se desvia do estado de equilíbrio, mas está tão próximo dele que atinge um novo estado de equilíbrio em um intervalo de tempo relativamente curto. Cada grão acrescentado representa uma mudança para um novo estado de equilíbrio, mas as diferenças entre estados são tão pequenas que todo o processo pode ser aproximado como se ocorresse em estados de equilíbrio contínuos. O processo pode ser revertido pela retirada lenta dos grãos de cima do pistão.

Uma característica geral de um processo reversível é que efeitos dissipativos (como turbulência ou atrito) que convertem energia mecânica em energia interna não podem estar presentes. Pode ser impossível eliminar tais efeitos completamente. Consequentemente, não é surpreendente que processos reais na natureza sejam irreversíveis.



**Figura 8.6** Método para comprimir um gás em um processo isotérmico reversível.

## 8.4 A máquina de Carnot

Em 1824, um engenheiro francês chamado Sadi Carnot descreveu um motor teórico, agora chamado **máquina de Carnot**, de grande importância prática e teórica. Ele mostrou que uma máquina térmica operando em ciclo ideal, reversível – chamado ciclo de Carnot –, entre dois reservatórios de energias é a mais eficiente possível. Tal máquina ideal estabelece um limite superior para as eficiências de todas as outras máquinas. Isto é, o trabalho total realizado por uma substância de trabalho que passa pelo ciclo de Carnot é a maior quantidade de trabalho possível para certa quantidade de energia fornecida à substância na temperatura mais alta. O **Teorema de Carnot** pode ser definido como a seguir:

Nenhuma máquina térmica real operando entre dois reservatórios de energia pode ser mais eficiente que uma máquina de Carnot operando entre os mesmos dois reservatórios.

### Prevenção de Armadilhas 8.3

#### Não compre uma máquina de Carnot

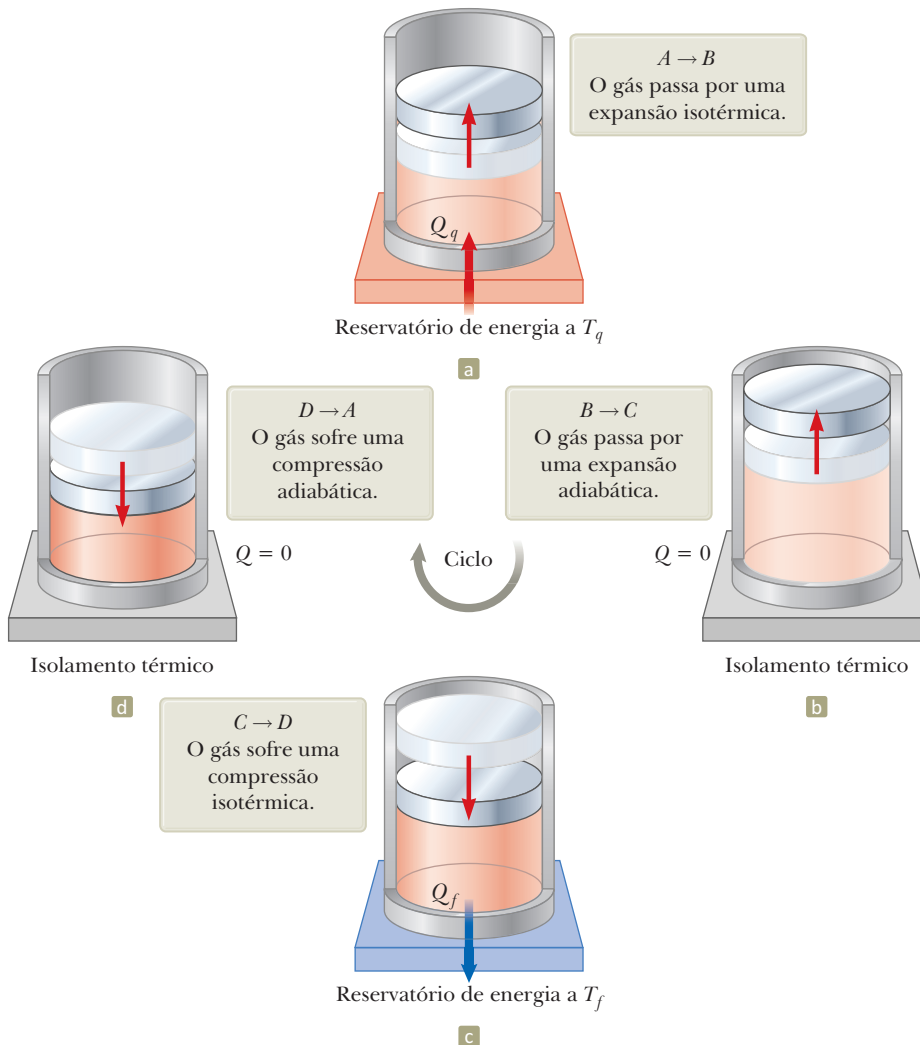
A máquina de Carnot é uma idealização; não espere que ela seja desenvolvida para usos comerciais. Exploramos essa máquina somente para considerações teóricas.

Para provar a validade desse teorema, imagine duas máquinas térmicas operando entre os *mesmos* reservatórios de energia. A primeira é uma máquina de Carnot com eficiência  $e_c$  e a outra é uma máquina com eficiência  $e$ , onde supomos  $e > e_c$ . Como o ciclo na máquina de Carnot é reversível, ela pode operar em reverso, como um refrigerador. A máquina mais eficiente é usada para impelir a máquina de Carnot como um refrigerador de Carnot. A saída da máquina mais eficiente por trabalho se iguala à entrada do refrigerador de Carnot por trabalho. Para a *combinação* da máquina com o refrigerador, não ocorre troca com o entorno por trabalho. Como supusemos que a máquina é mais eficiente que o refrigerador, o resultado total da combinação é uma transferência de energia do reservatório frio para o quente sem que trabalho seja realizado sobre a combinação. De acordo com a afirmativa de Clausius sobre a Segunda Lei, esse processo é impossível. Portanto, a suposição de que  $e > e_c$  deve ser falsa. Todas as máquinas reais são menos eficientes que

a máquina de Carnot porque não operam com ciclo reversível. A eficiência de uma máquina real é ainda mais reduzida por dificuldades práticas, como o atrito e as perdas de energia por condução.

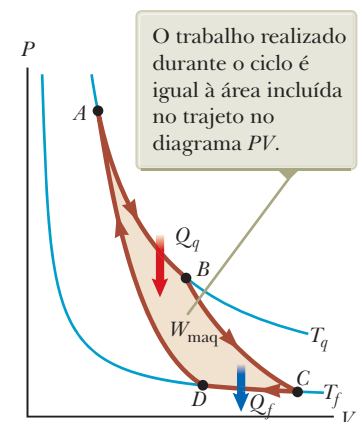
Para descrever o ciclo de Carnot ocorrendo entre as temperaturas  $T_f$  e  $T_q$ , vamos supor que a substância de trabalho seja um gás ideal contido em um cilindro ajustado com um pistão móvel em uma extremidade. As paredes do cilindro e o pistão não são condutores térmicos. Quatro etapas do ciclo de Carnot são mostradas na Figura Ativa 8.7, e o diagrama  $PV$  para o ciclo é mostrado na Figura Ativa 8.8. O ciclo de Carnot consiste em dois processos adiabáticos e dois isotérmicos, todos reversíveis:

1. O processo  $A \rightarrow B$  (Figura Ativa 8.7a) é uma expansão isotérmica à temperatura  $T_q$ . O gás é colocado em contato térmico com um reservatório de energia à temperatura  $T_q$ . Durante a expansão, o gás absorve energia  $|Q_q|$  do reservatório pela base do cilindro e realiza trabalho  $W_{AB}$  para subir o pistão.
2. No processo  $B \rightarrow C$  (Figura Ativa 8.7b), a base do cilindro é substituída por uma parede não condutora térmica, e o gás se expande adiabaticamente; ou seja, não entra nem sai energia por calor. Durante a expansão, a temperatura do gás diminui de  $T_q$  para  $T_f$  e o gás realiza trabalho  $W_{BC}$  para subir o pistão.
3. No processo  $C \rightarrow D$  (Figura Ativa 8.7c), o gás é colocado em contato térmico com um reservatório de energia à temperatura  $T_f$  e é comprimido isotermicamente à temperatura  $T_f$ . Durante esse tempo, o gás expõe energia  $|Q_f|$  para o reservatório, e o trabalho realizado pelo pistão sobre o gás é  $W_{CD}$ .
4. No processo final  $D \rightarrow A$  (Figura Ativa 8.7d), a base do cilindro é substituída por uma parede não condutora, e o gás é comprimido adiabaticamente. A temperatura do gás aumenta para  $T_q$ , e o trabalho realizado pelo pistão sobre o gás é  $W_{DA}$ .



**FIGURA ATIVA 8.7**

O ciclo de Carnot. As letras  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  indicam os estados do gás mostrados na Figura Ativa 8.8. As setas no pistão indicam a direção de seu movimento durante cada processo.



**FIGURA ATIVA 8.8**

Diagrama  $PV$  para o ciclo de Carnot. O trabalho total realizado  $W_{maq}$  é igual à energia total transferida para a máquina de Carnot em um ciclo,  $|Q_q| - |Q_f|$ .



A eficiência térmica da máquina é dada pela Equação 8.2:

$$e = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_q|}$$

No Exemplo 8.3, mostramos que para um ciclo de Carnot:

$$\frac{|Q_f|}{|Q_q|} = \frac{T_f}{T_q} \quad (8.5)$$

Então, a eficiência térmica de um motor de Carnot é:

$$e_C = 1 - \frac{T_f}{T_q} \quad (8.6) \quad \blacktriangleleft \text{Eficiência da máquina de Carnot}$$

Esse resultado indica que todas as máquinas de Carnot operando entre duas temperaturas iguais têm a mesma eficiência.<sup>5</sup>

A Equação 8.6 pode ser aplicada a qualquer substância de trabalho operando em um ciclo de Carnot entre dois reservatórios de energia. De acordo com essa equação, a eficiência é zero se  $T_f = T_q$ , como seria esperado. A eficiência aumenta conforme  $T_f$  é diminuída e  $T_q$  é elevada. A eficiência pode ser unidade (100%), no entanto, somente se  $T_f = 0$  K. Tais reservatórios não estão disponíveis; então, a eficiência máxima é sempre menos que 100%. Na maioria dos casos práticos,  $T_f$  está próxima da temperatura ambiente, que é aproximadamente 300 K. Portanto, tentamos aumentar a eficiência elevando  $T_q$ .

Teoricamente, uma máquina térmica com ciclo de Carnot funcionando em reverso constitui a bomba de calor mais eficaz possível, e ela determina o COD máximo para certa combinação de temperaturas dos reservatórios frio e quente. Usando as equações 8.1 e 8.4, vemos que o COD máximo para uma bomba de calor em seu modo de aquecimento é:

$$\begin{aligned} \text{COD}_F \text{ (modo de aquecimento)} &= \frac{|Q_q|}{W} \\ &= \frac{|Q_q|}{|Q_q| - |Q_f|} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_f|}{|Q_q|}} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_q}} = \frac{T_q}{T_q - T_f} \end{aligned}$$

O COD de Carnot para uma bomba de calor no modo de resfriamento é:

$$\text{COD}_F \text{ (modo de resfriamento)} = \frac{T_f}{T_q - T_f}$$

Conforme a diferença entre as temperaturas dos dois reservatórios se aproxima de zero nessa expressão, o COD teórico se aproxima do infinito. Na prática, a baixa temperatura das espirais de resfriamento e a alta temperatura no compressor limitam os valores do COD para menos de 10.

**Teste Rápido 8.3** Três máquinas operam entre reservatórios separados em temperatura por 300 K. As temperaturas dos reservatórios são as seguintes: máquina A:  $T_q = 1.000$  K,  $T_f = 700$  K; máquina B:  $T_q = 800$  K,  $T_f = 500$  K; máquina C:  $T_q = 600$  K,  $T_f = 300$  K. Classifique as máquinas em ordem de eficiência teórica possível do maior para o menor.

<sup>5</sup> Para que os processos no ciclo de Carnot sejam reversíveis, eles devem ser conduzidos infinitesimalmente devagar. Então, embora a máquina de Carnot seja a mais eficiente possível, ela tem potência de saída zero, porque demora um intervalo de tempo infinito para completar um ciclo! Para uma máquina real, o intervalo de tempo curto para cada ciclo faz que a substância de trabalho atinja uma alta temperatura, mais baixa que aquela do reservatório quente, e uma baixa temperatura, mais alta que aquela do reservatório frio. Uma máquina passando pelo ciclo de Carnot entre essa variação mais restrita de temperatura foi analisada por F.L. Curzon e B. Ahlborn ("Efficiency of a Carnot engine at maximum power output", *Am. J. Phys.* 43(1), 22, 1975), que descobriram que a eficiência com saída de potência máxima depende somente das temperaturas do reservatório  $T_f$  e  $T_q$  e é dada por  $e_{C-A} = 1 - (T_f/T_q)^{1/2}$ . A eficiência de Curzon-Ahlborn  $e_{C-A}$  fornece uma aproximação melhor das eficiências de máquinas reais que da eficiência de Carnot.

**Exemplo 8.3****Eficiência da máquina de Carnot**

Mostre que a proporção das transferências de energia por calor em uma máquina de Carnot é igual à proporção das temperaturas do reservatório, como dado na Equação 8.5.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Use as figuras ativas 8.7 e 8.8 para ajudá-lo a visualizar os processos no ciclo de Carnot.

**Categorização** Por causa de nosso entendimento do ciclo de Carnot, podemos categorizar os processos no ciclo como isotérmico e adiabático.

**Análise** Para a expansão isotérmica (processo  $A \rightarrow B$  na Figura Ativa 8.7) encontre a transferência de energia por calor do reservatório quente usando a Equação 6.14 e a Primeira Lei da Termodinâmica:

$$|Q_q| = |\Delta E_{\text{int}} - W_{AB}| = |0 - W_{AB}| = nRT_q \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Da mesma maneira, encontre a transferência de energia para o reservatório frio durante a compressão isotérmica  $C \rightarrow D$ :

$$|Q_f| = |\Delta E_{\text{int}} - W_{CD}| = |0 - W_{CD}| = nRT_f \ln \frac{V_C}{V_D}$$

Divida a segunda expressão pela primeira:

$$(1) \quad \frac{|Q_f|}{|Q_q|} = \frac{T_f}{T_q} \frac{\ln(V_C/V_D)}{\ln(V_B/V_A)}$$

Aplice a Equação 7.20 aos processos adiabáticos  $B \rightarrow C$  e  $D \rightarrow A$ :

$$\begin{aligned} T_q V_B^{\gamma-1} &= T_f V_C^{\gamma-1} \\ T_q V_A^{\gamma-1} &= T_f V_D^{\gamma-1} \end{aligned}$$

Divida a primeira equação pela segunda:

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} &= \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \\ (2) \quad \frac{V_B}{V_A} &= \frac{V_C}{V_D} \end{aligned}$$

Substitua a Equação (2) na Equação (1):

$$\frac{|Q_f|}{|Q_q|} = \frac{T_f}{T_q} \frac{\ln(V_C/V_D)}{\ln(V_B/V_A)} = \frac{T_f}{T_q} \frac{\ln(V_C/V_D)}{\ln(V_C/V_D)} = \frac{T_f}{T_q}$$

**Finalização** Essa última equação é a Equação 8.5, aquela que tínhamos de provar.

**Exemplo 8.4****A máquina a vapor**

Uma máquina a vapor tem uma caldeira que opera a 500 K. A energia do combustível queimado muda a água para vapor, e este impele um pistão. A temperatura do reservatório frio é a do ar externo, aproximadamente 300 K. Qual é a eficiência térmica máxima dessa máquina a vapor?

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Em uma máquina a vapor, o gás empurrando o pistão na Figura Ativa 8.7 é vapor. Uma máquina real a vapor não opera em um ciclo de Carnot, mas, para encontrar a eficiência máxima possível, imagine uma máquina de Carnot a vapor.

**Categorização** Calculamos uma eficiência usando a Equação 8.6, então categorizamos este exemplo como um problema de substituição.

Substitua as temperaturas do reservatório na Equação 8.6:

$$e_F = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0,400 \text{ ou } 40,0\%$$

Esse resultado é a eficiência *teórica* mais alta da máquina. Na prática, a eficiência é consideravelmente mais baixa.

## 8.4 cont.

**E SE?** Suponha que quiséssemos aumentar a eficiência teórica motor dessa máquina. Esse aumento pode ser alcançado elevando  $T_q$  em  $\Delta T$  ou diminuindo  $T_f$  pelo mesmo  $\Delta T$ . Qual deles seria mais eficaz?

**Resposta** Certo  $\Delta T$  teria maior efeito fracional sobre uma temperatura menor; então, você esperaria uma mudança maior na eficiência alterando  $T_f$  por  $\Delta T$ . Vamos testar isso numericamente. Elevar  $T_q$  em 50 K, correspondente a  $T_q = 550$  K, daria uma eficiência máxima de:

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0,455$$

Diminuir  $T_f$  em 50 K, correspondente a  $T_f = 250$  K, daria uma eficiência máxima de:

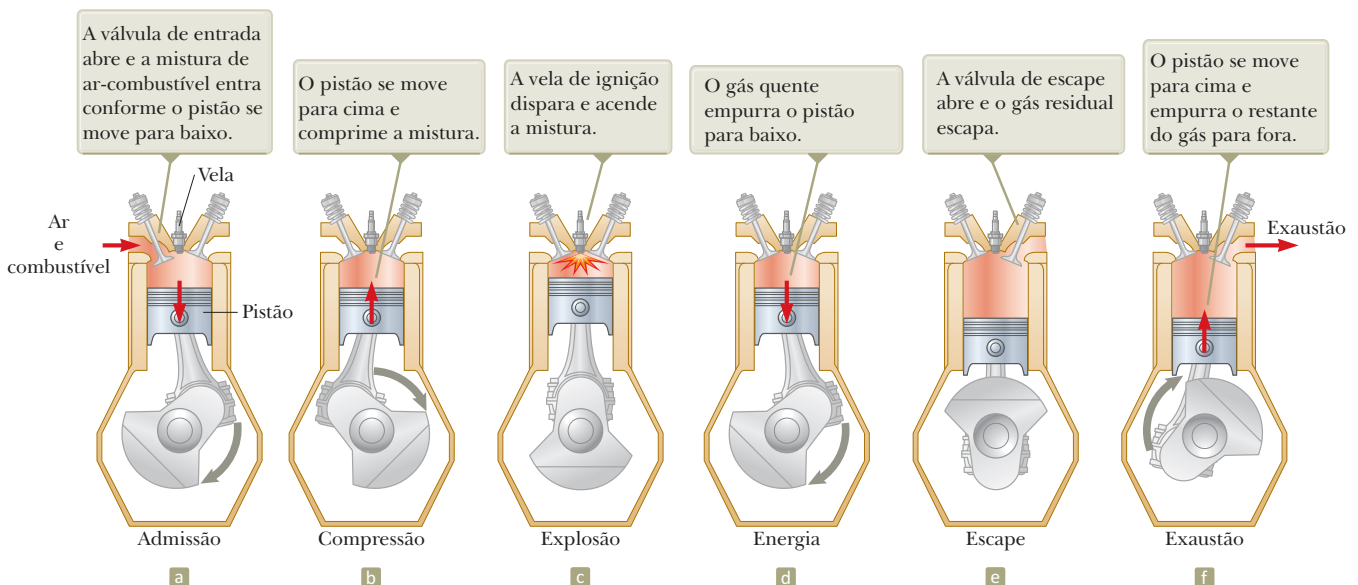
$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{250 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0,500$$

Embora mudar  $T_f$  seja *matematicamente* mais eficaz, frequentemente mudar  $T_q$  é mais prático.

## 8.5 Motores a gasolina e a diesel

Em um motor a gasolina ocorrem seis processos em cada ciclo, ilustrados na Figura Ativa 8.9. Nesta discussão, vamos considerar o interior do cilindro acima do pistão como sendo o sistema que passa por ciclos repetidos durante a operação do motor. Para certo ciclo, o pistão se move para cima e para baixo duas vezes, o que representa um ciclo de quatro tempos, com dois golpes para cima e dois para baixo. Os processos no ciclo podem ser aproximados pelo **ciclo de Otto** mostrado no diagrama  $PV$  na Figura Ativa 8.10. Na discussão a seguir, veja a Figura Ativa 8.9, para a representação pictórica dos tempos, e a Figura Ativa 8.10, para o significado das designações das letras a seguir no diagrama  $PV$ :

1. Durante o *curso de admissão* (Figura Ativa 8.9a e  $O \rightarrow A$  na Figura Ativa 8.10), o pistão se move para baixo, e uma mistura gasosa de ar e combustível é levada para dentro do cilindro na pressão atmosférica. Essa é a parte de entrada de energia do ciclo: a energia entra no sistema (o interior do cilindro) por transferência de matéria como energia potencial armazenada no combustível. Nesse processo, o volume aumenta de  $V_2$  para  $V_1$ . Essa numeração aparentemente de trás para a frente é baseada no curso de compressão (processo 2, a seguir), no qual a mistura ar-combustível é comprimida de  $V_1$  para  $V_2$ .



**FIGURA ATIVA 8.9**

O ciclo de quatro tempos de um motor a gasolina convencional. As setas no pistão indicam a direção de seu movimento durante cada processo.

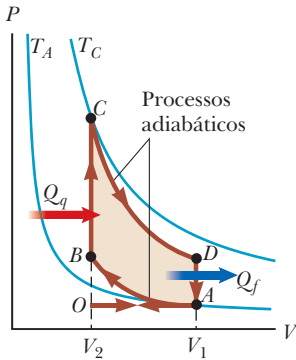


FIGURA ATIVA 8.10

Diagrama  $PV$  para o ciclo de Otto, que representa aproximadamente os processos que ocorrem em um motor de combustão interna.

2. Durante o *curso de compressão* (Figura Ativa 8.9b e  $A \rightarrow B$  na Figura Ativa 8.10), o pistão se move para cima, a mistura ar-combustível é comprimida adiabaticamente do volume  $V_1$  para  $V_2$ , e a temperatura aumenta de  $T_A$  para  $T_B$ . O trabalho realizado sobre o gás é positivo, e seu valor é igual à negativa da área sob a curva  $AB$  na Figura Ativa 8.10.
3. A combustão ocorre quando a vela de ignição gera uma centelha (Figura Ativa 8.9c e  $B \rightarrow C$  na Figura Ativa 8.10). Esse não é um dos cursos do ciclo porque ocorre em um intervalo de tempo muito curto, enquanto o pistão está em sua posição mais alta. A combustão representa uma rápida transformação de energia, da potencial armazenada em ligações químicas no combustível para a interna associada ao movimento molecular, que é relacionado com a temperatura. Durante esse intervalo de tempo, a pressão e a temperatura da mistura aumentam rapidamente, com a temperatura subindo de  $T_B$  para  $T_C$ . Entretanto, o volume fica aproximadamente constante por causa do curto intervalo de tempo. Como resultado, quase não há trabalho realizado sobre ou pelo gás. Podemos modelar esse processo no diagrama  $PV$  (Figura Ativa 8.10) como aquele no qual a energia  $|Q_q|$  entra no sistema. (Na realidade, esse processo é uma *conversão* da energia já no cilindro do processo  $O \rightarrow A$ .)
4. No *curso de alimentação* (Figura Ativa 8.9d e  $C \rightarrow D$  na Figura Ativa 8.10), o gás se expande adiabaticamente de  $V_2$  para  $V_1$ . Essa expansão leva a temperatura a cair de  $T_C$  para  $T_D$ . O trabalho é realizado pelo gás para empurrar o pistão para baixo, e o valor desse trabalho é igual à área sob a curva  $CD$ .
5. A liberação dos gases residuais ocorre quando uma válvula de escape é aberta (Figura Ativa 8.9e e  $D \rightarrow A$  na Figura Ativa 8.10). A pressão cai subitamente durante um curto intervalo de tempo, durante o qual o pistão fica quase estacionário, e o volume é aproximadamente constante. A energia é expelida do interior do cilindro e continua a sê-lo durante o processo seguinte.
6. No processo final, o *curso de escape* (Figura Ativa 8.9e e  $A \rightarrow O$  na Figura Ativa 8.10), o pistão se move para cima, enquanto a válvula de escape permanece aberta. Gases residuais são expelidos na pressão atmosférica e o volume diminui de  $V_1$  para  $V_2$ . O ciclo, então, é repetido.

Se supusermos que a mistura ar-combustível é um gás ideal, a eficiência do ciclo de Otto é:

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}} \quad (\text{ciclo de Otto}) \quad (8.7)$$

onde  $V_1/V_2$  é a **proporção de compressão**, e  $\gamma$  é a proporção do calor específico molar  $C_p/C_v$  para a mistura ar-combustível. A Equação 8.7, derivada no Exemplo 8.5, mostra que a eficiência aumenta conforme a proporção de compressão aumenta. Para uma proporção de compressão típica de 8 e com  $\gamma = 1,4$ , a Equação 8.7 prevê uma eficiência teórica de 56% para um motor operando no ciclo de Otto idealizado. Esse valor é muito maior que aquele alcançado em máquinas reais (15% a 20%) por causa de efeitos como o atrito, transferência de energia por condução pelas paredes do cilindro e combustão incompleta da mistura ar-combustível.

Motores a diesel operam em um ciclo semelhante ao de Otto, mas não empregam uma vela de ignição. A proporção de compressão para esse tipo de motor é muito maior que para um a gasolina. O ar no cilindro é comprimido até um volume muito pequeno e, em consequência, a temperatura do cilindro ao final do curso de compressão é muito alta. Nesse ponto, o combustível é injetado no cilindro. A temperatura é alta o suficiente para que a mistura ar-combustível se inflame sem o auxílio de uma vela de ignição. Motores a diesel são mais eficientes que os motores a gasolina por causa da maior proporção de compressão e das temperaturas mais altas resultantes de combustão.

### Exemplo 8.5

### Eficiência do ciclo de Otto

Mostre que a eficiência térmica de um motor operando em um ciclo de Otto idealizado (ver figuras ativas 8.9 e 8.10) é dada pela Equação 8.7. Trate a substância de trabalho como um gás ideal.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Estude as figuras ativas 8.9 e 8.10 para garantir que entenda o funcionamento do ciclo de Otto.

**Categorização** Como visto na Figura Ativa 8.10, categorizamos os processos no ciclo de Otto como isovolumétrico e adiabático.

## 8.5 cont.

**Análise** Modele a entrada e saída de energia como ocorrendo por calor nos processos  $B \rightarrow C$  e  $D \rightarrow A$ . (Na realidade, a maior parte da energia entra e sai por transferência de matéria conforme a mistura ar-combustível entra e sai do cilindro.) Use a Equação 7.8 para encontrar as transferências de energia por calor para esses processos, que ocorrem com volume constante:

$$\begin{aligned} B \rightarrow C \quad |Q_c| &= nC_V(T_C - T_B) \\ D \rightarrow A \quad |Q_f| &= nC_V(T_D - T_A) \end{aligned}$$

Substitua estas expressões na Equação 8.2:

$$(1) \quad e = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

Aplique a Equação 7.20 aos processos adiabáticos  $A \rightarrow B$  e  $C \rightarrow D$ :

$$\begin{aligned} A \rightarrow B \quad T_A V_A^{\gamma-1} &= T_B V_B^{\gamma-1} \\ C \rightarrow D \quad T_C V_C^{\gamma-1} &= T_D V_D^{\gamma-1} \end{aligned}$$

Resolva essas equações para as temperaturas  $T_A$  e  $T_D$ , observando que  $V_A = V_D = V_1$  e  $V_B = V_C = V_2$ :

$$(2) \quad T_A = T_B \left( \frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = T_B \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$(3) \quad T_D = T_C \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = T_C \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

Subtraia a Equação (2) da Equação (3) e rearranja:

$$(4) \quad \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

Substitua a Equação (4) na Equação (1):

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}}$$

**Finalização** Essa expressão final é a Equação 8.7.

## 8.6 Entropia

A Lei Zero da Termodinâmica envolve o conceito de temperatura, e a Primeira Lei, o conceito de energia interna. Temperatura e energia interna são variáveis de estado; isto é, o valor de cada uma depende somente do estado termodinâmico de um sistema, não do processo que o levou àquele estado. Outra variável de estado – esta relacionada à Segunda Lei da Termodinâmica – é a *entropia*  $S$ . Nesta seção, definiremos entropia em escala macroscópica, como foi primeiro expressa por Clausius em 1865.

A entropia foi formulada originalmente como um conceito útil em Termodinâmica. Porém, sua importância aumentou conforme o campo da Mecânica Estatística se desenvolveu, porque as técnicas analíticas dessa disciplina fornecem um meio alternativo para se interpretar entropia e um significado mais global para o conceito. Em Mecânica Estatística, o comportamento de uma substância é descrito em termos do comportamento estatístico de seus átomos e moléculas. Uma descoberta importante desses estudos é que sistemas isolados tendem à desordem, e **entropia** é uma medida dessa desordem. Por exemplo, considere as moléculas de um gás no ar de seu quarto. Se metade das moléculas de gás tivesse velocidade vetorial de mesmo módulo na direção da esquerda e a outra metade na direção da direita, a situação seria muito ordenada. No entanto, isto é extremamente improvável. Se você pudesse ver as moléculas, veria que elas se movem ao acaso em todas as direções, colidindo umas com as outras, mudando de velocidade após a colisão, algumas indo mais rapidamente e outras mais lentamente. Essa situação é altamente desordenada.

A causa da tendência de um sistema isolado à desordem é facilmente explicada. Para fazer isso, vamos distinguir entre *micro* e *macroestados* de um sistema. **Microestado** é uma configuração específica dos constituintes individuais do sistema. Por exemplo, a descrição dos vetores velocidade ordenados das moléculas de ar em seu quarto se referem a um microestado específico, e o movimento ao acaso, mais provável, é outro microestado. **Macroestado** é uma descrição das condições do sistema a partir de um ponto de vista macroscópico. Para um sistema termodinâmico, macroestados são descritos por variáveis macroscópicas, como pressão, densidade e temperatura.

### Prevenção de Armadilhas 8.4

#### A entropia é abstrata

Entropia é uma das noções mais abstratas da Física, então, siga a discussão nesta seção e nas subseqüentes com muita atenção. Não confunda energia com entropia. Embora os nomes soem parecidos, são conceitos muito diferentes.

Para qualquer macroestado do sistema, um número de microestados é possível. Vamos considerar primeiro alguns sistemas não termodinâmicos, para simplificar. Por exemplo, o macroestado de 4 em um par de dados pode ser formado dos microestados possíveis 1-3, 2-2 e 3-1. O macroestado de 2 só tem um microestado, 1-1. Supõe-se que todos os microestados são igualmente prováveis. Entretanto, quando todos os macroestados possíveis são examinados, vê-se que estes, associados à desordem, têm muito mais microestados possíveis que aqueles associados à ordem. Então, o 4 é um macroestado mais desordenado para dois dados do que o 2, porque há três microestados para 4 e somente um para o 2.

Há somente um microestado associado ao macroestado de um *royal flush* em uma mão de pôquer com cinco espadas, em ordem do dez para o ás (Figura 8.11a). A Figura 8.11b mostra outra mão de pôquer. Nesta, o macroestado é a “mão sem valor”. A *mão específica* (o microestado) na Figura 8.11b tem a mesma probabilidade que a mão na Figura 8.11a. Há, no entanto, *muitas* outras mãos parecidas com aquela da Figura 8.11b; isto é, há muitos microestados que também se qualificam como mãos sem valor. Quanto mais microestados pertencem a um macroestado específico, maior a probabilidade de aquele macroestado ocorrer. O macroestado de um *royal flush* de espadas é ordenado, de baixa probabilidade, de alto valor no pôquer. O macroestado de uma mão sem valor é desordenado, de alta probabilidade e de baixo valor.

**Teste Rápido 8.4** (a) Suponha que você escolha quatro cartas aleatoriamente de um baralho padrão e fique com um macroestado de quatro valetes. Quantos microestados são associados a esse macroestado? (b) Suponha que você pegue duas cartas e fique com um macroestado de dois ases. Quantos microestados são associados a esse macroestado?

Podemos também imaginar macroestados ordenados e desordenados em processos físicos, não somente em jogos de dados e pôquer. O resultado de um lançamento de dados ou de uma mão de pôquer é fixo depois que os dados são lançados ou as cartas distribuídas. Em contrapartida, sistemas físicos estão em constante estado de fluxo, mudando instante a instante de um microestado para outro. Com base na relação entre a probabilidade de um macroestado e o número de microestados associados, vemos que a probabilidade de um sistema se mover no tempo de um macroestado ordenado para um desordenado é muito maior que a probabilidade de o inverso acontecer, porque há muito mais microestados em um macroestado desordenado.

A formulação original da entropia em Termodinâmica envolve a transferência de energia por calor durante um processo reversível. Considere qualquer processo infinitesimal no qual um sistema muda de um estado de equilíbrio para outro. Se  $dQ_r$  é a quantidade de energia transferida por calor quando o sistema segue um caminho reversível entre os estados, a variação em entropia  $dS$  é igual a essa quantidade de energia para o processo reversível dividida pela temperatura absoluta do sistema:

**Variação em entropia para um processo infinitesimal**

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \quad (8.8)$$

Supusemos que a temperatura é constante porque o processo é infinitesimal. Como a entropia é uma variável de estado, nela a variação durante um processo depende somente dos pontos finais e é, portanto, independente do caminho seguido. Consequentemente, a variação em entropia para um processo irreversível pode ser determinada calculando-se essa variação para um processo *reversível* que conecta os mesmos estados inicial e final.

O subscrito  $r$  na quantidade  $dQ_r$  é um lembrete de que a energia transferida deve ser medida ao longo do caminho reversível, mesmo que o sistema tenha seguido algum caminho irreversível. Quando a energia é absorvida pelo sistema,  $dQ_r$  é positiva e a entropia do sistema aumenta. Quando a energia é expelida pelo sistema,  $dQ_r$  é negativa e a entropia do sistema diminui. Note que a Equação 8.8 não define entropia e, sim, a *variação* em entropia. Portanto, a quantidade significativa na descrição do processo é a *variação* em entropia.

Para calculá-la para um processo *finito*, reconheça primeiro que  $T$  geralmente não é constante durante o processo. Então, devemos integrar a Equação 8.8:

**Variação em entropia para um processo finito**

$$\Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \quad (8.9)$$



a



b

**Figura 8.11** (a) Um *royal flush* tem baixa probabilidade de ocorrer. (b) Uma mão sem valor no pôquer; uma em muitas.



Em um processo infinitesimal, a variação em entropia  $\Delta S$  de um sistema passando de um estado para outro tem o mesmo valor para *todos* os caminhos conectando os dois estados. Isto é, a variação finita em entropia  $\Delta S$  de um sistema depende somente das propriedades dos estados de equilíbrio inicial e final. Então, temos liberdade para escolher um caminho reversível específico para avaliar a entropia em vez do atual, desde que os estados inicial e final sejam os mesmos para os dois caminhos. Esse ponto será explorado mais detalhadamente na Seção 8.7.

**Teste Rápido 8.5** Um gás ideal é elevado de uma temperatura inicial  $T_i$  para uma mais alta  $T_f$  ao longo de dois caminhos reversíveis diferentes. O caminho A tem pressão constante, e o B, volume constante. Qual é a relação entre as variações de entropia para o gás para estes caminhos? (a)  $\Delta S_A > \Delta S_B$ . (b)  $\Delta S_A = \Delta S_B$ . (c)  $\Delta S_A < \Delta S_B$ .

### Exemplo 8.6

### Variação em entropia: derretimento

Um sólido com calor latente de fusão  $L_f$  derrete a uma temperatura  $T_m$ . Calcule a variação em entropia dessa substância quando uma massa  $m$  da substância derrete.

#### SOLUÇÃO

**Conceitualização** Imagine colocar a substância em um ambiente quente de modo que a energia entre nela por calor. O processo pode ser revertido colocando-se a substância em um ambiente frio de modo que a energia saia dela pelo calor. A massa  $m$  da substância que derrete é igual a  $\Delta m$ , a variação em massa da substância na fase mais alta (líquida).

**Categorização** Como o derretimento acontece a uma temperatura fixa, categorizamos o processo como isotérmico.

**Análise** Use a Equação 6.7 na Equação 8.9, notando que a temperatura permanece fixa:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T_m} \int dQ_r = \frac{Q_r}{T_m} = \frac{L_f \Delta m}{T_m} = \frac{L_f m}{T_m}$$

**Finalização** Observe que  $\Delta m$  é positivo, de modo que  $\Delta S$  é positivo, representando que a energia é acrescentada ao cubo de gelo.

**E SE?** Suponha que você não tivesse a Equação 8.9 disponível para calcular uma variação em entropia. Como poderia argumentar, a partir da descrição de entropia, que variações em entropia deveriam ser positivas?

**Resposta** Quando um sólido derrete, sua entropia aumenta porque as moléculas são muito mais desordenadas no estado líquido que no sólido. O valor positivo para  $\Delta S$  também significa que a substância em seu estado líquido não transfere energia espontaneamente de si mesma para o entorno quente e se congela, porque fazer isso implicaria um aumento espontâneo na ordem e uma diminuição na entropia.

Vamos considerar as variações em entropia que ocorrem em uma máquina térmica de Carnot que opera entre as temperaturas  $T_f$  e  $T_q$ . Em um ciclo, a máquina recebe energia  $|Q_q|$  do reservatório quente e fornece energia  $|Q_f|$  para o reservatório frio. Essas transferências de energia ocorrem somente durante as porções isotérmicas do ciclo de Carnot; portanto, a temperatura constante pode ser posta na frente do sinal integral na Equação 8.9. A integral pode então ter o valor da quantidade total da energia transferida pelo calor. Então, a variação total em entropia para um ciclo é:

$$\Delta S = \frac{|Q_q|}{T_q} - \frac{|Q_f|}{T_f}$$

onde o sinal de menos representa a energia que sai da máquina. No Exemplo 8.3, mostramos que para uma máquina de Carnot:

$$\frac{|Q_f|}{|Q_q|} = \frac{T_f}{T_q}$$

Usando esse resultado na expressão anterior para  $\Delta S$ , descobrimos que a variação total em entropia para uma máquina de Carnot operando em um ciclo é *zero*:

$$\Delta S = 0$$

Considere agora um sistema que passa por um ciclo reversível arbitrário (não Carnot). Como a entropia é uma variável de estado – e, portanto, depende somente das propriedades de certo estado de equilíbrio –, concluímos que  $\Delta S = 0$  para *qualquer* ciclo reversível. Em geral, podemos escrever essa condição como:

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = 0 \quad (\text{ciclo reversível}) \quad (8.10)$$

onde o símbolo  $\oint$  indica que a integração ocorre em um caminho fechado.

## 8.7 Entropia e a Segunda Lei

Por definição, um cálculo da variação em entropia para um sistema exige informação sobre um caminho reversível conectando os estados de equilíbrio inicial e final. Para calcular as variações em entropia para processos reais (irreversíveis), lembre-se de que a entropia (como a energia interna) depende somente do *estado* do sistema. Isto é, a entropia é uma variável de estado, e a variação em entropia depende somente do estado inicial e do final.

Você pode calcular a variação de entropia em algum processo reversível entre dois estados de equilíbrio criando um processo reversível (ou uma série de processos reversíveis) entre os mesmos dois estados e computando  $\Delta S = \int dQ_r/T$  para o processo reversível. Em processos reversíveis, é importante distinguir entre  $Q$ , a transferência de energia que realmente ocorre no processo, e  $Q_r$ , a energia que teria sido transferida por calor ao longo de um caminho reversível. Somente  $Q_r$  é o valor correto a ser usado no cálculo da variação em entropia.

Se considerarmos que um sistema e seu entorno incluem todo o Universo, este sempre se move na direção de um macroestado de maior probabilidade, correspondente a uma maior desordem. Como a entropia é uma medida de desordem, uma maneira alternativa para declarar esta afirmativa é:

**Afirmativa de entropia da  
Segunda Lei da Termodinâmica** ►

A entropia do Universo aumenta em todos os processos reais.

Essa afirmação é mais uma maneira de expressar a Segunda Lei da Termodinâmica, que pode ser comparada às afirmativas de Kelvin-Planck e de Clausius.

Quando lidar com um sistema que não está isolado de seu entorno, lembre-se de que o aumento em entropia descrito pela Segunda Lei é aquele do sistema e seu entorno. Quando um sistema e seu entorno interagem em um processo irreversível, o aumento em entropia de um é maior que a diminuição em entropia do outro. Portanto, a variação em entropia do Universo deve ser maior que zero para um processo irreversível, e igual a zero para um processo reversível. Basicamente, como processos reais são irreversíveis, a entropia do Universo deveria aumentar regularmente e eventualmente atingir um valor máximo. Neste, o Universo estará em um estado de temperatura e densidade uniformes. Todos os processos físicos, químicos e biológicos terão cessado neste instante porque um estado de desordem perfeito implica que não há energia disponível para realizar trabalho. Esse estado melancólico das coisas é algumas vezes chamado *morte térmica* do Universo.

**Teste Rápido 8.6** Verdadeiro ou falso: a variação em entropia de um processo adiabático deve ser zero porque  $Q = 0$ .

### Variação em entropia na condução térmica

Vamos considerar um sistema consistindo de dois reservatórios, um quente e outro frio, que estão em contato térmico um com o outro e isolados do resto do Universo. Ocorre um processo durante o qual a energia  $Q$  é transferida por calor do reservatório quente à temperatura  $T_q$  para o frio à  $T_f$ . O processo conforme descrito é irreversível (a energia não fluiria espontaneamente do frio para o quente), então, devemos encontrar um processo reversível equivalente. Como a temperatura de um reservatório não muda durante o processo, podemos substituir o processo real para cada reservatório por um processo reversível, isotérmico, no qual a mesma quantidade de energia é transferida por calor. Consequentemente, para um reservatório, a variação em entropia não depende se o processo é reversível ou irreversível.

Como o reservatório frio absorve energia  $Q$ , sua entropia aumenta por  $Q/T_f$ . Ao mesmo tempo, o reservatório quente perde energia  $Q$ , então, sua variação em entropia é  $-Q/T_q$ . Como  $T_q > T_f$ , o aumento em entropia do reservatório frio é maior que a diminuição em entropia do quente. Portanto, a variação em entropia do sistema (e do Universo) é maior que zero:

$$\Delta S_U = \frac{Q}{T_f} + \frac{-Q}{T_q} > 0$$

Suponha que a energia se transferisse espontaneamente de um corpo frio para um corpo quente, violando a Segunda Lei. Essa transferência de energia impossível pode ser descrita em termos de desordem. Antes da transferência, certo grau de ordem é associado às temperaturas diferentes dos corpos. As moléculas do corpo quente têm energia média mais alta que as do frio. Se a energia se transfere espontaneamente do corpo frio para o quente, o primeiro fica mais frio durante um intervalo de tempo, e o quente, mais quente. A diferença de energia molecular média fica ainda maior, o que representa um aumento na ordem do sistema e uma violação da Segunda Lei.

Em comparação, o processo que ocorre naturalmente é a transferência de energia do corpo quente para o frio. Nesse processo, a diferença em energia molecular média diminui, o que representa uma distribuição de energia mais randômica e um aumento na desordem.

### Variação em entropia em uma expansão livre

Vamos considerar novamente a expansão adiabática livre de um gás ocupando um volume inicial  $V_i$  (Figura 8.12). Nessa situação, uma membrana separando o gás de uma região evacuada é rompida, e o gás se expande para um volume  $V_f$ . Esse processo é irreversível; o gás não preencheria metade do volume espontaneamente após preenchê-lo todo. Qual é a variação em entropia do gás e do Universo durante esse processo? O processo não é reversível nem quase estático. Como mostrado na Seção 6.6, as temperaturas inicial e final do gás são as mesmas.

Para aplicar a Equação 8.9, não podemos considerar  $Q = 0$ , o valor para o processo irreversível, e, sim, encontrar  $Q_r$ ; isto é, devemos encontrar um caminho reversível equivalente que tenha o mesmo estado inicial e final. Uma escolha simples é uma expansão isotérmica, reversível, onde o gás empurra um pistão, enquanto entra energia no gás por calor de um reservatório para manter a temperatura constante. Como  $T$  é constante nesse processo, a Equação 8.9 resulta em:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T} \int_i^f dQ_r$$

Para um processo isotérmico, a Primeira Lei da Termodinâmica especifica que  $\int_i^f dQ_r$  é igual à negativa do trabalho realizado sobre o gás durante a expansão de  $V_i$  para  $V_f$  que é dada pela Equação 6.14. Usando esse resultado, vemos que a variação em entropia para o gás é:

$$\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad (8.11)$$

Como  $V_f > V_i$ , concluímos que  $\Delta S$  é positivo. Esse resultado indica que tanto a entropia quanto a desordem do gás *umentam* como resultado da expansão irreversível, adiabática.

É fácil ver que o gás fica mais desordenado após a expansão. Em vez de se concentrar em um espaço relativamente pequeno, as moléculas ficam espalhadas em uma região maior.

Como a expansão livre ocorre em um recipiente isolado, nenhuma energia é transferida por calor do entorno. (Lembre-se de que a expansão isotérmica, reversível, é apenas um processo de *substituição* usado para calcular a variação de entropia do gás; ela não é o *processo* em si.) Portanto, a expansão livre não tem efeito sobre o entorno, e a variação em entropia do entorno é zero.

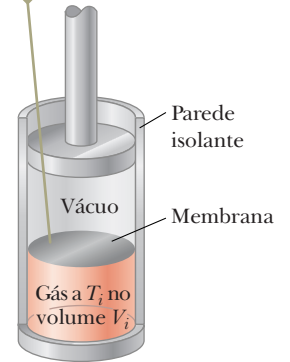
## 8.8 Entropia em escala microscópica

Como vimos, a entropia pode ser abordada com base em conceitos macroscópicos. A entropia também pode ser tratada do ponto de vista microscópico pela análise *estatística* do movimento molecular. Vamos usar um modelo microscópico para novamente investigar a expansão livre de um gás ideal, discutida sob o ponto de vista macroscópico na Seção 8.7.

Na Teoria Cinética dos Gases, moléculas de gás são representadas como partículas se movendo aleatoriamente. Suponha que o gás esteja inicialmente confinado ao volume  $V_i$  mostrado na Figura 8.12. Quando a membrana é removida, as moléculas são eventualmente distribuídas pelo maior volume  $V_f$  de todo o recipiente. Para certa distribuição uniforme de gás no volume, há um grande número de microestados equivalentes, e a entropia do gás pode ser relacionada ao número de microestados correspondentes ao macroestado dado.

Contemos, então, o número de microestados considerando a variedade de localizações moleculares disponíveis para as moléculas. Vamos supor que cada molécula ocupe um volume microscópico  $V_m$ . O número total de localizações possí-

Quando a membrana é rompida, o gás se expande livre e irreversivelmente no volume total.



**Figura 8.12** Expansão adiabática livre de um gás. O recipiente é termicamente isolado de seu entorno; portanto,  $Q = 0$ .

veis de uma única molécula em um volume macroscópico inicial  $V_i$  é a proporção  $w_i = V_i/V_m$ , que é um número enorme. Usamos  $w_i$  aqui para representar o número de *modos* que a molécula pode ser colocada no volume inicial ou o número de microestados, que é equivalente ao número de localizações disponíveis. Supomos que as probabilidades de uma molécula ocupar qualquer uma dessas localizações sejam iguais.

À medida que mais moléculas são adicionadas ao sistema, o número de modos possíveis para o posicionamento das moléculas no volume multiplica. Por exemplo, se considerarmos duas moléculas, para cada colocação possível da primeira, todas as possíveis colocações da segunda estão disponíveis. Então, há  $w_i$  modos de alocar a primeira molécula, e para cada modo há  $w_i$  modos de alocar a segunda molécula. O número total de modos de alocar as duas moléculas é  $w_i w_i = w_i^2$ .

Desprezando a possibilidade mínima de ter duas moléculas ocupando a mesma localização, cada molécula pode ir para qualquer uma das localizações  $V_i/V_m$  e, então, o número de modos de alocar  $N$  moléculas no volume se torna  $W_i = w_i^N = (V_i/V_m)^N$ . ( $W_i$  não deve ser confundido com trabalho.) Da mesma maneira, quando o volume é aumentado para  $V_f$ , o número de modos de alocar  $N$  moléculas aumenta para  $W_f = w_f^N = (V_f/V_m)^N$ . A proporção do número de modos de alocar as moléculas no volume para as configurações inicial e final é:

$$\frac{W_f}{W_i} = \frac{(V_f/V_m)^N}{(V_i/V_m)^N} = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N$$

Considerando o logaritmo natural dessa equação e multiplicando pela constante de Boltzmann, temos:

$$k_B \ln \left( \frac{W_f}{W_i} \right) = k_B \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)^N = nN_A k_B \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

onde usamos a igualdade  $N = nN_A$ . Sabemos da Equação 5.11 que  $N_A k_B$  é a constante universal dos gases  $R$ ; então, podemos escrever essa equação como:

$$k_B \ln W_f - k_B \ln W_i = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad (8.12)$$

A partir da Equação 8.11, sabemos que quando um gás passa por uma expansão livre de  $V_i$  a  $V_f$ , a variação em entropia é:

$$S_f - S_i = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad (8.13)$$

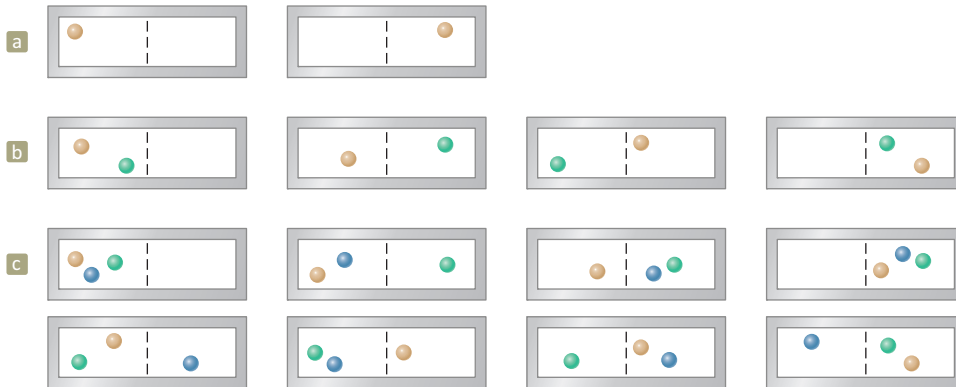
Observe que o lado direito das equações 8.12 e 8.13 são idênticos. Portanto, a partir dos lados esquerdos, fazemos a seguinte importante conexão entre entropia e o número de microestados para certo macroestado:

$$\text{Entropia (definição microscópica)} \quad S \equiv k_B \ln W \quad (8.14)$$

Quanto mais microestados há que correspondem a certo macroestado, maior a entropia daquele macroestado. Como discutido anteriormente, há muito mais microestados associados com macroestados desordenados que com ordenados. Então, a Equação 8.14 indica matematicamente em nossa afirmativa anterior que a entropia é uma medida de desordem. Embora nossa discussão tenha usado o exemplo específico da expansão livre de um gás ideal, um desenvolvimento mais rigoroso da interpretação estatística de entropia nos conduziria à mesma conclusão.

Dissemos que microestados individuais são igualmente prováveis. No entanto, como há muito mais microestados associados com um macroestado desordenado que com um ordenado, um macroestado desordenado é muito mais provável que um ordenado.

Vamos explorar esse conceito considerando 100 moléculas em um recipiente. A qualquer instante, a probabilidade de uma delas estar na parte esquerda do recipiente mostrado na Figura Ativa 8.13a como resultado de movimento aleatório é  $\frac{1}{2}$ . Se há duas moléculas como mostrado na Figura Ativa 8.13b, a probabilidade de ambas estarem na parte esquerda é  $(\frac{1}{2})^2$ , ou 1 em 4. Se há três moléculas (Figura Ativa 8.13c), a probabilidade de todas estarem na porção esquerda no mesmo instante é  $(\frac{1}{2})^3$ , ou 1 em 8. Para 100 moléculas se movendo independentemente, a probabilidade de as 50 mais rápidas estarem na parte esquerda em qualquer instante é  $(\frac{1}{2})^{50}$ . Da mesma maneira, a probabilidade de as 50 mais lentas ser encontradas na parte direita a qualquer instante é  $(\frac{1}{2})^{50}$ . Portanto, a probabilidade de encontrar essa separação rápida-lenta como resultado de movimento aleatório é o produto  $(\frac{1}{2})^{50}(\frac{1}{2})^{50} = (\frac{1}{2})^{100}$ , que corresponde a aproximadamente 1 em  $10^{30}$ . Quando esse cálculo é extrapolado de 100 moléculas para o número em 1 mol de gás ( $6,02 \times 10^{23}$ ), vê-se que o arranjo ordenado é *extremamente* improvável!

**FIGURA ATIVA 8.13**

(a) Uma molécula em um recipiente tem 1 chance em 2 de estar no lado esquerdo. (b) Duas moléculas têm 1 chance em 4 de estar no lado esquerdo ao mesmo tempo. (c) Três moléculas têm 1 chance em 8 de estar no lado esquerdo ao mesmo tempo.

**Exemplo Conceitual 8.7****Vamos jogar bola de gude!**

Suponha que você tenha uma bolsa com 100 bolas de gude, 50 vermelhas e 50 azuis. Você pode tirar quatro bolas de gude da sacola de acordo com as regras a seguir. Pegue uma, registre sua cor e a coloque de volta na sacola. Balance a sacola e pegue outra. Continue esse processo até que tenha pegado e devolvido quatro bolas de gude. Quais são os macroestados possíveis para esse conjunto de eventos? Qual é o macroestado mais provável? Qual é o macroestado menos provável?

**SOLUÇÃO**

Como cada bola de gude é devolvida à sacola antes que a próxima seja retirada e a sacola seja sacudida, a probabilidade de pegar uma bola vermelha sempre é igual à probabilidade de pegar uma azul. Todos os micro e macroestados possíveis são mostrados na Tabela 8.1. Como essa tabela indica, há somente uma maneira de desenhar um macroestado das quatro bolas vermelhas, então, só há um microestado para aquele macroestado. Há, no entanto, quatro microestados possíveis que correspondem ao macroestado de uma bola azul e três vermelhas, seis microestados que correspondem às duas bolas azuis e duas vermelhas, quatro microestados que correspondem às três bolas azuis e uma vermelha, e um microestado que corresponde às quatro bolas azuis.

O macroestado mais provável, e mais desordenado – duas bolas vermelhas e duas azuis – corresponde ao maior número de microestados. O macroestado menos provável, e mais ordenado – quatro bolas vermelhas ou quatro azuis – corresponde ao menor número de microestados.

**TABELA 8.1** Possíveis resultados de pegar quatro bolas de gude de uma bolsa

| Macroestado | Microestados possíveis             | Número total de microestados |
|-------------|------------------------------------|------------------------------|
| Todos V     | VVVV                               | 1                            |
| 1A, 3 V     | VVVA, VVAV, VAVV, AVVV             | 4                            |
| 2A, 2V      | VVAA, VAVA, AVVA, VAAV, AVAV, AAVV | 6                            |
| 3A, 1 V     | AAAV, AAVA, AVAA, VAAA             | 4                            |
| Todos A     | AAAA                               | 1                            |

**Exemplo 8.8****Expansão adiabática livre: uma última vez**

Vamos verificar se as abordagens macro e microscópica ao cálculo de entropia levam à mesma conclusão para a expansão adiabática livre de um gás ideal. Suponha que um gás ideal se expanda para quatro vezes seu volume inicial. Como já vimos para esse processo, as temperaturas inicial e final são as mesmas.

(A) Usando uma abordagem microscópica, calcule a variação em entropia para o gás.

**SOLUÇÃO**

**Conceitualização** Olhe novamente a Figura 8.12, que é um diagrama do sistema antes da expansão adiabática livre. Imagine romper a membrana de modo que o gás se mova para a área evacuada. A expansão é irreversível.

**Categorização** Podemos substituir o processo irreversível por um isotérmico reversível entre os mesmos estados inicial e final. Essa abordagem é microscópica, então, usamos uma variável termodinâmica, especificamente, o volume  $V$ .

*continua*

## 8.8 cont.

**Análise** Use a Equação 8.11 para avaliar a variação em entropia:  $\Delta S = nR \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) = nR \ln \left( \frac{4V_i}{V_i} \right) = nR \ln 4$

**(B)** Usando considerações estatísticas, calcule a variação em entropia para o gás e mostre que ela está de acordo com a resposta obtida na Parte (A).

**SOLUÇÃO**

**Categorização** Essa abordagem é microscópica; então, usamos variáveis relacionadas às moléculas individuais.

**Análise** O número de microestados disponíveis para uma única molécula no volume inicial  $V_i$  é  $w_i = V_i/V_m$ . Use esse número para encontrar o de microestados disponíveis para  $N$  moléculas:

$$W_i = w_i^N = \left( \frac{V_i}{V_m} \right)^N$$

Determine o número de microestados disponíveis para  $N$  moléculas no volume final  $V_f = 4V_i$ :

$$W_f = \left( \frac{V_f}{V_m} \right)^N = \left( \frac{4V_i}{V_m} \right)^N$$

Use a Equação 8.14 para encontrar a variação em entropia:

$$\begin{aligned} \Delta S &= k_B \ln W_f - k_B \ln W_i = k_B \ln \left( \frac{W_f}{W_i} \right) \\ &= k_B \ln \left( \frac{4V_i}{V_i} \right)^N = k_B \ln (4^N) = Nk_B \ln 4 = nR \ln 4 \end{aligned}$$

**Finalização** A resposta é a mesma que aquela para a Parte (A), que lidou com parâmetros macroscópicos.

**ESE?** Na Parte (A), usamos a Equação 8.11, que era baseada em um processo isotérmico reversível, conectando os estados inicial e final. Você chegaria ao mesmo resultado se escolhesse um processo reversível diferente?

**Resposta** Você *deve* chegar ao mesmo resultado porque a entropia é uma variável de estado. Por exemplo, considere o processo de duas etapas na Figura 8.14: uma expansão adiabática reversível de  $V_i$  para  $4V_i$  ( $A \rightarrow B$ ) durante o qual a temperatura cai de  $T_1$  para  $T_2$  e um processo isovolumétrico reversível ( $B \rightarrow C$ ) que leva o gás de volta à temperatura inicial  $T_1$ . Durante o processo reversível adiabático,  $\Delta S = 0$ , porque  $Q_r = 0$ .

Para o processo isovolumétrico reversível ( $B \rightarrow C$ ) use a Equação 8.9:

Encontre a relação entre as temperaturas  $T_1$  e  $T_2$  a partir da Equação 7.20 para o processo adiabático:

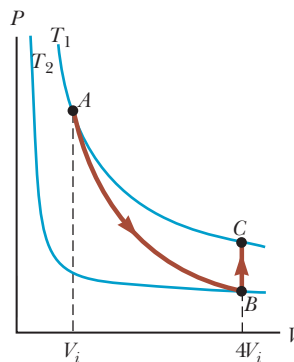
Substitua para encontrar  $\Delta S$ :

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} = \int_{T_2}^{T_1} \frac{nC_V dT}{T} = nC_V \ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{4V_i}{V_i} \right)^{\gamma-1} = (4)^{\gamma-1}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= nC_V \ln (4)^{\gamma-1} = nC_V (\gamma - 1) \ln 4 \\ &= nC_V \left( \frac{C_P}{C_V} - 1 \right) \ln 4 = n(C_P - C_V) \ln 4 = nR \ln 4 \end{aligned}$$

e você de fato obtém exatamente o mesmo resultado para a variação na entropia.



**Figura 8.14** (Exemplo 8.8) Um gás expande-se para quatro vezes seu volume inicial e volta para a mesma temperatura inicial por meio de um processo em duas etapas.



## Resumo

## Definições

A **eficiência térmica**  $e$  de uma máquina térmica é:

$$e \equiv \frac{W_{\text{maq}}}{|Q_q|} = \frac{|Q_q| - |Q_f|}{|Q_q|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_q|} \quad (8.2)$$

De um ponto de vista microscópico, a **entropia** de certo macroestado é definida como:

$$S \equiv k_B \ln W \quad (8.14)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann e  $W$  é o número de microestados do sistema correspondentes ao macroestado.

Em um processo **reversível**, o sistema pode voltar a suas condições iniciais seguindo o mesmo caminho em um diagrama, e cada ponto ao longo desse caminho é um estado de equilíbrio. Um processo que não satisfaz a essas exigências é **irreversível**.

## Conceitos e Princípios

**Máquina térmica** é um aparelho que recebe energia por calor e, operando em um processo cíclico, fornece uma fração dessa energia por meio de trabalho. O trabalho total realizado por uma máquina térmica para levar a substância de trabalho por um processo cíclico ( $\Delta E_{\text{int}} = 0$ ) é:

$$W_{\text{maq}} = |Q_q| - |Q_f| \quad (8.1)$$

onde  $|Q_q|$  é a energia recebida de um reservatório quente e  $|Q_f|$  é a energia fornecida para um reservatório frio.

A seguir, dois modos de enunciar a **Segunda Lei da Termodinâmica**:

- É impossível construir uma máquina térmica que, operando em um ciclo, não produza efeito nenhum além da entrada de energia por calor de um reservatório e a realização de igual quantidade de trabalho (afirmativa de Kelvin-Planck).
- É impossível construir uma máquina cíclica cujo único efeito seja o de transferir energia continuamente por calor de um corpo para outro a uma temperatura mais alta sem a entrada de energia por trabalho (afirmativa de Clausius).

O **Teorema de Carnot** diz que nenhuma máquina térmica real operando (irreversivelmente) entre as temperaturas  $T_f$  e  $T_q$  pode ser mais eficiente que um motor operando reversivelmente em um ciclo de Carnot entre as mesmas duas temperaturas.

A eficiência térmica de uma máquina térmica operando no ciclo de Carnot é:

$$e_c = 1 - \frac{T_f}{T_q} \quad (8.6)$$

A Segunda Lei da Termodinâmica diz que quando processos reais (irreversíveis) ocorrem, o grau de desordem no sistema mais o entorno aumenta. Quando um processo ocorre em um sistema isolado, o estado do sistema se torna mais desordenado. A medida da desordem em um sistema é chamada **entropia**  $S$ . Então, outra maneira de enunciar a Segunda Lei é:

- A entropia do Universo aumenta em todos os processos reais.

A **variação em entropia**  $dS$  de um sistema durante um processo entre dois estados de equilíbrio, infinitesimalmente separados, é:

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \quad (8.8)$$

onde  $dQ_r$  é a transferência de energia por calor para o sistema para um processo reversível que conecta os estados inicial e final.

A variação em entropia de um sistema durante um processo arbitrário entre um estado inicial e um estado final é:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \quad (8.9)$$

O valor de  $\Delta S$  para o sistema é o mesmo para todos os caminhos conectando os estados inicial e final. A variação em entropia para um sistema passando por qualquer processo cíclico, reversível, é zero, e quando tal processo ocorre, a entropia do Universo permanece constante.

## Perguntas Objetivas

1. Uma turbina a vapor opera com temperatura de caldeira de 450 K e uma temperatura de escape de 300 K. Qual é a eficiência teórica máxima desse sistema? (a) 0,240. (b) 0,500. (c) 0,333. (d) 0,667. (e) 0,150.
2. Uma unidade compacta de ar-condicionado é colocada em uma mesa dentro de um apartamento bem isolado, conectada à rede elétrica e ligada. O que acontece com a temperatura média do apartamento? (a) Aumenta. (b) Diminui. (c) Permanece constante. (d) Aumenta até que a unidade se aqueça e depois diminui. (e) A resposta depende da temperatura inicial do apartamento.
3. Considere processos cíclicos completamente caracterizados por cada uma das entradas e saídas totais de energia. Em cada caso, as transferências de energia listadas são as *únicas* que ocorrem. Classifique cada processo como (a) possível, (b) impossível, de acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, (c) impossível, de acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, ou (d) impossível, de acordo com a Primeira e a Segunda Leis. (i) Entrada de 5 J de trabalho e saída de 4 J de trabalho. (ii) Entrada de 5 J de trabalho e saída de 5 J de energia transferida por calor. (iii) Entrada de 5 J de energia transferida por transmissão elétrica e saída de 6 J de trabalho. (iv) Entrada de 5 J de energia transferida por calor e saída de 5 J de energia transferida por calor. (v) Entrada de 5 J de energia transferida por calor e saída de 5 J de trabalho. (vi) Entrada de 5 J de energia transferida por calor e saída de 3 J de trabalho mais 2 J de energia transferida por calor.
4. Das alternativas seguintes, qual *não* é uma afirmação da Segunda Lei da Termodinâmica? (a) Nenhuma máquina térmica operando em um ciclo pode absorver energia de um reservatório e usá-la por completo para realizar trabalho. (b) Nenhum motor real operando entre dois reservatórios de energia pode ser mais eficiente que um motor de Carnot operando entre os mesmos dois reservatórios. (c) Quando um sistema passa por uma mudança de estado, a variação na energia interna do sistema é a soma da energia transferida para o sistema por calor e o trabalho realizado sobre o sistema. (d) A entropia do Universo aumenta em todos os processos naturais. (e) A energia não será espontaneamente transferida por calor de um corpo frio para outro quente.
5. Um refrigerador tem 18,0 kJ de trabalho realizado sobre ele enquanto 115 kJ de energia são transferidos de seu interior. Qual é seu coeficiente de desempenho? (a) 3,40. (b) 2,80. (c) 8,90. (d) 6,40. (e) 5,20.
6. Um motor realiza 15,0 kJ de trabalho para exaurir 37,0 kJ para um reservatório frio. Qual é a eficiência do motor? (a) 0,150. (b) 0,288. (c) 0,333. (d) 0,450. (e) 1,20.
7. A Segunda Lei da Termodinâmica sugere que o coeficiente de desempenho de um refrigerador seja: (a) menor que 1, (b) menor ou igual a 1, (c) maior ou igual a 1, (d) finito ou (e) maior que 0.
8. Suponha que uma amostra de um gás ideal esteja na temperatura ambiente. Que ação *obrigatoriamente* fará a entropia da

amostra aumentar? (a) Transferir energia para ela por calor. (b) Transferir energia para ela irreversivelmente por calor. (c) Realizar trabalho sobre ela. (d) Aumentar sua temperatura ou seu volume, sem deixar a outra variável diminuir. (e) Nenhuma das alternativas está correta.

9. Uma amostra de um gás ideal monoatômico está contida em um cilindro com um pistão. Seu estado é representado pela marca no diagrama  $PV$  mostrado na Figura PO8.9. Setas de  $A$  a  $E$  representam processos isobáricos, isotérmicos, adiabáticos e isovolumétricos pelos quais a amostra pode passar. Em cada processo, exceto  $D$ , o volume muda por um fator de 2. Todos os cinco processos são reversíveis. Classifique-os de acordo com a variação em entropia do gás do maior valor positivo para o maior valor negativo em módulo. Em sua classificação, mostre quaisquer casos de igualdade.

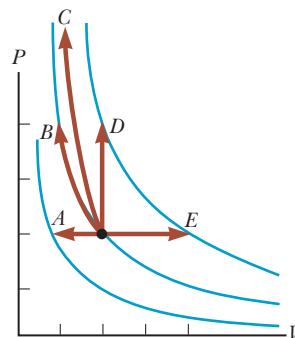


Figura PO8.9

10. Um processo termodinâmico ocorre onde a entropia de um sistema muda por  $-8$  J/K. De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, o que pode ser concluído sobre a variação em entropia do ambiente? (a) Deve ser  $+8$  J/K ou menos. (b) Deve ser entre  $+8$  J/K e 0. (c) Deve ser igual a  $+8$  J/K. (d) Deve ser  $+8$  J/K ou mais. (e) Deve ser zero.
11. A seta  $OA$  no diagrama  $PV$  mostrado na Figura PO8.11 representa uma expansão adiabática reversível de um gás ideal. A mesma amostra de gás, começando do mesmo estado  $O$ , passa agora por uma expansão adiabática livre até o mesmo volume final. Que ponto no diagrama poderia representar o estado final do gás? (a) O mesmo ponto  $A$  como para a expansão reversível. (b) O ponto  $B$ . (c) O ponto  $C$ . (d) Qualquer uma dessas alternativas. (e) Nenhuma dessas alternativas.

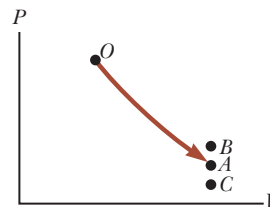


Figura PO8.11

## Perguntas Conceituais

1. A Segunda Lei da Termodinâmica contradiz ou corrige a Primeira? Justifique sua resposta.
2. (a) Dê um exemplo de um processo irreversível que ocorre na natureza. (b) Dê um exemplo de um processo que é quase reversível na natureza.
3. Cite alguns fatores que afetam a eficiência de motores de automóveis.
4. Uma turbina movida a vapor é um dos principais componentes de uma usina de energia. Por que é vantajoso que a temperatura do vapor seja a mais alta possível?
5. É possível construir uma máquina térmica que não crie poluição térmica? Explique.
6. “A Primeira Lei da Termodinâmica diz que você não pode realmente ganhar, e a Segunda diz que você não pode sequer empatar”. Explique como essa afirmação se aplica a um aparelho ou processo específico; alternativamente, argumente contra a afirmação.
7. O aparelho mostrado na Figura PC8.7, chamado conversor termoeletrico, usa uma série de células semicondutoras para transformar energia interna em energia elétrica, que estudaremos no Capítulo 3 do Volume 3 desta coleção. Na fotografia da esquerda, as duas pernas do aparelho estão à mesma temperatura e não há produção de energia elétrica. No entanto, quando uma perna está a uma temperatura mais alta que a outra, como mostrado na fotografia da direita, a energia elétrica é produzida à medida que o aparelho extrai energia do reservatório quente e aciona um pequeno motor elétrico. (a) Por que é necessária uma diferença de temperatura para produzir energia elétrica nessa demonstração? (b) Em que sentido esse experimento intrigante demonstra a Segunda Lei da Termodinâmica?
8. Suponha que sua colega de quarto limpe e organize o ambiente bagunçado depois de uma grande festa. Como ela está criando mais ordem, esse processo representa uma violação da Segunda Lei da Termodinâmica?
9. O escape de energia de uma estação de energia elétrica a carvão é carregado por “água resfriante” para o Lago Ontário. A água é quente do ponto de vista das coisas vivas no lago. Algumas delas se agrupam ao redor do local de saída da água, impedindo seu fluxo. (a) Use a Teoria das Máquinas Térmicas para explicar por que essa ação pode reduzir a saída de energia da estação. (b) Um engenheiro diz que a saída de eletricidade é reduzida por causa da “maior pressão de retorno nas lâminas das turbinas”. Comente a precisão dessa afirmação.
10. Discuta três exemplos comuns diferentes de processos naturais que envolvem um aumento em entropia. Justifique todas as partes de cada sistema considerado.
11. “A energia é a senhora do Universo, e a entropia é sua sombra.” Escrevendo para um público geral, justifique essa afirmativa com pelo menos dois exemplos. Alternativamente, argumente que a entropia é como um executivo que rapidamente determina o que vai acontecer, enquanto a energia é como um contador nos dizendo quão pouco podemos gastar. (Arnold Sommerfeld deu a ideia para essa questão.)
12. (a) Se você sacode um jarro cheio de balas de goma de tamanhos diferentes, as maiores tendem a aparecer no topo e as pequenas a ficar no fundo. Por quê? (b) Esse processo viola a Segunda Lei da Termodinâmica?
13. Discuta a variação em entropia de um gás que se expande (a) à temperatura constante e (b) adiabaticamente.

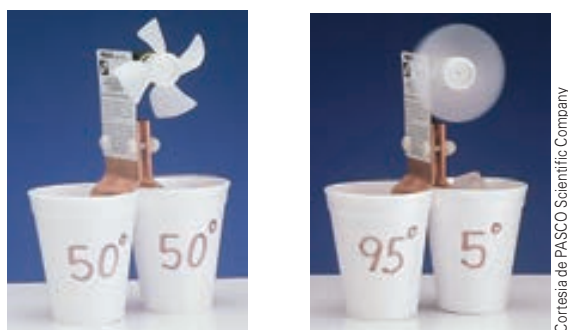


Figura PC8.7

## Problemas

**WebAssign** Os problemas que se encontram neste capítulo podem ser resolvidos *on-line* no Enhanced WebAssign (em inglês)

- 1. denota problema direto;
- 2. denota problema intermediário;
- 3. denota problema de desafio;
- 1. denota problemas mais frequentemente resolvidos no Enhanced WebAssign; estes fornecem aos estudantes apoio dirigido e um tutorial Master It ou uma solução em vídeo Watch It;

**Q|C** denota problema que pede raciocínio quantitativo e conceitual;

**S** denota problema de raciocínio simbólico;

**M** denota tutorial Master It disponível no Enhanced WebAssign;

**GP** denota problema dirigido;

**sombreado** denota “problemas emparelhados” que desenvolvem raciocínio com símbolos e valores numéricos.

**Seção 8.1 Máquinas térmicas e a Segunda Lei da Termodinâmica**

1. Certa máquina térmica tem potência mecânica de saída de 5,00 kW e eficiência de 25,0%. O motor fornece  $8,00 \times 10^3$  J de energia de escape em cada ciclo. Encontre (a) a energia recebida durante cada ciclo e (b) o intervalo de tempo para cada ciclo.
2. O revólver é uma máquina térmica. Em particular, é um motor com pistão e combustão interna que não opera em um ciclo, mas se separa durante seu processo de expansão adiabática. Certo revólver consiste em 1,80 kg de ferro. Ele dispara uma bala de 2,40g a 320 m/s com eficiência de energia de 1,10%. Suponha que o corpo do revólver absorva toda a energia de escape – os outros 98,9% – e aumente uniformemente em temperatura por um curto intervalo de tempo antes de perder qualquer energia para o ambiente por calor. Encontre seu aumento de temperatura.
3. Uma máquina térmica recebe 360 J de energia de um reservatório quente e realiza 25,0 J de trabalho em cada ciclo. Encontre (a) a eficiência da máquina e (b) a energia fornecida para o reservatório frio em cada ciclo.
4. O trabalho realizado por uma máquina térmica é igual a um quarto da energia que ela absorve de um reservatório. (a) Qual é sua eficiência térmica? (b) Que fração da energia absorvida é fornecida para o reservatório frio?
5. Uma máquina térmica absorve 1,70 kJ de um reservatório quente a 277 °C e fornece 1,20 kJ para um reservatório frio a 27 °C em cada ciclo. (a) Qual é a eficiência da máquina? (b) Quanto trabalho é realizado pela máquina em cada ciclo? (c) Qual é a potência de saída da máquina se cada ciclo dura 0,300 s?
6. Um motor a gasolina multicilindro em um avião, operando a  $2,50 \times 10^3$  rev/min, recebe  $7,89 \times 10^3$  J de energia e fornece  $4,58 \times 10^3$  J para cada revolução do virabrequim. (a) Quantos litros de combustível ele consome em 1,00 h de operação se o calor de combustão do combustível é igual a  $4,03 \times 10^7$  J/L? (b) Qual é a potência mecânica de saída do motor? Despreze o atrito e expresse a resposta em cavalo-vapor. (c) Qual é o torque exercido pelo virabrequim sobre a carga? (d) Que potência o sistema de escape e de resfriamento devem transferir para fora do motor?
7. Suponha que uma máquina térmica seja conectada a dois reservatórios de energia, uma piscina de alumínio derretido (660 °C) e um bloco de mercúrio sólido (–38,9 °C). A máquina funciona congelando 1,00 g de alumínio e derretendo 15,0 g de mercúrio durante cada ciclo. O calor de fusão do alumínio é  $3,97 \times 10^5$  J/kg, e o do mercúrio,  $1,18 \times 10^4$  J/kg. Qual é a eficiência dessa máquina?

**Seção 8.2 Bombas de calor e refrigeradores**

8. Um refrigerador tem coeficiente de desempenho igual a 5,00 e recebe 120 J de energia de um reservatório frio em cada ciclo. Encontre (a) o trabalho necessário em cada ciclo e (b) a energia expelida para o reservatório quente.
9. Durante cada ciclo, um refrigerador fornece 625 kJ de energia para um reservatório em alta temperatura e recebe 550 kJ de energia de outro em baixa temperatura. Determine (a) o trabalho realizado sobre o refrigerador em cada ciclo e (b) o coeficiente de desempenho do refrigerador.
10. Uma bomba de calor tem coeficiente de desempenho igual a 4,20 e requer uma potência de 1,75 kW para operar. (a) Quanta energia essa bomba acrescenta a uma residência em uma hora? (b) Se a bomba de calor fosse invertida de modo a atuar como um ar-condicionado no verão, qual seria seu coeficiente de desempenho?

11. Um congelador tem coeficiente de desempenho de 6,30. Ele é anunciado como tendo consumo de eletricidade a uma taxa de 457 kWh/ano. (a) Em média, quanta energia ele usa em um dia? (b) Em média, quanta energia ele retira do refrigerador em um dia? (c) Que massa máxima de água a 20,0 °C o congelador poderia congelar em um dia? *Observação:* um kilowatt-hora (kWh) é uma quantidade de energia igual a utilizar um eletrodoméstico de 1-kW por uma hora.
12. Uma bomba de calor tem coeficiente de desempenho de 3,80 e opera com potência de consumo de  $7,03 \times 10^3$  W. (a) Qual a quantidade de energia que ela deve suprir para uma residência durante 8,00 h de operação contínua? (b) Qual a quantidade de energia que ela extrai do ar externo?

**Seção 8.4 A máquina de Carnot**

13. Qual é o coeficiente de desempenho de um refrigerador que opera com eficiência de Carnot entre temperaturas – 3,00 °C e +27,0 °C?
14. Uma máquina térmica opera entre um reservatório a 25,0 °C e outro a 375 °C. Qual é a eficiência máxima possível para essa máquina?
15. Qual é o coeficiente de desempenho máximo possível de uma bomba de calor que traz energia de fora a –3,00 °C para dentro de uma casa a 22,0 °C? *Observação:* o trabalho realizado para fazer a bomba de calor funcionar também está disponível para aquecer a casa.
16. **M** De quanto trabalho um refrigerador ideal de Carnot precisa para remover 1,00 J de energia de hélio líquido a 4,00 K e expelir essa energia para um local à temperatura ambiente (293 K)?
17. Uma das máquinas térmicas mais eficientes já construídas foi uma turbina a vapor movida a carvão no vale do rio Ohio, operando entre 1.870 °C e 430 °C. (a) Qual é sua eficiência teórica máxima? (b) A eficiência real da máquina é 42,0%. Qual a potência mecânica que o motor fornece, se absorve  $1,40 \times 10^5$  J de energia de seu reservatório quente a cada segundo?
18. **S** Um refrigerador ideal ou uma bomba de calor ideal é equivalente a uma máquina de Carnot funcionando ao inverso. Isto é, energia  $|Q_f|$  é recebida de um reservatório frio, e energia  $|Q_q|$  é fornecida em outro quente. (a) Mostre que o trabalho que deve ser suprido para fazer o refrigerador ou a bomba de calor funcionar é:

$$W = \frac{T_q - T_f}{T_f} |Q_f|$$

(b) Mostre que o coeficiente de desempenho (COD) do refrigerador ideal é:

$$\text{COD} = \frac{T_f}{T_q - T_f}$$

19. Se uma máquina térmica de Carnot com 35,0% de eficiência (Figura Ativa 8.1) funciona ao inverso de modo a operar como um refrigerador (Figura Ativa 8.3), qual seria o coeficiente de desempenho desse refrigerador?
20. *Por que a seguinte situação é impossível?* Um inventor vai à agência de patentes dizendo que sua máquina térmica, que usa água como uma substância de trabalho, tem eficiência termodinâmica de 0,110. Embora essa eficiência seja baixa comparada com motores de automóveis típicos, ele explica que seu motor opera entre um reservatório de energia em

temperatura ambiente e uma mistura de água-gelo à pressão atmosférica e, portanto, não exige outro combustível do que aquele para fazer gelo. A patente é aprovada e protótipos funcionais do motor provam a alegação de eficiência do inventor.

21. Uma máquina de Carnot tem potência de saída de 150 kW e opera entre dois reservatórios a 20,0 °C e 500 °C. (a) Qual a quantidade de energia que entra na máquina por calor por hora? (b) Qual a quantidade de energia que é perdida por calor por hora?
22. **S** Uma máquina de Carnot tem potência de saída  $P$  e opera entre dois reservatórios a temperatura  $T_f$  e  $T_q$ . (a) Qual a quantidade de energia que entra na máquina por calor em um intervalo de tempo  $\Delta t$ ? (b) Qual a quantidade de energia que é perdida por calor no intervalo de tempo  $\Delta t$ ?
23. **Q/C** Uma máquina térmica está sendo projetada para ter eficiência de Carnot de 65,0% quando operar entre dois reservatórios de energia. (a) Se a temperatura do reservatório frio é 20,0 °C, qual deve ser a temperatura do reservatório quente? (b) A eficiência real da máquina pode ser igual a 65,0%? Explique.
24. **Q/C** Uma máquina térmica de Carnot opera entre temperaturas  $T_q$  e  $T_f$ . (a) Se  $T_q = 500$  K e  $T_f = 350$  K, qual é a eficiência da máquina? (b) Qual é a variação em sua eficiência para cada grau de aumento em  $T_q$  acima de 500 K? (c) Qual é a variação em sua eficiência para cada grau de variação em  $T_f$ ? (d) A resposta para a parte (c) depende de  $T_f$ ? Explique.
25. Um gás ideal passa por um ciclo de Carnot. A expansão isotérmica ocorre a 250 °C, e a compressão isotérmica a 50,0 °C. O gás recebe  $1,20 \times 10^3$  J de energia do reservatório quente durante a expansão isotérmica. Encontre (a) a energia fornecida para o reservatório frio em cada ciclo e (b) o trabalho total realizado pelo gás em cada ciclo.
26. Um congelador ideal (Carnot) em uma cozinha tem temperatura constante de 260 K, enquanto o ar na cozinha tem temperatura constante de 300 K. Suponha que o isolamento para o congelador não seja perfeito e que conduza energia para o congelador a uma taxa de 0,150 W. Determine a potência média necessária para o motor do congelador manter a temperatura constante no congelador.
27. **Q/C** Uma usina de geração de eletricidade é planejada para ter potência elétrica de saída de 1,40 MW usando uma turbina com dois terços da eficiência de uma máquina de Carnot. A energia de escape é transferida por calor para uma torre de resfriamento a 110 °C. (a) Encontre a taxa de exaustão de energia por calor como função da temperatura do combustível de combustão da usina  $T_q$ . (b) Se a área de queima de combustível for modificada para funcionar com maior temperatura usando tecnologia de combustão mais avançada, como muda a quantidade de energia de escape? (c) Encontre a potência de escape para  $T_q = 800$  °C. (d) Encontre o valor de  $T_q$  para o qual a potência de escape seria somente a metade daquela para a parte (c). (e) Encontre o valor de  $T_q$  para o qual a potência de escape seria um quarto do tamanho da parte (c).
28. **Q/C S** Suponha que você construa um aparelho com duas máquinas térmicas, no qual a energia de escape de uma máquina é a energia de entrada para a outra. Dizemos que as duas máquinas estão funcionando *em série*. Estabeleça  $e_1$  e  $e_2$  para representar as eficiências das duas máquinas. (a) A eficiência geral do aparelho com duas máquinas é definida como o trabalho total de saída dividido pela ener-

gia colocada na primeira máquina por calor. Mostre que a eficiência total  $e$  é dada por:

$$e = e_1 + e_2 - e_1 e_2$$

**E se?** Para as partes (b) até (e) a seguir, suponha que as duas máquinas sejam máquinas de Carnot. A máquina 1 opera entre as temperaturas  $T_q$  e  $T_i$ . O gás na máquina 2 varia em temperatura entre  $T_i$  e  $T_f$ . Em termos das temperaturas, (b) qual é a eficiência da máquina da combinação? (c) Há uma melhora na eficiência total do uso das duas máquinas em vez de uma? (d) Que valor de temperatura intermediária  $T_i$  resulta, em cada uma das duas máquinas em série, em realizar trabalho igual? (e) Que valor de  $T_i$  resulta em cada uma das duas máquinas em série em ter a mesma eficiência?

29. Argônio entra em uma turbina a uma taxa de 80,0 kg/min, a uma temperatura de 800 °C e uma pressão de 1,50 MPa. Expande-se adiabaticamente conforme empurra as lâminas da turbina e sai à pressão 300 kPa. (a) Calcule sua temperatura na saída. (b) Calcule a (máxima) potência de saída da turbina giratória. (c) A turbina é um componente de um modelo de motor de turbina de gás com ciclo fechado. Calcule a eficiência máxima do motor.
30. No ponto A em um ciclo de Carnot, 2,34 mols de um gás ideal monoatômico têm pressão de 1.400 kPa, volume de 10,0 L e temperatura de 720 K. O gás expande-se isotermicamente até o ponto B e, então, adiabaticamente para o ponto C, onde seu volume é 24,0 L. Uma compressão isotérmica leva o gás ao ponto D, onde seu volume é 15,0 L. Um processo adiabático devolve o gás ao ponto A. (a) Determine todas as pressões, volumes e temperaturas desconhecidas para preencher a tabela a seguir:

|   | $P$       | $V$    | $T$   |
|---|-----------|--------|-------|
| A | 1.400 kPa | 10,0 L | 720 K |
| B |           |        |       |
| C |           | 24,0 L |       |
| D |           | 15,0 L |       |

(b) Encontre a energia acrescentada por calor, o trabalho realizado pelo motor e a variação em energia interna para cada uma das etapas  $A \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow C$ ,  $C \rightarrow D$  e  $D \rightarrow A$ . (c) Calcule a eficiência  $W_{\text{tot}}/|Q_c|$ . (d) Mostre que a eficiência é igual a  $1 - T_C/T_A$ , a eficiência de Carnot.

31. Uma bomba de calor usada para aquecer, mostrada na Figura P8.31, é essencialmente um ar-condicionado instalado ao contrário. Ela extrai energia do ar externo mais frio e a deposita em um ambiente mais quente. Suponha que a proporção da energia que realmente entra no ambiente em relação ao trabalho realizado pelo motor do aparelho seja de 10,0% da proporção teórica máxima. Determine a energia que entra no ambiente por joule de trabalho realizado pelo motor, dado que a temperatura interna é 20,0 °C e a externa é 25,00 °C.

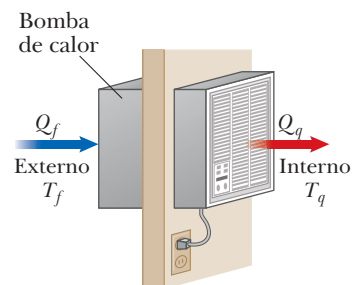


Figura P8.31



32. **Q/C** Uma usina de eletricidade que faria uso do gradiente de temperatura no oceano foi proposta. O sistema deve operar entre  $20,0^\circ\text{C}$  (temperatura da água na superfície) e  $5,00^\circ\text{C}$  (temperatura da água a uma profundidade de aproximadamente 1 km). (a) Qual é a eficiência máxima de tal sistema? (b) Se a potência elétrica de saída da usina é  $75,0\text{ MW}$ , qual a quantidade de energia recebida pelo reservatório quente por hora? (c) Considerando sua resposta para a parte (a), explique se acredita que tal sistema vale a pena. Note que o “combustível” é grátis.

### Seção 8.5 Motores a gasolina e a diesel

*Observação:* para os problemas desta seção, admita que o gás no motor é diatômico com  $\gamma = 1,40$ .

33. **M** No cilindro de um motor de automóvel, o gás é confinado a um volume de  $50,0\text{ cm}^3$  imediatamente após a combustão, e tem pressão inicial de  $3,00 \times 10^6\text{ Pa}$ . O pistão se move para fora até um volume final de  $300\text{ cm}^3$ , e o gás se expande sem transferência de energia por calor. (a) Qual é a pressão final do gás? (b) Quanto trabalho é realizado pelo gás na expansão?
34. Um motor a gasolina tem razão de compressão de 6,00. (a) Qual é a eficiência do motor se ele opera em um ciclo de Otto idealizado? (b) **E se?** Se a eficiência real é 15,0%, que fração do combustível é desperdiçada como resultado do atrito e da transferência de energia por calor que poderia ser evitada em um motor reversível? Suponha a combustão completa da mistura ar-combustível.
35. **S** Um motor a diesel idealizado opera em um ciclo conhecido como *ciclo a ar padrão diesel*, mostrado na Figura P8.35. Combustível é aspergido dentro do cilindro no ponto de compressão máxima,  $B$ . A combustão ocorre durante a expansão  $B \rightarrow C$ , que é modelada como um processo isobárico. Mostre que a eficiência de um motor operando nesse ciclo diesel idealizado é:

$$e = 1 - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right)$$

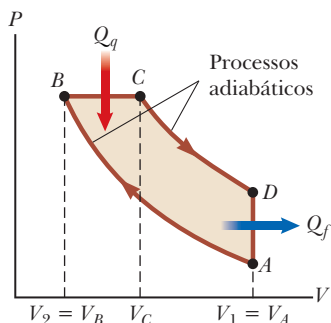


Figura P8.35

### Seção 8.7 Entropia e a Segunda Lei

36. Dois carros de  $2,00 \times 10^3\text{ kg}$  viajando a  $20,0\text{ m/s}$  colidem de frente e ficam juntos. Encontre a variação em entropia do ar no entorno que resulta da colisão se a temperatura do ar é  $23,0^\circ\text{C}$ . Despreze a energia levada da colisão pelo som.
37. Um copo de isopor com  $125\text{ g}$  de água quente a  $100^\circ\text{C}$  esfria até a temperatura ambiente,  $20,0^\circ\text{C}$ . Qual é a varia-

ção em entropia do ambiente? Despreze o calor específico do copo e qualquer variação em temperatura do ambiente.

38. Uma fôrma de gelo contém  $500\text{ g}$  de água líquida a  $0^\circ\text{C}$ . Calcule a variação em entropia da água enquanto ela congela lenta e completamente a  $0^\circ\text{C}$ .
39. Um tronco de  $70,0\text{ kg}$  cai de uma altura de  $25,0\text{ m}$  dentro de um lago. Se o tronco, o lago e o ar estão todos a  $300\text{ K}$ , encontre a variação em entropia do ar durante esse processo.
40. Uma amostra de  $1,00\text{ mol}$  de gás  $\text{H}_2$  é contida do lado esquerdo do recipiente mostrado na Figura P8.40, que tem volumes iguais na esquerda e na direita. O lado direito é evacuado. Quando a válvula é aberta, o gás entra no lado direito. (a) Qual é a variação em entropia do gás? (b) A temperatura do gás muda? Suponha que o recipiente é tão grande que o hidrogênio se comporte como um gás ideal.

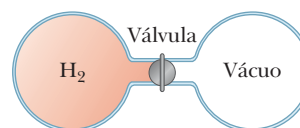


Figura P8.40

41. Um recipiente de  $2,00\text{ L}$  tem partição central que o divide em duas partes iguais, como mostrado na Figura P8.41. O lado esquerdo contém  $0,0440\text{ mol}$  de gás  $\text{H}_2$  e o lado direito contém  $0,0440\text{ mol}$  de gás  $\text{O}_2$ . Os dois gases estão em temperatura ambiente e pressão atmosférica. A partição é removida e os gases se misturam. Qual é o aumento na entropia do sistema?

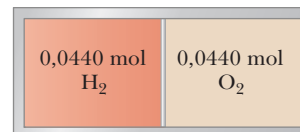


Figura P8.41

42. Quão rápido você, pessoalmente, está fazendo a entropia do Universo aumentar neste exato instante? Compute uma estimativa da ordem de grandeza, mencionando quais quantidades considera dados e quais valores que mede ou estima para elas.
43. Quando uma barra de alumínio é conectada entre um reservatório quente a  $725\text{ K}$  e outro frio a  $310\text{ K}$ ,  $2,50\text{ kJ}$  de energia são transferidas por calor do reservatório quente para o frio. Nesse processo irreversível, calcule a variação em entropia (a) do reservatório quente, (b) do reservatório frio e (c) do Universo, desprezando qualquer variação em entropia da barra de alumínio.
44. **S** Quando uma barra de metal é conectada entre um reservatório quente a  $T_q$  e outro frio a  $T_f$ , a energia transferida por calor do reservatório quente para o frio é  $Q$ . Nesse processo irreversível, calcule a variação em entropia (a) do reservatório quente, (b) do reservatório frio e (c) do Universo, desprezando qualquer variação em entropia da barra de metal.

45. A temperatura na superfície do Sol é aproximadamente  $5.800\text{ K}$ , e na superfície da Terra, aproximadamente  $290\text{ K}$ . Que variação em entropia do Universo ocorre quando  $1,00 \times 10^3\text{ J}$  de energia é transferida por radiação do Sol para a Terra?



## Seção 8.8 Entropia em escala microscópica

46. (a) Prepare uma tabela, como a Tabela 8.1, para a ocorrência a seguir. Você lança quatro moedas no ar simultaneamente e, então, registra os resultados dos lançamentos em termos dos números de caras (H) e coroas (T) que resultam. Por exemplo, HHTH e HTHH são duas maneiras possíveis em que as três caras e uma coroa podem ser obtidas. (b) Com base em sua tabela, qual é o resultado mais provável registrado para um lançamento? Em termos de entropia, (c) qual é o macroestado mais ordenado e (d) qual é o mais desordenado?
47. Prepare uma tabela, como a Tabela 8.1, usando o mesmo procedimento (a) para o caso quando você pega três bolas de gude de sua bolsa, em vez de quatro moedas, e (b) para o caso em que você pega cinco bolas de gude, em vez de quatro moedas.
48. Se você lança dois dados, qual é o número total de maneiras de obter (a) um 12 e (b) um 7?

## Problemas Adicionais

49. Encontre a eficiência máxima (Carnot) de uma máquina que absorve energia de um reservatório quente a  $545^\circ\text{C}$  e fornece energia para um reservatório frio a  $185^\circ\text{C}$ .
50. Uma máquina a vapor é operada em um clima frio onde a temperatura de exaustão é  $0^\circ\text{C}$ . (a) Calcule a eficiência teórica máxima da máquina usando a temperatura de entrada de vapor de  $100^\circ\text{C}$ . (b) Se o vapor superaquecido a  $200^\circ\text{C}$  for usado, encontre a máxima eficiência possível.
51. A energia absorvida por uma máquina é três vezes maior que o trabalho que ele realiza. (a) Qual é sua eficiência térmica? (b) Que fração da energia absorvida é expelida para o reservatório frio?
52. **Q/C** Em 1993, o governo dos Estados Unidos passou a exigir que todos os ares-condicionados vendidos no país deveriam ter taxa de eficiência de energia (TEE) de 10 ou mais. TEE é definida como a proporção entre a capacidade de resfriamento do ar-condicionado, medido em unidades térmicas britânicas por hora, ou Btu/h, e sua necessidade elétrica em watts. (a) Converta a TEE de 10,0 para uma forma sem dimensões, usando a conversão  $1 \text{ Btu} = 1.055 \text{ J}$ . (b) Qual é o nome adequado para essa quantidade sem dimensão? (c) Nos anos 1970, era comum encontrar ar-condicionado com TEEs de 5 ou menos. Diga como os custos operacionais se compararam para aparelhos de ar-condicionado de 10.000 Btu/h com TEEs de 5,00 e 10,0. Suponha que cada ar-condicionado opere por 1.500 h durante o verão em uma cidade onde a eletricidade custa R\$ 17,00 por kWh.
53. **M** Energia é transferida por calor pelas paredes externas e telhado de uma casa a uma taxa de  $5,00 \times 10^3 \text{ J/s} = 5,00 \text{ kW}$  quando a temperatura interior é  $22,0^\circ\text{C}$ , e a exterior é  $25,00^\circ\text{C}$ . (a) Calcule a potência elétrica necessária para manter a temperatura interior a  $22,0^\circ\text{C}$  se a potência é usada em aquecedores com resistência elétrica que convertem toda a energia transferida por transmissão elétrica em energia interna. (b) **E se?** Calcule a potência elétrica necessária para manter a temperatura interior a  $22,0^\circ\text{C}$  se a potência é usada para impelir um motor elétrico que opera o compressor de uma bomba de calor com coeficiente de desempenho igual a 60,0% do valor do ciclo de Carnot.
54. Em Niagara Falls, a cada segundo,  $5,00 \times 10^3 \text{ m}^3$  de água caem a uma distância de 50,0 m. Qual é o aumento na entropia do Universo por segundo devido à água que cai? Suponha que a massa do entorno seja tão grande que sua temperatura e a da água permanecem quase constantes a  $20,0^\circ\text{C}$ . Suponha também que uma quantidade desprezível de água evapore.
55. Um congelador hermético tem  $n$  mols de ar a  $25,0^\circ\text{C}$  e 1,00 atm. O ar é resfriado para  $218,0^\circ\text{C}$ . (a) Qual é a variação em entropia do ar se o volume é mantido constante? (b) Qual seria a variação em entropia se a pressão fosse mantida a 1,00 atm durante o resfriamento?
56. **Q/C** Uma área de queima de combustível está a 750 K e a temperatura ambiente é 300 K. A eficiência de uma máquina de Carnot realizando 150 J de trabalho enquanto transporta energia entre esses banhos à temperatura constante é 60,0%. A máquina de Carnot deve receber energia  $150 \text{ J}/0,600 = 250 \text{ J}$  do reservatório quente e fornecer 100 J de energia por calor no ambiente. Para seguir a lógica de Carnot, suponha que alguma outra máquina térmica S tivesse uma eficiência de 70,0%. (a) Encontre a entrada de energia e saída de energia de escape da máquina S enquanto ela realiza 150 J de trabalho. (b) Deixe a máquina S operar como na parte (a) e funcione a máquina de Carnot em reverso entre os mesmos reservatórios. A saída de trabalho da máquina S é a entrada de trabalho para o refrigerador de Carnot. Encontre o total de energia transferida de ou para essa área e a energia total transferida de ou para o ambiente quando as duas máquinas operam juntas. (c) Explique como os resultados das partes (a) e (b) mostram que a afirmativa de Clausius sobre a Segunda Lei da Termodinâmica é violada. (d) Encontre a entrada de energia e saída de trabalho da máquina S quando ela libera energia de escape de 100 J. Deixe a máquina S operar como na parte (c) e use com 150 J de sua saída de trabalho para fazer a máquina de Carnot funcionar em reverso. Encontre (e) a energia total que a área de queima libera quando as duas máquinas operam juntas, (f) a saída de trabalho total e (g) a energia total transferida para o ambiente. (h) Explique como os resultados mostram que a afirmativa de Kelvin-Planck sobre a Segunda Lei é violada. Portanto, nossa suposição sobre a eficiência da máquina S deve ser falsa. (i) Deixe as máquinas operarem juntas por um ciclo como na parte (d). Encontre a variação em entropia do Universo. (j) Explique como o resultado da parte (i) mostra que a afirmativa sobre entropia da Segunda Lei é violada.
57. **GP S** Em 1816, Robert Stirling, um clérigo escocês, patenteou o *motor de Stirling*, que teve uma variedade de aplicações desde então, incluindo a da potência solar discutida neste livro. O combustível é queimado externamente para aquecer um dos dois cilindros do motor. Uma quantidade fixa de gás inerte se move ciclicamente entre os cilindros, expandindo-se no cilindro quente e se contraindo no frio. A Figura P8.57 representa um modelo para esse ciclo termodinâmico. Considere  $n$  mols de um gás ideal monoatômico passando pelo ciclo uma vez, consistindo de dois processos isotérmicos a temperaturas  $3T_i$  e  $T_i$  e dois processos de volume constante. Vamos encontrar a eficiência desse motor. (a) Encontre a energia transferida por calor para o gás durante o processo isovolumétrico  $AB$ . (b) Encontre a energia transferida por calor para o gás durante o processo isotérmico  $BC$ . (c) Encontre a energia transferida por calor para o gás durante o processo isovolumétrico  $CD$ . (d) Encontre a energia transferida por calor para o gás durante o processo isotérmico  $DA$ . (e) Identifique quais dos resultados das partes (a) a (d) são positivos e avalie a entrada de energia no motor por calor. (f) A partir da Primeira Lei da Termodinâmica, encontre o trabalho realizado pelo motor. (g) A partir dos resultados das partes (e) e (f), avalie a eficiência do motor. É mais fácil manufaturar um motor de Stirling que um de combustão interna ou

uma turbina. Ele funciona com lixo queimado. E pode funcionar com energia transferida pela luz do sol e não produzir material de escape. Motores de Stirling não são usados em automóveis atualmente por causa do longo tempo de partida e resposta pobre da aceleração.

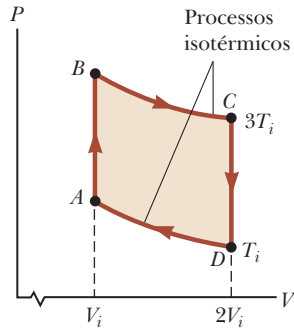


Figura P8.57

58. **Q/C** Suponha que uma bomba de calor ideal (Carnot) pudesse ser construída para ser usada como um ar-condicionado. (a) Obtenha uma expressão para o coeficiente de desempenho (COD) de tal ar-condicionado em termos de  $T_q$  e  $T_f$ . (b) Este ar-condicionado operaria com entrada de energia menor se a diferença nas temperaturas de operação fosse maior ou menor? (c) Compute o COD para tal ar-condicionado se a temperatura interna é  $20,0^\circ\text{C}$  e a externa é  $40,0^\circ\text{C}$ .
59. Uma usina elétrica, com eficiência de Carnot, produz  $1,00\text{ GW}$  de potência elétrica nas turbinas que recebem vapor a  $500\text{ K}$  e fornecem água a  $300\text{ K}$  em um rio fluente. A corrente de água para baixo é  $6,00\text{ K}$  mais quente devido à produção da usina elétrica. Determine a taxa de fluxo do rio.
60. **S** Uma usina elétrica, com eficiência de Carnot, produz potência elétrica  $P$  de turbinas que recebem energia do vapor a temperatura  $T_q$  e descarregam energia a temperatura  $T_f$  por uma troca de calor em um rio fluente. A corrente de água para baixo é  $\Delta T$  mais quente devido à produção da usina elétrica. Determine a taxa de fluxo do rio.
61. Uma máquina térmica opera entre dois reservatórios a  $T_2 = 600\text{ K}$  e  $T_1 = 350\text{ K}$ . Ele recebe  $1,00 \times 10^3\text{ J}$  de energia do reservatório de alta temperatura e desempenha  $250\text{ J}$  de trabalho. Encontre (a) a variação em entropia do Universo  $\Delta S_U$  para esse processo e (b) o trabalho  $W$  que poderia ser realizado por um motor ideal de Carnot operando entre esses dois reservatórios. (c) Mostre que a diferença entre as quantidades de trabalho realizado nas partes (a) e (b) é  $T_1 \Delta S_U$ .
62. **Q/C S** Uma amostra de  $1,00\text{ mol}$  de um gás ideal monoatômico passa pelo ciclo mostrado na Figura P8.62. No ponto A, a pressão, o volume e a temperatura são  $P_i$ ,  $V_i$  e  $T_i$ , respectivamente. Em termos de  $R$  e  $T_i$ , encontre (a) a energia total entrando no sistema por calor por ciclo, (b) a energia total saindo do sistema por calor por ciclo e (c) a eficiência de um motor operando nesse ciclo. (d) Explique como a eficiência se compara com aquela de um motor operando em um ciclo de Carnot entre os mesmos extremos de temperatura.

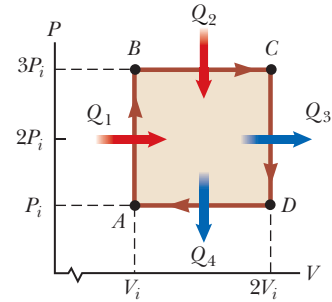


Figura P8.62

63. **Revisão.** Este problema complementa o de n. 84 do Capítulo 10 do Volume 1 desta coleção. Na operação de um motor de combustão interna com um único cilindro, uma carga de combustível explode para impelir o pistão para fora no curso de alimentação. Parte de sua saída de energia é armazenada em uma roda volante giratória. Essa energia é usada para empurrar o pistão para dentro a fim de comprimir a próxima carga de combustível e ar. Nesse processo de compressão, suponha que um volume original de  $0,120\text{ L}$  de um gás ideal diatômico em pressão atmosférica seja comprimido adiabaticamente para um oitavo de seu volume original. (a) Encontre a entrada de trabalho necessária para comprimir o gás. (b) Suponha que a roda volante seja um disco sólido de massa  $5,10\text{ kg}$  e raio  $8,50\text{ cm}$ , girando livremente sem atrito entre os cursos de alimentação e de compressão. Com que velocidade a roda volante deve girar imediatamente após o curso de alimentação? Essa situação representa a velocidade angular mínima na qual o motor pode operar sem falhar. (c) Quando a operação do motor está bem acima do ponto de afogamento, suponha que a roda volante empurre  $5,00\%$  de sua energia máxima na compressão da próxima carga de combustível e ar. Encontre sua velocidade angular máxima nesse caso.
64. Um laboratório de biologia é mantido a uma temperatura constante de  $7,00^\circ\text{C}$  por um ar-condicionado, com saída para o ar externo. Em um dia típico de verão nos Estados Unidos, a temperatura externa é de  $27,0^\circ\text{C}$ , e a unidade de ar-condicionado emite energia para o exterior a uma taxa de  $10,0\text{ kW}$ . Modele a unidade como tendo coeficiente de desempenho (COD) igual a  $40,0\%$  do COD de um aparelho ideal de Carnot. (a) A que taxa o ar-condicionado remove energia do laboratório? (b) Calcule a potência necessária para a entrada de trabalho. (c) Encontre a variação em entropia do Universo produzida pelo ar-condicionado em  $1,00\text{ h}$ . (d) **E se?** A temperatura externa aumenta para  $32,0^\circ\text{C}$ . Encontre a variação fracional no COD do ar-condicionado.
65. **S** Uma amostra consistindo de  $n$  mols de um gás ideal passa por uma expansão isobárica reversível do volume  $V_i$  para o volume  $3V_i$ . Encontre a variação em entropia do gás calculando  $\int_i^f dQ/T$ , onde  $dQ = nC_p dT$ .
66. **Q/C S** Um sistema consistindo de  $n$  mols de um gás ideal com calor específico molar à pressão constante  $C_p$  passa por dois processos reversíveis. Ele começa com pressão  $P_i$  e volume  $V_i$ , expande isotermicamente e, então, contrai adiabaticamente para atingir um estado final com pressão  $P_i$  e volume  $3V_i$ . (a) Encontre sua variação em entropia no processo isotérmico. (A entropia não muda no processo adiabático.) (b) **E se?** Explique por que a resposta para a parte (a) deve ser a mesma que a do Problema 65. (Você não precisa resolver o Problema 65 para responder a essa questão.)

67. **Q/C** Uma amostra de 1,00 mol de um gás ideal monoatômico passa pelo ciclo mostrado na Figura P8.67. O processo  $A \rightarrow B$  é uma expansão isotérmica reversível. Calcule (a) o trabalho total realizado pelo gás, (b) a energia acrescentada ao gás pelo calor, (c) a energia fornecida ao gás pelo calor e (d) a eficiência do ciclo. (e) Explique como a eficiência se compara com aquela de uma máquina de Carnot operando entre os mesmos extremos de temperatura.

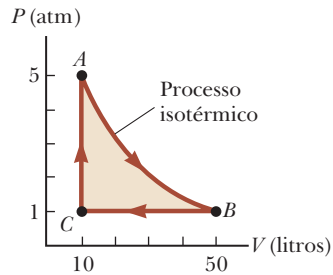


Figura P8.67

68. **Q/C** Um atleta com massa de 70,0 kg bebe 16,0 onças (454 g) de água refrigerada. A água está a uma temperatura de 35,0 °F. (a) Desprezando a variação na temperatura do corpo que resulta da ingestão de água (de modo que o corpo é considerado um reservatório sempre a 98,6 °F), encontre o aumento na entropia de todo o sistema. (b) **E se?** Suponha que o corpo todo seja resfriado pela bebida e que o calor específico médio de uma pessoa é igual ao calor específico da água líquida. Desprezando quaisquer outras transferências de energia por calor e qualquer liberação de energia metabólica, encontre a temperatura do atleta depois de ele beber a água fria, considerando uma temperatura corpórea inicial de 98,6 °F. (c) Com essas suposições, qual é o aumento na entropia de todo o sistema? (d) Diga como esse resultado se compara com aquele obtido na parte (a).
69. **Q/C S** Uma amostra de um gás ideal expande isotermicamente, dobrando em volume. (a) Mostre que o trabalho realizado sobre o gás na expansão é  $W = -nRT \ln 2$ . (b) Como a energia interna  $E_{\text{int}}$  de um gás ideal depende somente de sua temperatura, a variação na energia interna é zero durante a expansão. Segue da Primeira Lei que a entrada de energia para o gás por calor durante a expansão é igual à saída de energia por trabalho. Esse processo tem 100% de eficiência em converter a entrada de energia por calor em produção de trabalho? (c) Essa conversão viola a Segunda Lei? Explique.

70. *Por que a seguinte situação é impossível?* Duas amostras de água – 1,00 kg a 10,0 °C e 1,00 kg a 30,0 °C – são misturadas à pressão constante dentro de um recipiente isolado. Como o recipiente é isolado, não há troca de energia por calor entre a água e o ambiente. Além disso, a quantidade de energia que sai da água quente por calor é igual à quantidade que entra na água fria por calor. Portanto, a variação em entropia do Universo é zero para esse processo.

## Problemas de Desafio

71. Uma amostra de um gás ideal de 1,00 mol ( $\gamma = 1,40$ ) é levada pelo ciclo de Carnot descrito na Figura Ativa 8.8. No ponto A, a pressão é 25,0 atm e a temperatura é 600 K. No ponto C, a pressão é 1,00 atm e a temperatura é 400 K. (a) Determine as pressões e volumes nos pontos A, B, C e D. (b) Calcule o trabalho total realizado por ciclo.
72. A razão da compressão de um ciclo de Otto, como mostrado na Figura Ativa 8.10, é  $V_A/V_B = 8,00$ . No início A do processo de compressão, 500 cm<sup>3</sup> de gás está a 100 kPa e 20,0 °C. No início da expansão adiabática, a temperatura é  $T_C = 750$  °C. Modele o fluido de trabalho como um gás ideal com  $\gamma = 1,40$ . (a) Preencha a tabela para seguir os estados do gás:

|   | $T$ (K) | $P$ (kPa) | $V$ (cm <sup>3</sup> ) |
|---|---------|-----------|------------------------|
| A | 293     | 100       | 500                    |
| B |         |           |                        |
| C | 1.023   |           |                        |
| D |         |           |                        |

(b) Preencha a tabela para seguir os processos:

|                   | $Q$ | $W$ | $\Delta E_{\text{int}}$ |
|-------------------|-----|-----|-------------------------|
| $A \rightarrow B$ |     |     |                         |
| $B \rightarrow C$ |     |     |                         |
| $C \rightarrow D$ |     |     |                         |
| $D \rightarrow A$ |     |     |                         |
| ABCD              |     |     |                         |

(c) Identifique a entrada de energia  $|Q_{\text{q}}|$ , (d) a energia de escape  $|Q_{\text{f}}|$  e (e) o trabalho total de saída  $W_{\text{maq}}$ . (f) Calcule a eficiência térmica. (g) Encontre o número de revoluções do virabrequim por minuto necessário para que um motor de um cilindro tenha uma potência de saída de 1,00 kW = 1,34 hp. *Observação:* o ciclo termodinâmico envolve quatro movimentos do pistão.



**TABELA A.1** Fatores de conversão

|              | <b>m</b>               | <b>cm</b>           | <b>km</b>              | <b>pol</b>          | <b>pé</b>              | <b>mi</b>              |
|--------------|------------------------|---------------------|------------------------|---------------------|------------------------|------------------------|
| 1 metro      | 1                      | $10^2$              | $10^{-3}$              | 39,37               | 3,281                  | $6,214 \times 10^{-4}$ |
| 1 centímetro | $10^{-2}$              | 1                   | $10^{-5}$              | 0,3937              | $3,281 \times 10^{-2}$ | $6,214 \times 10^{-6}$ |
| 1 quilômetro | $10^3$                 | $10^5$              | 1                      | $3,937 \times 10^4$ | $3,281 \times 10^3$    | 0,6214                 |
| 1 polegada   | $2,540 \times 10^{-2}$ | 2,540               | $2,540 \times 10^{-5}$ | 1                   | $8,333 \times 10^{-2}$ | $1,578 \times 10^{-5}$ |
| 1 pé         | 0,3048                 | 30,48               | $3,048 \times 10^{-4}$ | 12                  | 1                      | $1,894 \times 10^{-4}$ |
| 1 milha      | 1.609                  | $1,609 \times 10^5$ | 1,609                  | $6,336 \times 10^4$ | 5.280                  | 1                      |

**Massa**

|                            | <b>kg</b>               | <b>g</b>                | <b>slug</b>             | <b>u</b>               |
|----------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1 quilograma               | 1                       | $10^3$                  | $6,852 \times 10^{-2}$  | $6,024 \times 10^{26}$ |
| 1 grama                    | $10^{-3}$               | 1                       | $6,852 \times 10^{-5}$  | $6,024 \times 10^{23}$ |
| 1 slug                     | 14,59                   | $1,459 \times 10^4$     | 1                       | $8,789 \times 10^{27}$ |
| 1 unidade de massa atômica | $1,660 \times 10^{-27}$ | $1,660 \times 10^{-24}$ | $1,137 \times 10^{-28}$ | 1                      |

Nota: 1 ton métrica = 1.000 kg.

**Tempo**

|           | <b>s</b>            | <b>min</b>             | <b>h</b>               | <b>dia</b>             | <b>ano</b>             |
|-----------|---------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1 segundo | 1                   | $1,667 \times 10^{-2}$ | $2,778 \times 10^{-4}$ | $1,157 \times 10^{-5}$ | $3,169 \times 10^{-8}$ |
| 1 minuto  | 60                  | 1                      | $1,667 \times 10^{-2}$ | $6,994 \times 10^{-4}$ | $1,901 \times 10^{-6}$ |
| 1 hora    | 3.600               | 60                     | 1                      | $4,167 \times 10^{-2}$ | $1,141 \times 10^{-4}$ |
| 1 dia     | $8,640 \times 10^4$ | 1.440                  | 24                     | 1                      | $2,738 \times 10^{-5}$ |
| 1 ano     | $3,156 \times 10^7$ | $5,259 \times 10^5$    | $8,766 \times 10^3$    | 365,2                  | 1                      |

**Velocidade**

|                          | <b>m/s</b> | <b>cm/s</b> | <b>pé/s</b>            | <b>mi/h</b>            |
|--------------------------|------------|-------------|------------------------|------------------------|
| 1 metro por segundo      | 1          | $10^2$      | 3,281                  | 2,237                  |
| 1 centímetro por segundo | $10^{-2}$  | 1           | $3,281 \times 10^{-2}$ | $2,237 \times 10^{-2}$ |
| 1 pé por segundo         | 0,3048     | 30,48       | 1                      | 0,6818                 |
| 1 milha por hora         | 0,4470     | 44,70       | 1,467                  | 1                      |

Nota: 1 mi/min = 60 mi/h = 88 pé/s.

**Força**

|          | <b>N</b> | <b>lb</b> |
|----------|----------|-----------|
| 1 newton | 1        | 0,2248    |
| 1 libra  | 4,448    | 1         |

(Continua)

**TABELA A.1** Fatores de conversão (continuação)**Energia, transferência de energia**

|                           | J                       | pé·lb                   | eV                      |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1 joule                   | 1                       | 0,7376                  | $6,242 \times 10^{18}$  |
| 1 pé-libra                | 1,356                   | 1                       | $8,464 \times 10^{18}$  |
| 1 elétron-volt            | $1,602 \times 10^{-19}$ | $1,182 \times 10^{-19}$ | 1                       |
| 1 caloria                 | 4,186                   | 3,087                   | $2,613 \times 10^{19}$  |
| 1 unidade térmica inglesa | $1,055 \times 10^3$     | $7,779 \times 10^2$     | $6,585 \times 10^{21}$  |
| 1 quilowatt-hora          | $3,600 \times 10^6$     | $2,655 \times 10^6$     | $2,247 \times 10^{25}$  |
|                           | cal                     | Btu                     | kWh                     |
| 1 joule                   | 0,2389                  | $9,481 \times 10^{-4}$  | $2,778 \times 10^{-7}$  |
| 1 pé-libra                | 0,3239                  | $1,285 \times 10^{-3}$  | $3,766 \times 10^{-7}$  |
| 1 elétron-volt            | $3,827 \times 10^{-20}$ | $1,519 \times 10^{-22}$ | $4,450 \times 10^{-26}$ |
| 1 caloria                 | 1                       | $3,968 \times 10^{-3}$  | $1,163 \times 10^{-6}$  |
| 1 unidade térmica inglesa | $2,520 \times 10^2$     | 1                       | $2,930 \times 10^{-4}$  |
| 1 quilowatt-hora          | $8,601 \times 10^5$     | $3,413 \times 10^2$     | 1                       |

**Pressão**

|                                       | Pa                     | atm                    |                        |
|---------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1 pascal                              | 1                      | $9,869 \times 10^{-6}$ |                        |
| 1 atmosfera                           | $1,013 \times 10^5$    | 1                      |                        |
| 1 centímetro de mercúrio <sup>a</sup> | $1,333 \times 10^3$    | $1,316 \times 10^{-2}$ |                        |
| 1 libra por polegada quadrada         | $6,895 \times 10^3$    | $6,805 \times 10^{-2}$ |                        |
| 1 libra por pé quadrado               | 47,88                  | $4,725 \times 10^{-4}$ |                        |
|                                       | cm Hg                  | lb/pol <sup>2</sup>    | lb/pé <sup>2</sup>     |
| 1 pascal                              | $7,501 \times 10^{-4}$ | $1,450 \times 10^{-4}$ | $2,089 \times 10^{-2}$ |
| 1 atmosfera                           | 76                     | 14,70                  | $2,116 \times 10^3$    |
| 1 centímetro de mercúrio <sup>a</sup> | 1                      | 0,1943                 | 27,85                  |
| 1 libra por polegada quadrada         | 5,171                  | 1                      | 144                    |
| 1 libra por pé quadrado               | $3,591 \times 10^{-2}$ | $6,944 \times 10^{-3}$ | 1                      |

<sup>a</sup>A 0 °C e em um local onde a aceleração da gravidade tem seu valor “padrão”, 9,80665 m/s<sup>2</sup>.**TABELA A.2** Símbolos, dimensões e unidades de quantidades físicas

| Quantidade               | Símbolo comum  | Unidade <sup>a</sup>   | Dimensões <sup>b</sup>                         | Unidade em termos de unidades base SI                |
|--------------------------|----------------|------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Aceleração               | $\vec{a}$      | m/s <sup>2</sup>       | L/T <sup>2</sup>                               | m/s <sup>2</sup>                                     |
| Quantidade de substância | $n$            | MOL                    |                                                | mol                                                  |
| Ângulo                   | $\theta, \phi$ | radiano (rad)          | 1                                              |                                                      |
| Aceleração angular       | $\vec{\alpha}$ | rad/s <sup>2</sup>     | T <sup>-2</sup>                                | s <sup>-2</sup>                                      |
| Frequência angular       | $\omega$       | rad/s                  | T <sup>-1</sup>                                | s <sup>-1</sup>                                      |
| Momento angular          | $\vec{L}$      | kg · m <sup>2</sup> /s | ML <sup>2</sup> /T                             | kg · m <sup>2</sup> /s                               |
| Velocidade angular       | $\vec{\omega}$ | rad/s                  | T <sup>-1</sup>                                | s <sup>-1</sup>                                      |
| Área                     | $A$            | m <sup>2</sup>         | L <sup>2</sup>                                 | m <sup>2</sup>                                       |
| Número atômico           | $Z$            |                        |                                                |                                                      |
| Capacitância             | $C$            | farad (F)              | Q <sup>2</sup> T <sup>2</sup> /ML <sup>2</sup> | A <sup>2</sup> · s <sup>4</sup> /kg · m <sup>2</sup> |
| Carga                    | $q, Q, e$      | coulomb (C)            | Q                                              | A · s                                                |

(continua)



**TABELA A.2** Símbolos, dimensões e unidades de quantidades físicas (continuação)

| Quantidade                     | Símbolo comum              | Unidade <sup>a</sup>                       | Dimensões <sup>b</sup>                         | Unidade em termos de unidades base SI                |
|--------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| Densidade de carga             |                            |                                            |                                                |                                                      |
| Linha                          | $\lambda$                  | C/m                                        | Q/L                                            | A · s/m                                              |
| Superfície                     | $\sigma$                   | C/m <sup>2</sup>                           | Q/L <sup>2</sup>                               | A · s/m <sup>2</sup>                                 |
| Volume                         | $\rho$                     | C/m <sup>3</sup>                           | Q/L <sup>3</sup>                               | A · s/m <sup>3</sup>                                 |
| Condutividade                  | $\sigma$                   | 1/Ω · m                                    | Q <sup>2</sup> T/ML <sup>3</sup>               | A <sup>2</sup> · s <sup>3</sup> /kg · m <sup>3</sup> |
| Corrente                       | $I$                        | AMPÈRE                                     | Q/T                                            | A                                                    |
| Densidade de corrente          | $J$                        | A/m <sup>2</sup>                           | Q/TL <sup>2</sup>                              | A/m <sup>2</sup>                                     |
| Densidade                      | $\rho$                     | kg/m <sup>3</sup>                          | M/L <sup>3</sup>                               | kg/m <sup>3</sup>                                    |
| Constante dielétrica           | $\kappa$                   |                                            |                                                |                                                      |
| Momento de dipolo elétrico     | $\vec{p}$                  | C · m                                      | QL                                             | A · s · m                                            |
| Campo elétrico                 | $\vec{E}$                  | V/m                                        | ML/QT <sup>2</sup>                             | kg · m/A · s <sup>3</sup>                            |
| Fluxo elétrico                 | $\Phi_E$                   | V · m                                      | ML <sup>3</sup> /QT <sup>2</sup>               | kg · m <sup>3</sup> /A · s <sup>3</sup>              |
| Força eletromotriz             | $\mathcal{E}$              | volt (V)                                   | ML <sup>2</sup> /QT <sup>2</sup>               | kg · m <sup>2</sup> /A · s <sup>3</sup>              |
| Energia                        | $E, U, K$                  | joule (J)                                  | ML <sup>2</sup> /T <sup>2</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>                  |
| Entropia                       | $S$                        | J/K                                        | ML <sup>2</sup> /T <sup>2</sup> K              | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> · K              |
| Força                          | $\vec{F}$                  | newton (N)                                 | ML/T <sup>2</sup>                              | kg · m/s <sup>2</sup>                                |
| Frequência                     | $f$                        | hertz (Hz)                                 | T <sup>-1</sup>                                | s <sup>-1</sup>                                      |
| Calor                          | $Q$                        | joule (J)                                  | ML <sup>2</sup> /T <sup>2</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>                  |
| Indutância                     | $L$                        | henry (H)                                  | ML <sup>2</sup> /Q <sup>2</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> |
| Comprimento                    | $\ell, L$                  | METRO                                      | L                                              | m                                                    |
| Deslocamento                   | $\Delta x, \Delta \vec{r}$ |                                            |                                                |                                                      |
| Distância                      | $d, h$                     |                                            |                                                |                                                      |
| Posição                        | $x, y, z, \vec{r}$         |                                            |                                                |                                                      |
| Momento de dipolo magnético    | $\vec{\mu}$                | N · m/T                                    | QL <sup>2</sup> /T                             | A · m <sup>2</sup>                                   |
| Campo magnético                | $\vec{B}$                  | tesla (T) (= Wb/m <sup>2</sup> )           | M/QT                                           | kg/A · s <sup>2</sup>                                |
| Fluxo magnético                | $\Phi_B$                   | weber (Wb)                                 | ML <sup>2</sup> /QT                            | kg · m <sup>2</sup> /A · s <sup>2</sup>              |
| Massa                          | $m, M$                     | QUILOGRAMA                                 | M                                              | kg                                                   |
| Calor específico molar         | $C$                        | J/mol · K                                  |                                                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> · mol · K        |
| Momento de inércia             | $I$                        | kg · m <sup>2</sup>                        | ML <sup>2</sup>                                | kg · m <sup>2</sup>                                  |
| Quantidade de movimento        | $\vec{p}$                  | kg · m/s                                   | ML/T                                           | kg · m/s                                             |
| Período                        | $T$                        | s                                          | T                                              | s                                                    |
| Permeabilidade do espaço livre | $\mu_0$                    | N/A <sup>2</sup> (= H/m)                   | ML/Q <sup>2</sup>                              | kg · m/A <sup>2</sup> · s <sup>2</sup>               |
| Permissividade do espaço livre | $\epsilon_0$               | C <sup>2</sup> /N · m <sup>2</sup> (= F/m) | Q <sup>2</sup> T <sup>2</sup> /ML <sup>3</sup> | A <sup>2</sup> · s <sup>4</sup> /kg · m <sup>3</sup> |
| Potencial                      | $V$                        | volt (V)(= J/C)                            | ML <sup>2</sup> /QT <sup>2</sup>               | kg · m <sup>2</sup> /A · s <sup>3</sup>              |
| Potência                       | $P$                        | watt (W)(= J/s)                            | ML <sup>2</sup> /T <sup>3</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>                  |
| Pressão                        | $P$                        | pascal (Pa)(= N/m <sup>2</sup> )           | M/LT <sup>2</sup>                              | kg/m · s <sup>2</sup>                                |
| Resistência                    | $R$                        | ohm (Ω)(= V/A)                             | ML <sup>2</sup> /Q <sup>2</sup> T              | kg · m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> · s <sup>3</sup> |
| Calor específico               | $c$                        | J/kg · K                                   | L <sup>2</sup> /T <sup>2</sup> K               | m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> · K                   |
| Velocidade                     | $v$                        | m/s                                        | L/T                                            | m/s                                                  |
| Temperatura                    | $T$                        | KELVIN                                     | K                                              | K                                                    |
| Tempo                          | $t$                        | SEGUNDO                                    | T                                              | s                                                    |
| Torque                         | $\vec{\tau}$               | N · m                                      | ML <sup>2</sup> /T <sup>2</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>                  |
| Velocidade                     | $\vec{v}$                  | m/s                                        | L/T                                            | m/s                                                  |
| Volume                         | $V$                        | m <sup>3</sup>                             | L <sup>3</sup>                                 | m <sup>3</sup>                                       |
| Comprimento de onda            | $\lambda$                  | m                                          | L                                              | m                                                    |
| Trabalho                       | $W$                        | joule (J)(= N · m)                         | ML <sup>2</sup> /T <sup>2</sup>                | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>                  |

<sup>a</sup>As unidades bases SI são mostradas em letras maiúsculas.<sup>b</sup>Os símbolos M, L, T, K e Q denotam massa, comprimento, tempo, temperatura e carga, respectivamente.

## Revisão matemática

Este apêndice serve como uma breve revisão de operações e métodos. Desde o começo deste curso, você deve estar completamente familiarizado com técnicas algébricas básicas, geometria analítica e trigonometria. As seções de cálculo diferencial e integral são mais detalhadas e voltadas para alunos que têm dificuldade com a aplicação dos conceitos de cálculo para situações físicas.

### B.1 Notação científica

Várias quantidades utilizadas pelos cientistas geralmente têm valores muito grandes ou muito pequenos. A velocidade da luz, por exemplo, é por volta de 300.000.000 m/s, e a tinta necessária para fazer o pingo no *i* neste livro-texto tem uma massa de aproximadamente 0,000000001 kg. Obviamente, é bastante complicado ler, escrever e acompanhar esses números. Evitamos este problema utilizando um método que incorpora potências do número 10:

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$$

$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$$

e assim por diante. O número de zeros corresponde à potência à qual dez é colocado, chamado de **expoente** de dez. Por exemplo, a velocidade da luz, 300.000.000 m/s, pode ser expressa como  $3,00 \times 10^8$  m/s.

Neste método, alguns números representativos inferiores à unidade são os seguintes:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = 0,01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0,001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0,0001$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0,00001$$

Nestes casos, o número de casas que o ponto decimal está à esquerda do dígito 1 é igual ao valor do expoente (negativo). Os números expressos como uma potência de dez multiplicados por outro número entre um e dez são considerados como em **notação científica**. Por exemplo, a notação científica para 5.943.000.000 é  $5,943 \times 10^9$ , e para 0,0000832 é  $8,32 \times 10^{-5}$ .

Quando os números expressos em notação científica estão sendo multiplicados, a regra geral a seguir é muito útil:

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \quad (\text{B.1})$$

onde  $n$  e  $m$  podem ser *quaisquer* números (não necessariamente inteiros). Por exemplo,  $10^2 \times 10^5 = 10^7$ . A regra também se aplica se um dos expoentes for negativo:  $10^3 \times 10^{-8} = 10^{-5}$ .

Ao dividir os números formulados em notação científica, note que

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^n \times 10^{-m} = 10^{n-m} \quad (\text{B.2})$$

## Exercícios

Com a ajuda das regras anteriores, verifique as respostas nas equações a seguir:

1.  $86.400 = 8,64 \times 10^4$
2.  $9.816.762,5 = 9,8167625 \times 10^6$
3.  $0,0000000398 = 3,98 \times 10^{-8}$
4.  $(4,0 \times 10^8)(9,0 \times 10^9) = 3,6 \times 10^{18}$
5.  $(3,0 \times 10^7)(6,0 \times 10^{-12}) = 1,8 \times 10^{-4}$
6.  $\frac{75 \times 10^{-11}}{5,0 \times 10^{-3}} = 1,5 \times 10^{-7}$
7.  $\frac{(3 \times 10^6)(8 \times 10^{-2})}{(2 \times 10^{17})(6 \times 10^5)} = 2 \times 10^{-18}$

## B.2 Álgebra

### Algumas regras básicas

Quando operações algébricas são executadas, aplicam-se as leis da aritmética. Símbolos como  $x$ ,  $y$  e  $z$  em geral são utilizados para representar quantidades não especificadas, chamadas **desconhecidas**.

Primeiro, considere a equação

$$8x = 32$$

Se desejarmos resolver  $x$ , podemos dividir (ou multiplicar) cada lado da equação pelo mesmo fator sem destruir a igualdade. Neste caso, se dividirmos ambos os lados por 8, temos

$$\begin{aligned} \frac{8x}{8} &= \frac{32}{8} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Em seguida, consideramos a equação

$$x + 2 = 8$$

Neste tipo de expressão, podemos adicionar ou subtrair a mesma quantidade de cada lado. Se subtraímos 2 de cada lado, temos

$$\begin{aligned} x + 2 - 2 &= 8 - 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Em geral, se  $x + a = b$ , então  $x = b - a$ .

Considere agora a equação

$$\frac{x}{5} = 9$$

Se multiplicarmos cada lado por 5, temos  $x$  à esquerda por ele mesmo e 45 à direita:

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{5}\right)(5) &= 9 \times 5 \\ x &= 45 \end{aligned}$$

Em todos os casos, *qualquer operação que for feita no lado esquerdo da igualdade também deve sê-lo no lado direito*.

As regras a seguir para multiplicação, divisão, adição e subtração de frações devem ser lembradas, onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são quatro números:

|                      | Regra                                                              | Exemplo                                                                      |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Multiplicação</b> | $\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$ | $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$            |
| <b>Divisão</b>       | $\frac{(a/b)}{(c/d)} = \frac{ad}{bc}$                              | $\frac{2/3}{4/5} = \frac{(2)(5)}{(4)(3)} = \frac{10}{12}$                    |
| <b>Adição</b>        | $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$               | $\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2)(5) - (4)(3)}{(3)(5)} = -\frac{2}{15}$ |

## Exercícios

Nos exercícios a seguir, resolva para  $x$ .

### Respostas

- $a = \frac{1}{1+x}$        $x = \frac{1-a}{a}$
- $3x - 5 = 13$        $x = 6$
- $ax - 5 = bx + 2$        $x = \frac{7}{a-b}$
- $\frac{5}{2x+6} = \frac{3}{4x+8}$        $x = -\frac{11}{7}$

## Potências

Quando potências de uma determinada quantidade  $x$  são multiplicadas, a regra a seguir se aplica:

$$x^n x^m = x^{n+m} \quad (\text{B.3})$$

Por exemplo,  $x^2 x^4 = x^{2+4} = x^6$ .

Ao dividir as potências de uma determinada quantidade, a regra é

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \quad (\text{B.4})$$

Por exemplo,  $x^8/x^2 = x^{8-2} = x^6$ .

Uma potência que é uma fração, como  $\frac{1}{3}$ , corresponde a uma raiz como segue:

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x} \quad (\text{B.5})$$

Por exemplo,  $4^{1/3} = \sqrt[3]{4} = 1,5874$ . (Uma calculadora científica é útil nesses cálculos).

Finalmente, qualquer quantidade  $x^n$  elevada à  $m$ -ésima potência é

$$(x^n)^m = x^{nm} \quad (\text{B.6})$$

**TABELA B.1**

A Tabela B.1 resume as regras dos expoentes.

### Regras dos expoentes

$$\begin{aligned} x^0 &= 1 \\ x^1 &= x \\ x^n x^m &= x^{n+m} \\ x^n / x^m &= x^{n-m} \\ x^{1/n} &= \sqrt[n]{x} \\ (x^n)^m &= x^{nm} \end{aligned}$$

### Exercícios

Verifique as equações a seguir:

- $3^2 \times 3^3 = 243$
- $x^5 x^{-8} = x^{-3}$
- $x^{10}/x^{-5} = x^{15}$

4.  $5^{1/3} = 1.709976$  (use a calculadora)

5.  $60^{1/4} = 2.783158$  (use a calculadora)

6.  $(x^4)^3 = x^{12}$

## Fatoração

Algumas fórmulas úteis para fatorar uma equação são as seguintes:

$$ax + ay + az = a(x + y + z) \text{ fator comum}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \text{ quadrado perfeito}$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ diferença de quadrados}$$

## Equações quadráticas

A forma geral de uma equação quadrática é

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (\text{B.7})$$

onde  $x$  é a quantidade desconhecida;  $a$ ,  $b$  e  $c$  são fatores numéricos chamados **coeficientes** da equação. Esta equação tem duas raízes, dadas por

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{B.8})$$

Se  $b^2 \geq 4ac$ , as raízes são reais.

### Exemplo B.1

A equação  $x^2 + 5x + 4 = 0$  tem as seguintes raízes que correspondem aos dois sinais do termo de raiz quadrada:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4)(1)(4)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$x_+ = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \quad x_- = \frac{-5 - 3}{2} = -4$$

onde  $x_+$  refere-se à raiz que corresponde ao sinal positivo, e  $x_-$  à raiz que corresponde ao sinal negativo.

## Exercícios

Resolva as seguintes equações quadráticas:

### Respostas

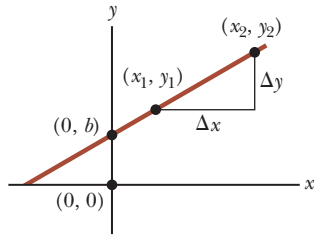
- |                        |                         |                         |
|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. $x^2 + 2x - 3 = 0$  | $x_+ = 1$               | $x_- = -3$              |
| 2. $2x^2 - 5x + 2 = 0$ | $x_+ = 2$               | $x_- = \frac{1}{2}$     |
| 3. $2x^2 - 4x - 9 = 0$ | $x_+ = 1 + \sqrt{22}/2$ | $x_- = 1 - \sqrt{22}/2$ |

## Equações Lineares

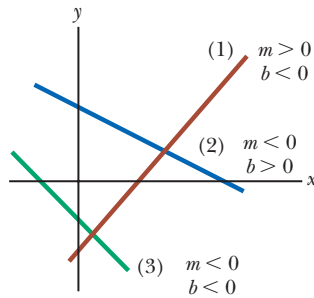
Uma equação linear tem a forma geral

$$y = mx + b \quad (\text{B.9})$$

onde  $m$  e  $b$  são constantes. Esta equação é chamada de linear porque o gráfico de  $y$  por  $x$  é uma linha reta, como mostra a Figura B.1. A constante  $b$ , chamada **coeficiente linear**, representa o valor de  $y$  no qual a linha reta se intersecciona com o eixo  $y$ . A constante  $m$  é igual ao **coeficiente angular (inclinação)** da linha reta. Se dois pontos quaisquer na linha reta forem



**Figura B.1** Linha reta representada graficamente em um sistema de coordenadas  $xy$ . A inclinação da linha é a razão entre  $\Delta y$  e  $\Delta x$ .



**Figura B.2** A linha (1) tem uma inclinação positiva e um ponto de interseção com  $y$  negativo. A linha (2) tem uma inclinação negativa e um ponto de interseção com  $y$  positivo. A linha (3) tem uma inclinação negativa e um ponto de interseção com  $y$  negativo.

Em alguns casos, as duas informações podem ser (1) uma equação e (2) uma condição nas soluções. Por exemplo, suponha que tenhamos a equação  $m = 3n$  e a condição que  $m$  e  $n$  devem ser os menores inteiros diferentes de zero possíveis. Então, a equação simples não permite uma solução única, mas a adição da condição resulta que  $n = 1$  e  $m = 3$ .

especificados pelas coordenadas  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$ , como na Figura B.1, a inclinação da linha reta pode ser expressa como

$$\text{Inclinação} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\text{B.10})$$

Note que  $m$  e  $b$  podem ter valores positivos ou negativos. Se  $m > 0$ , a linha reta tem uma inclinação *positiva*, como na Figura B.1. Se  $m < 0$ , a linha reta tem uma inclinação *negativa*. Na Figura B.1,  $m$  e  $b$  são positivos. Três outras situações possíveis são mostradas na Figura B.2.

## Exercícios

- Desenhe os gráficos das linhas retas a seguir:  
(a)  $y = 5x + 3$  (b)  $y = -2x + 4$  (c)  $y = -3x - 6$
- Encontre as inclinações das linhas retas descritas no Exercício 1.

**Respostas** (a) 5, (b)  $-2$ , (c)  $-3$

- Encontre as inclinações das linhas retas que passam pelos seguintes conjuntos de pontos: (a)  $(0, -4)$  e  $(4, 2)$ , (b)  $(0, 0)$  e  $(2, -5)$ , (c)  $(-5, 2)$  e  $(4, -2)$

**Respostas** (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $-\frac{5}{2}$  (c)  $-\frac{4}{9}$

## Resolução de equações lineares simultâneas

Considere a equação  $3x + 5y = 15$ , que tem duas incógnitas,  $x$  e  $y$ . Ela não tem uma solução única. Por exemplo,  $(x = 0, y = 3)$ ,  $(x = 5, y = 0)$  e  $(x = 2, y = \frac{9}{5})$  são todas soluções para esta equação.

Se um problema tem duas incógnitas, uma solução única é possível somente se tivermos *duas* informações. Na maioria dos casos, elas são equações. Em geral, se um problema tem  $n$  incógnitas, sua solução necessita de  $n$  equações. Para resolver essas duas equações simultâneas que envolvem duas incógnitas,  $x$  e  $y$ , resolvemos uma delas para  $x$  em termos de  $y$  e substituímos esta expressão na outra equação.

### Exemplo B.2

Resolva as duas equações simultâneas

$$(1) \quad 5x + y = -8$$

$$(2) \quad 2x - 2y = 4$$

**Solução** Da Equação (2),  $x = y + 2$ . A substituição desta na Equação (1) resulta

$$5(y + 2) + y = -8$$

$$6y = -18$$

$$y = -3$$

$$x = y + 2 = -1$$

**Solução alternativa** Multiplique cada termo na Equação (1) pelo fator 2 e adicione o resultado à Equação (2):

$$10x + 2y = -16$$

$$2x - 2y = 4$$

$$12x = -12$$

$$x = -1$$

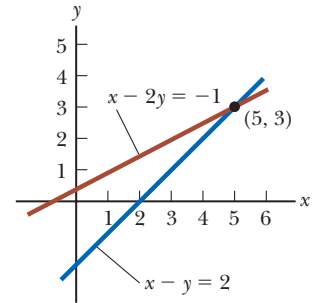
$$y = x - 2 = -3$$



Duas equações lineares com duas incógnitas também podem ser resolvidas por um método gráfico. Se as linhas retas que correspondem às duas equações forem representadas graficamente em um sistema convencional de coordenadas, a intersecção das duas linhas representa a resolução. Por exemplo, considere as duas equações

$$\begin{aligned}x - y &= 2 \\x - 2y &= -1\end{aligned}$$

Estas estão representadas graficamente na Figura B.3. A intersecção das duas linhas tem as coordenadas  $x = 5$  e  $y = 3$ , o que representa a resolução para as equações. Você deve conferir essa resolução pela técnica analítica discutida anteriormente.



**Figura B.3** Solução gráfica para duas equações lineares.

## Exercícios

Resolva os pares a seguir de equações simultâneas que envolvem duas incógnitas:

- |                                    | <b>Respostas</b>   |
|------------------------------------|--------------------|
| 1. $x + y = 8$<br>$x - y = 2$      | $x = 5, y = 3$     |
| 2. $98 - T = 10a$<br>$T - 49 = 5a$ | $T = 65, a = 3,27$ |
| 3. $6x + 2y = 6$<br>$8x - 4y = 28$ | $x = 2, y = -3$    |

## Logaritmos

Suponha que uma quantidade  $x$  seja expressa como uma potência de uma quantidade  $a$ :

$$x = a^y \quad (\text{B.11})$$

O número  $a$  é chamado número **base**. O **logaritmo** de  $x$  em relação à base  $a$  é igual ao expoente para o qual a base deve ser elevada para atender à expressão  $x = a^y$ :

$$y = \log_a x \quad (\text{B.12})$$

Do mesmo modo, o **antilogaritmo** de  $y$  é o número  $x$ :

$$x = \text{antilog}_a y \quad (\text{B.13})$$

Na prática, as duas mais utilizadas são a base 10, chamada base de logaritmo *comum*, e a base  $e = 2,718282$ , chamada constante de Euler, ou base de logaritmo *natural*. Quando logaritmos comuns são utilizados,

$$y = \log_{10} x \quad (\text{ou } x = 10^y) \quad (\text{B.14})$$

Quando logaritmos naturais são utilizados,

$$y = \ln x \quad (\text{ou } x = e^y) \quad (\text{B.15})$$

Por exemplo,  $\log_{10} 52 = 1,716$ , então  $\text{antilog}_{10} 1,716 = 10^{1,716} = 52$ . Do mesmo modo,  $\ln 52 = 3,951$ , então  $3,951 = e^{3,951} = 52$ . Em geral, note que você pode converter entre a base 10 e a base  $e$  com a igualdade

$$\ln x = (2,302585) \log_{10} x \quad (\text{B.16})$$

Finalmente, algumas propriedades úteis de logaritmos são as seguintes:

$$\left. \begin{aligned} \log(ab) &= \log a + \log b \\ \log(a/b) &= \log a - \log b \\ \log(a^n) &= n \log a \end{aligned} \right\} \text{ qualquer base}$$

$$\ln e = 1$$

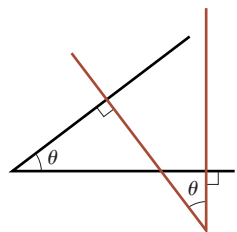
$$\ln e^a = a$$

$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$$

## B.3 Geometria

A **distância**  $d$  entre dois pontos com coordenadas  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  é

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (\text{B.17})$$

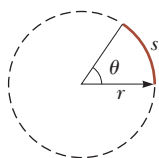


**Figura B.4** Os ângulos são iguais em razão de seus lados estarem perpendiculares.

Dois ângulos são iguais se seus lados estiverem perpendiculares, lado direito com lado direito e esquerdo com esquerdo. Por exemplo, os dois ângulos marcados  $\theta$  na Figura B.4 são os mesmos devido à perpendicularidade dos lados dos ângulos. Para distinguir os lados esquerdo e direito de um ângulo, imagine-se em pé e de frente para o vértice do ângulo.

**Medida do radiano:** O comprimento do arco  $s$  de um arco circular (Fig. B.5) é proporcional ao raio  $r$  para um valor fixo de  $\theta$  (em radianos):

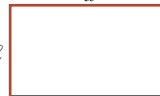
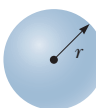
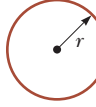
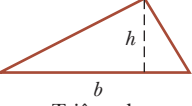
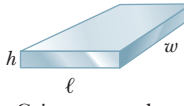
$$\begin{aligned} s &= r\theta \\ \theta &= \frac{s}{r} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$



**Figura B.5** O ângulo  $\theta$  em radianos é a relação do comprimento do arco  $s$  com o raio  $r$  do círculo.

A Tabela B.2 mostra as **áreas** e os **volumes** de várias formas geométricas utilizadas neste texto.

**TABELA B.2** Informações úteis para geometria

| Forma                                                                                            | Área ou volume                                | Forma                                                                                                    | Área ou volume                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| <br>Retângulo | Área = $\ell w$                               | <br>Esfera           | Área da superfície = $4\pi r^2$<br>Volume = $\frac{4\pi r^3}{3}$     |
| <br>Círculo   | Área = $\pi r^2$<br>Circunferência = $2\pi r$ | <br>Cilindro         | Área da superfície lateral = $2\pi r\ell$<br>Volume = $\pi r^2\ell$  |
| <br>Triângulo | Área = $\frac{1}{2}bh$                        | <br>Caixa retangular | Área da superfície = $2(\ell h + \ell w + hw)$<br>Volume = $\ell wh$ |

A equação de uma **linha reta** (Fig. B.6) é

$$y = mx + b \quad (\text{B.19})$$

onde  $b$  é o ponto de intersecção em  $y$ , e  $m$  é a inclinação da linha.

A equação de um **círculo** de raio  $R$  centralizado na origem é

$$x^2 + y^2 = R^2$$

(B.20)

A equação de uma **elipse** com a origem no seu centro (Fig. B.7) é

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(B.21)

onde  $a$  é o comprimento do semieixo principal (mais longo), e  $b$  o comprimento do semieixo secundário (mais curto).

A equação de uma **parábola**, cujo vértice está em  $y = b$  (Fig. B.8), é

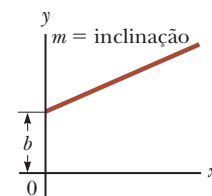
$$y = ax^2 + b$$

(B.22)

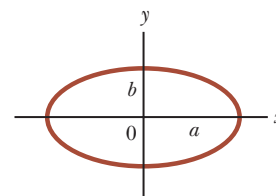
A equação de uma **hipérbole retangular** (Fig. B.9) é

$$xy = \text{constante}$$

(B.23)



**Figura B.6** Linha reta com uma inclinação de  $m$  e um ponto de intersecção em  $y$  de  $b$ .



**Figura B.7** Elipse com semieixos principal  $a$  e secundário  $b$ .

## B.4 Trigonometria

Chama-se trigonometria a área da matemática baseada nas propriedades especiais do triângulo retângulo. Este, por definição, é um triângulo com um ângulo de  $90^\circ$ . Considere o triângulo retângulo mostrado na Figura B.10, onde o cateto (lado)  $a$  está oposto ao ângulo  $\theta$ , o cateto  $b$  está adjacente ao ângulo  $\theta$ , e o lado  $c$  é a hipotenusa do triângulo. As três funções básicas definidas por esse triângulo são o seno ( $\text{sen}$ ), cosseno ( $\text{cos}$ ) e tangente ( $\text{tg}$ ). Em termos do ângulo  $\theta$ , essas funções são assim definidas:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

(B.24)

$$\text{cos } \theta = \frac{\text{cateto adjacente a } \theta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

(B.25)

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto a } \theta}{\text{cateto adjacente a } \theta} = \frac{a}{b}$$

(B.26)

O teorema de Pitágoras oferece a seguinte relação entre os lados do triângulo retângulo:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

(B.27)

A partir das definições anteriores e do teorema de Pitágoras, temos que

$$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{sen } \theta}{\text{cos } \theta}$$

As funções cossecante, secante e cotangente são definidas por

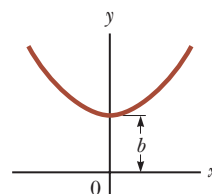
$$\text{cossec } \theta = \frac{1}{\text{sen } \theta} \quad \text{sec } \theta = \frac{1}{\text{cos } \theta} \quad \text{cotg } \theta = \frac{1}{\text{tg } \theta}$$

As relações a seguir são derivadas diretamente do ângulo reto mostrado na Figura B.10:

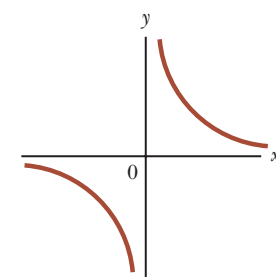
$$\text{sen } \theta = \text{cos } (90^\circ - \theta)$$

$$\text{cos } \theta = \text{sen } (90^\circ - \theta)$$

$$\text{cotg } \theta = \text{tg } (90^\circ - \theta)$$

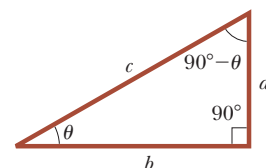


**Figura B.8** Parábola com seu vértice em  $y = b$ .

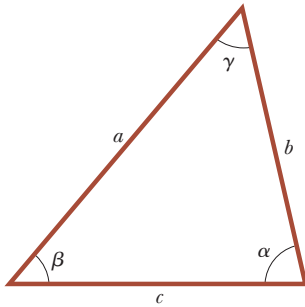


**Figura B.9** Hipérbole.

$a$  = cateto oposto a  $\theta$   
 $b$  = cateto adjacente a  $\theta$   
 $c$  = hipotenusa



**Figura B.10** Triângulo retângulo, utilizado para definir as funções básicas da trigonometria.



**Figura B.11** Um triângulo arbitrário, não retângulo.

Algumas propriedades das funções trigonométricas são as seguintes:

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\operatorname{tg}(-\theta) = -\operatorname{tg} \theta$$

As relações a seguir aplicam-se a *qualquer* triângulo, como mostrado na Figura B.11:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\text{Lei dos cossenos} \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \end{cases}$$

$$\text{Lei dos senos} \quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

A Tabela B.3 relaciona várias identidades trigonométricas úteis.

### Exemplo B.3

Considere o triângulo retângulo na Figura B.12, no qual  $a = 2,00$ ,  $b = 5,00$  e  $c$  é incôgnita. A partir do teorema de Pitágoras, temos que

$$c^2 = a^2 + b^2 = 2,00^2 + 5,00^2 = 4,00 + 25,0 = 29,0$$

$$c = \sqrt{29,0} = 5,39$$

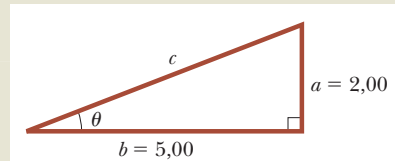
Para encontrar o ângulo  $\theta$ , note que

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a}{b} = \frac{2,00}{5,00} = 0,400$$

Utilizando uma calculadora, temos

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1}(0,400) = 21,8^\circ$$

onde  $\operatorname{tg}^{-1}(0,400)$  é a representação de “ângulo cuja tangente é 0,400”, expresso às vezes como  $\arctg(0,400)$ .



**Figura B.12** (Exemplo B.3)

### TABELA B.3 Algumas identidades trigonométricas

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cotg^2 \theta$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta)$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin A \pm \sin B = 2 \sin \left[ \frac{1}{2}(A \pm B) \right] \cos \left[ \frac{1}{2}(A \mp B) \right]$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \left[ \frac{1}{2}(A + B) \right] \cos \left[ \frac{1}{2}(A - B) \right]$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \left[ \frac{1}{2}(A + B) \right] \sin \left[ \frac{1}{2}(B - A) \right]$$

## Exercícios

1. Na Figura B.13, identifique (a) o cateto oposto  $\theta$ , (b) o cateto adjacente a  $\phi$  e, depois, encontre (c)  $\cos \theta$ , (d)  $\sin \phi$  e (e)  $\tan \theta$ .

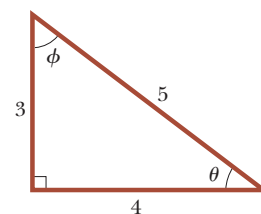
**Respostas** (a) 3 (b) 3 (c)  $\frac{4}{5}$  (d)  $\frac{4}{5}$  (e)  $\frac{4}{3}$

2. Em um determinado triângulo retângulo, os dois catetos que estão perpendiculares um ao outro têm 5,00 m e 7,00 m de comprimento. Qual é o comprimento da hipotenusa?

**Resposta** 8,60 m

3. Um triângulo retângulo tem uma hipotenusa de 3,0 m de comprimento, e um de seus ângulos é  $30^\circ$ . (a) Qual é o comprimento do cateto oposto ao ângulo de  $30^\circ$ ? (b) Qual é o cateto adjacente ao ângulo de  $30^\circ$ ?

**Respostas** (a) 1,5 m (b) 2,6 m



**Figura B.13** (Exercício 1)

## B.5 Expansões de séries

$$(a + b)^n = a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} b^2 + \dots$$

$$(1 + x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \dots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\ln(1 \pm x) = \pm x - \frac{1}{2} x^2 \pm \frac{1}{3} x^3 - \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \\ \tan x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots \end{aligned} \right\} x \text{ em radianos}, |x| < \frac{\pi}{2}$$

Para  $x \ll 1$ , as aproximações a seguir podem ser utilizadas:<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} (1 + x)^n &\approx 1 + nx & \sin x &\approx x \\ e^x &\approx 1 + x & \cos x &\approx 1 \\ \ln(1 \pm x) &\approx \pm x & \tan x &\approx x \end{aligned}$$

## B.6 Cálculo diferencial

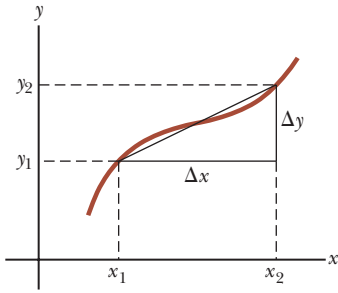
Em várias ramificações da ciência é necessário, às vezes, utilizar as ferramentas básicas do cálculo, inventado por Newton, para descrever fenômenos físicos. O uso do cálculo é fundamental no tratamento de vários problemas da mecânica newtoniana, eletricidade e magnetismo. Nesta seção, simplesmente expomos algumas propriedades básicas e regras fundamentais que devem ser uma revisão útil para os alunos.

Primeiro, uma **função** que relaciona uma variável a outra deve ser especificada (por exemplo, uma coordenada como função do tempo). Suponha que uma das variáveis seja chamada de  $y$  (a variável dependente) e a outra de  $x$  (a variável independente). Podemos ter uma relação de funções como

$$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Se  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes específicas,  $y$  pode ser calculado para qualquer valor de  $x$ . Geralmente, lidamos com funções contínuas, isto é, aquelas para as quais  $y$  varia “suavemente” com  $x$ .

<sup>1</sup> A aproximação para as funções  $\sin x$ ,  $\cos x$  e  $\tan x$  são para  $x \leq 0,1$  rad.



**Figura B.14** Os comprimentos  $\Delta x$  e  $\Delta y$  são utilizados para definir a derivada desta função em um ponto.

A **derivada** de  $y$  com relação a  $x$  é definida como o limite conforme  $\Delta x$  se aproxima de zero na curva de  $y$  por  $x$ . Matematicamente, expressamos esta definição como

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \quad (\text{B.28})$$

onde  $\Delta y$  e  $\Delta x$  são definidos como  $\Delta x = x_2 - x_1$  e  $\Delta y = y_2 - y_1$  (Fig. B.14). Note que  $dy/dx$  não significa  $dy$  dividido por  $dx$ , mas é simplesmente uma notação do processo limitador da derivada, como definido pela Equação B.28.

Uma expressão útil para lembrar quando  $y(x) = ax^n$ , onde  $a$  é uma constante e  $n$  é qualquer número positivo ou negativo (inteiro ou fração), é

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1} \quad (\text{B.29})$$

**TABELA B.4** Derivada para várias funções

|                                                                         |
|-------------------------------------------------------------------------|
| $\frac{d}{dx}(a) = 0$                                                   |
| $\frac{d}{dx}(ax^n) = nax^{n-1}$                                        |
| $\frac{d}{dx}(e^{ax}) = ae^{ax}$                                        |
| $\frac{d}{dx}(\sin ax) = a \cos ax$                                     |
| $\frac{d}{dx}(\cos ax) = -a \sin ax$                                    |
| $\frac{d}{dx}(\tan ax) = a \sec^2 ax$                                   |
| $\frac{d}{dx}(\cot ax) = -a \operatorname{cosec}^2 ax$                  |
| $\frac{d}{dx}(\sec x) = \tan x \sec x$                                  |
| $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\cot x \operatorname{cosec} x$ |
| $\frac{d}{dx}(\ln ax) = \frac{1}{x}$                                    |
| $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} ax) = \frac{a}{\sqrt{1 - a^2 x^2}}$             |
| $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} ax) = \frac{-a}{\sqrt{1 - a^2 x^2}}$            |
| $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} ax) = \frac{a}{1 + a^2 x^2}$                    |

Nota: Os símbolos  $a$  e  $n$  representam constantes.

Se  $y(x)$  for uma função polinomial ou algébrica de  $x$ , aplicamos a Equação B.29 para cada termo no polinômio e supomos  $d[\text{constante}]/dx = 0$ . Nos Exemplos B.4 a B.7, avaliamos as derivadas de várias funções.

### Propriedades especiais da derivada

**A. Derivada do produto de duas funções** Se uma função  $f(x)$  é dada pelo produto de duas funções – digamos,  $g(x)$  e  $h(x)$  –, a derivada de  $f(x)$  é definida como

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}[g(x)h(x)] = g \frac{dh}{dx} + h \frac{dg}{dx} \quad (\text{B.30})$$

**B. Derivada da soma de duas funções** Se uma função  $f(x)$  for igual à soma de duas funções, a derivada da soma é igual à soma das derivadas:

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}[g(x) + h(x)] = \frac{dg}{dx} + \frac{dh}{dx} \quad (\text{B.31})$$

**C. Regra da cadeia do cálculo diferencial** Se  $y = f(x)$  e  $x = g(z)$ , então  $dy/dz$  pode ser formulado como o produto de duas derivadas:

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dz} \quad (\text{B.32})$$

**D. Segunda derivada** A segunda derivada de  $y$  em relação a  $x$  é definida como a derivada da função  $dy/dx$  (derivada da derivada). Ela é, em geral, formulada como

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right) \quad (\text{B.33})$$

Algumas das derivadas de funções utilizadas mais comumente estão listadas na Tabela B.4.

### Exemplo B.4

Suponha que  $y(x)$  (isto é,  $y$  como uma função de  $x$ ) seja dado por

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes. Daí, temos que

$$\begin{aligned} y(x + \Delta x) &= a(x + \Delta x)^3 + b(x + \Delta x) + c \\ &= a(x^3 + 3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3) + b(x + \Delta x) + c \end{aligned}$$



**B.4** *cont.*

Então,

$$\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = a(3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3) + b \Delta x$$

A substituição disto na Equação B.28 resulta em

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [3ax^2 + 3ax \Delta x + a \Delta x^2] + b \\ \frac{dy}{dx} &= 3ax^2 + b \end{aligned}$$

**Exemplo B.5**

Encontre a derivada de

$$y(x) = 8x^5 + 4x^3 + 2x + 7$$

**Solução** Ao aplicar a Equação B.29 a cada termo independentemente e lembrar que  $d/dx$  (constante) = 0, temos

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= 8(5)x^4 + 4(3)x^2 + 2(1)x^0 + 0 \\ \frac{dy}{dx} &= 40x^4 + 12x^2 + 2 \end{aligned}$$

**Exemplo B.6**

Encontre a derivada de  $y(x) = x^3/(x+1)^2$  com relação a  $x$ .

**Solução** Podemos reformular essa função como  $y(x) = x^3(x+1)^{-2}$  e aplicar a Equação B.30.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= (x+1)^{-2} \frac{d}{dx}(x^3) + x^3 \frac{d}{dx}(x+1)^{-2} \\ &= (x+1)^{-2} 3x^2 + x^3 (-2)(x+1)^{-3} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{3x^2}{(x+1)^2} - \frac{2x^3}{(x+1)^3} = \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3} \end{aligned}$$

**Exemplo B.7**

Uma fórmula útil que vem da Equação B.30 é a derivada do quociente das duas funções. Mostre que

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{g(x)}{h(x)} \right] = \frac{h \frac{dg}{dx} - g \frac{dh}{dx}}{h^2}$$

**Solução** Podemos formular o quociente como  $gh^{-1}$  e depois aplicar as Equações B.29 e B.30:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \frac{g}{h} \right) &= \frac{d}{dx} (gh^{-1}) = g \frac{d}{dx}(h^{-1}) + h^{-1} \frac{d}{dx}(g) \\ &= -gh^{-2} \frac{dh}{dx} + h^{-1} \frac{dg}{dx} \\ &= \frac{h \frac{dg}{dx} - g \frac{dh}{dx}}{h^2} \end{aligned}$$

## B.7 Cálculo integral

Pensamos na integração como o inverso da diferenciação. Por exemplo, considere a expressão

$$f(x) = \frac{dy}{dx} = 3ax^2 + b \quad (\text{B.34})$$

que foi o resultado da diferenciação da função

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

no Exemplo B.4. Podemos expressar a Equação B.34 como  $dy = f(x) dx = (3ax^2 + b) dx$  e obter  $y(x)$  ao “somar” todos os valores de  $x$ . Matematicamente, expressamos esta operação inversa como

$$y(x) = \int f(x) dx$$

Para a função  $f(x)$  dada pela Equação B.34, temos

$$y(x) = \int (3ax^2 + b) dx = ax^3 + bx + c$$

onde  $c$  é uma constante da integração. Este tipo de integral é chamada *integral indefinida*, porque seu valor depende da escolha de  $c$ .

Uma **integral indefinida** geral  $I(x)$  é definida como

$$I(x) = \int f(x) dx \quad (\text{B.35})$$

onde  $f(x)$  é chamado de *integrando* e  $f(x) = dI(x)/dx$ .

Para uma função *contínua geral*  $f(x)$ , a integral pode ser descrita como a área abaixo da curva limitada por  $f(x)$  e pelo eixo  $x$ , entre dois valores específicos de  $x$ , digamos,  $x_1$  e  $x_2$ , como na Figura B.15.

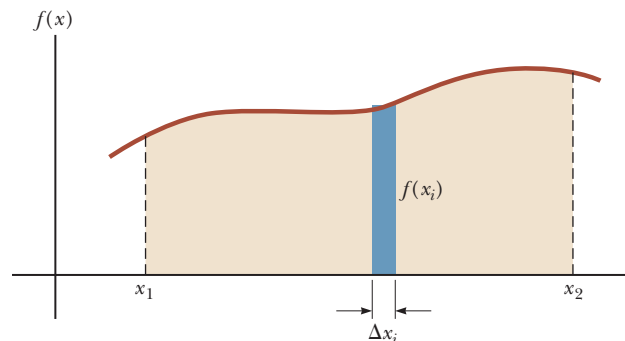
A área do elemento azul na Figura B.15 é aproximadamente  $f(x_i) \Delta x_i$ . Se somarmos todos esses elementos de área entre  $x_1$  e  $x_2$  e supormos o limite desta soma como  $\Delta x_i \rightarrow 0$ , obtemos a área *verdadeira* abaixo da curva limitada por  $f(x)$  e pelo eixo  $x$ , entre os limites  $x_1$  e  $x_2$ :

$$\text{Área} = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i f(x_i) \Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (\text{B.36})$$

As integrais do tipo definido pela Equação B.36 são chamadas **integrais definidas**.

Uma integral comum que surge de situações práticas tem a forma

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1) \quad (\text{B.37})$$



**Figura B.15** A integral definida de uma função é a área abaixo da curva da função entre os limites  $x_1$  e  $x_2$ .

Este resultado é óbvio e a diferenciação do lado direito em relação a  $x$  resulta em  $f(x) = x^n$  diretamente. Se os limites da integração forem conhecidos, essa integral se torna uma *integral definida* e é assim formulada

$$\int_{x_1}^{x_2} x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{x_2^{n+1} - x_1^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1) \quad (\text{B.38})$$

### Exemplos

$$1. \int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{a^3}{3}$$

$$3. \int_3^5 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_3^5 = \frac{5^2 - 3^2}{2} = 8$$

$$2. \int_0^b x^{3/2} dx = \frac{x^{5/2}}{5/2} \Big|_0^b = \frac{2}{5} b^{5/2}$$

## Integração parcial

Às vezes, é útil aplicar o método da *integração parcial* (também chamado “integração por partes”) para avaliar algumas integrais. Este método utiliza a propriedade

$$\int u dv = uv - \int v du \quad (\text{B.39})$$

onde  $u$  e  $v$  são *cuidadosamente* escolhidos para reduzir uma integral complexa para uma mais simples. Em muitos casos, várias reduções têm que ser feitas. Considere a função

$$I(x) = \int x^2 e^x dx$$

que pode ser avaliada ao integrar por partes duas vezes. Primeiro, se escolhemos  $u = x^2$ ,  $v = e^x$ , obtemos

$$\int x^2 e^x dx = \int x^2 d(e^x) = x^2 e^x - 2 \int e^x x dx + c_1$$

Agora, no segundo termo, escolhemos  $u = x$ ,  $v = e^x$ , que resulta

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2 \int e^x dx + c_1$$

ou

$$\int x^2 e^x dx = x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c_2$$

## A diferencial perfeita

Outro método útil para se lembrar é o da *diferencial perfeita*, no qual procuramos por uma alteração da variável de tal modo que a diferencial da função seja a diferencial da variável independente que aparece na integral. Por exemplo, considere a integral

$$I(x) = \int \cos^2 x \sin x dx$$

Essa integral se torna fácil de avaliar se reformularmos a diferencial como  $d(\cos x) = -\sin x dx$ . A integral então se torna

$$\int \cos^2 x \sin x dx = - \int \cos^2 x d(\cos x)$$

**TABELA B.5** Algumas integrais indefinidas (uma constante arbitrária deve ser adicionada a cada uma dessas integrais)

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (\text{desde que } n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int x^{-1} dx = \ln x$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln(a+bx)$$

$$\int \frac{x dx}{a+bx} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2} \ln(a+bx)$$

$$\int \frac{dx}{x(x+a)} = -\frac{1}{a} \ln \frac{x+a}{x}$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} \quad (a^2-x^2 > 0)$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a} \quad (x^2-a^2 > 0)$$

$$\int \frac{x dx}{a^2 \pm x^2} = \pm \frac{1}{2} \ln(a^2 \pm x^2)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} = -\cos^{-1} \frac{x}{a} \quad (a^2-x^2 > 0)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2} \left( x\sqrt{a^2-x^2} + a^2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} \right)$$

$$\int x\sqrt{a^2-x^2} dx = -\frac{1}{3} (a^2-x^2)^{3/2}$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left[ x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2}) \right]$$

$$\int x(\sqrt{x^2 \pm a^2}) dx = \frac{1}{3} (x^2 \pm a^2)^{3/2}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int \ln ax dx = (x \ln ax) - x$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \frac{dx}{a+be^{cx}} = \frac{x}{a} - \frac{1}{ac} \ln(a+be^{cx})$$

$$\int \operatorname{sen} ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax$$

$$\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \operatorname{sen} ax$$

$$\int \operatorname{tg} ax dx = -\frac{1}{a} \ln(\cos ax) = \frac{1}{a} \ln(\sec ax)$$

$$\int \operatorname{cotg} ax dx = \frac{1}{a} \ln(\operatorname{sen} ax)$$

$$\int \sec ax dx = \frac{1}{a} \ln(\sec ax + \operatorname{tg} ax) = \frac{1}{a} \ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{ax}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$\int \operatorname{cossec} ax dx = \frac{1}{a} \ln(\operatorname{cossec} ax - \operatorname{cotg} ax) = \frac{1}{a} \ln \left( \operatorname{tg} \frac{ax}{2} \right)$$

$$\int \operatorname{sen}^2 ax dx = \frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax dx = \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 ax} = -\frac{1}{a} \operatorname{cotg} ax$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 ax} = \frac{1}{a} \operatorname{tg} ax$$

$$\int \operatorname{tg}^2 ax dx = \frac{1}{a} (\operatorname{tg} ax) - x$$

$$\int \operatorname{cotg}^2 ax dx = -\frac{1}{a} (\operatorname{cotg} ax) - x$$

$$\int \operatorname{sen}^{-1} ax dx = x(\operatorname{sen}^{-1} ax) + \frac{\sqrt{1-a^2x^2}}{a}$$

$$\int \cos^{-1} ax dx = x(\cos^{-1} ax) - \frac{\sqrt{1-a^2x^2}}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

**TABELA B.6** Integral de probabilidade de Gauss e outras integrais definidas

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} x^n e^{-ax} dx &= \frac{n!}{a^{n+1}} \\
I_0 &= \int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad (\text{Integral de probabilidade de Gauss}) \\
I_1 &= \int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \\
I_2 &= \int_0^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_0}{da} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}} \\
I_3 &= \int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = -\frac{dI_1}{da} = \frac{1}{2a^2} \\
I_4 &= \int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{d^2 I_0}{da^2} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}} \\
I_5 &= \int_0^{\infty} x^5 e^{-ax^2} dx = \frac{d^2 I_1}{da^2} = \frac{1}{a^3} \\
&\vdots \\
I_{2n} &= (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_0 \\
I_{2n+1} &= (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_1
\end{aligned}$$

Se agora mudarmos as variáveis, com  $y = \cos x$ , obtemos

$$\int \cos^2 x \sin x dx = -\int y^2 dy = -\frac{y^3}{3} + c = -\frac{\cos^3 x}{3} + c$$

A Tabela B.5 relaciona algumas integrais indefinidas úteis; e a B.6 apresenta a integral de probabilidade de Gauss e outras integrais definidas. Uma lista mais completa pode ser encontrada em vários manuais, como *The Handbook of Chemistry and Physics* (Boca Raton, FL: CRC Press, publicada anualmente).

## B.8 Propagação da incerteza

Em experimentos de laboratório, uma atividade comum é utilizar medições que atuam como dados brutos. Essas medições são de vários tipos – comprimento, intervalo de tempo, temperatura, tensão e assim por diante –, feitas por vários instrumentos. Independente da medição e da qualidade da instrumentação, **há sempre incerteza associada com uma medição física**. Esta incerteza é uma combinação daquela associada ao instrumento e a relacionada com o sistema que está sendo medido.

Um exemplo da primeira incerteza é a incapacidade de determinar a posição de uma medição entre as linhas em uma régua. Um exemplo da relacionada com o sistema sendo medido é a variação de temperatura em uma amostra de água, de modo que uma única temperatura para a amostra seja difícil de determinar.

As incertezas podem ser expressas de dois modos. A **absoluta** refere-se a uma incerteza expressa nas mesmas unidades que a medição. Portanto, o comprimento de uma etiqueta de disquete pode ser expressa como  $(5,5 \pm 0,1)$  cm. Entretanto, a incerteza de  $\pm 0,1$  cm por si mesma não é descritiva o suficiente para alguns objetivos. Essa incerteza é grande se a medição for de 1,0 cm, mas pequena se for de 100 m. Para uma representação mais descritiva da incerteza, a **fracionária** ou **percentual** é utilizada. Neste tipo de descrição, a incerteza é dividida pela medição real. Portanto, o comprimento da etiqueta do disquete poderia ser expressa como

$$\ell = 5,5 \text{ cm} \pm \frac{0,1 \text{ cm}}{5,5 \text{ cm}} = 5,5 \text{ cm} \pm 0,018 \quad (\text{incerteza fracionária})$$

ou como

$$\ell = 5,5 \text{ cm} \pm 1,8\% \quad (\text{incerteza percentual})$$

Ao combinar as medições em um cálculo, a incerteza percentual no resultado final é geralmente maior que aquela nas medições individuais. Isto é chamado de **propagação da incerteza**, e é um dos desafios da Física Experimental.

Algumas regras simples podem oferecer uma estimativa razoável da incerteza em um resultado calculado:

**Multiplicação e divisão:** Quando medições com incertezas são multiplicadas ou divididas, acrescente as *percentuais* para obter a incerteza percentual no resultado.

Exemplo: a área de um prato retangular

$$\begin{aligned} A = \ell w &= (5,5 \text{ cm} \pm 1,8\%) \times (6,4 \text{ cm} \pm 1,6\%) = 35 \text{ cm}^2 \pm 3,4\% \\ &= (35 \pm 1) \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

**Adição e subtração:** Quando medições com incertezas forem acrescentadas ou subtraídas, adicione as *absolutas* para obter a incerteza absoluta no resultado.

Exemplo: uma mudança na temperatura

$$\begin{aligned} \Delta T = T_2 - T_1 &= 99,2 \pm 1,5 \text{ }^\circ\text{C} - 27,6 \pm 1,5 \text{ }^\circ\text{C} = 71,6 \pm 3,0 \text{ }^\circ\text{C} \\ &= 71,6 \text{ }^\circ\text{C} \pm 4,2\% \end{aligned}$$

**Potências:** Se uma medição for uma potência, a incerteza percentual é multiplicada por aquela potência para obter a incerteza percentual no resultado.

Exemplo: o volume de uma esfera

$$\begin{aligned} V = \frac{4}{3} \pi r^3 &= \frac{4}{3} \pi (6,20 \text{ cm} \pm 2,0\%)^3 = 998 \text{ cm}^3 \pm 6,0\% \\ &= (998 \pm 60) \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Para cálculos complexos, várias incertezas são adicionadas, o que pode fazer com que a incerteza no resultado final seja indesejavelmente grande. Devem ser desenvolvidos experimentos para que os cálculos sejam os mais simples possíveis.

Note que as incertezas em um cálculo sempre adicionam. Como resultado, um experimento que envolve uma subtração deve ser evitado, se possível, especialmente se as medições subtraídas estiverem próximas. O resultado deste cálculo é uma pequena diferença nas medições e incertezas que se adicionam. É possível que a incerteza no resultado possa ser maior que o próprio resultado!



# apêndice C

## Unidades do SI

**TABELA C.1** Unidades do SI

| Quantidade base          | Unidade base SI |         |
|--------------------------|-----------------|---------|
|                          | Nome            | Símbolo |
| Comprimento              | metro           | m       |
| Massa                    | quilograma      | kg      |
| Tempo                    | segundo         | s       |
| Corrente elétrica        | ampère          | A       |
| Temperatura              | kelvin          | K       |
| Quantidade de substância | mol             | mol     |
| Intensidade luminosa     | candela         | cd      |

**TABELA C.2** Algumas unidades do SI derivadas

| Quantidade           | Nome    | Símbolo | Expressão em termos de unidades base                 | Expressão em termos de outras unidades do SI |
|----------------------|---------|---------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Ângulo plano         | radiano | rad     | m/m                                                  |                                              |
| Frequência           | hertz   | Hz      | s <sup>-1</sup>                                      |                                              |
| Força                | newton  | N       | kg · m/s <sup>2</sup>                                | J/m                                          |
| Pressão              | pascal  | Pa      | kg/m · s <sup>2</sup>                                | N/m <sup>2</sup>                             |
| Energia              | joule   | J       | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>                  | N · m                                        |
| Potência             | watt    | W       | kg · m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>                  | J/s                                          |
| Carga elétrica       | coulomb | C       | A · s                                                |                                              |
| Potencial elétrico   | volt    | V       | kg · m <sup>2</sup> /A · s <sup>3</sup>              | W/A                                          |
| Capacitância         | farad   | F       | A <sup>2</sup> · s <sup>4</sup> /kg · m <sup>2</sup> | C/V                                          |
| Resistência elétrica | ohm     | Ω       | kg · m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> · s <sup>3</sup> | V/A                                          |
| Fluxo magnético      | weber   | Wb      | kg · m <sup>2</sup> /A · s <sup>2</sup>              | V · s                                        |
| Campo magnético      | tesla   | T       | kg/A · s <sup>2</sup>                                |                                              |
| Indutância           | henry   | H       | kg · m <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> · s <sup>2</sup> | T · m <sup>2</sup> /A                        |

# Tabela periódica dos elementos

| Grupo<br>I                                | Grupo<br>II                               | Elementos de transição                                    |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |  |
|-------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--|
| <b>H</b> 1<br>1,007 9<br>1s               |                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |  |
| <b>Li</b> 3<br>6,941<br>2s <sup>1</sup>   | <b>Be</b> 4<br>9,0122<br>2s <sup>2</sup>  |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |  |
| <b>Na</b> 11<br>22,990<br>3s <sup>1</sup> | <b>Mg</b> 12<br>24,305<br>3s <sup>2</sup> |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |  |
|                                           |                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |                                                           |  |
| <b>K</b> 19<br>39,098<br>4s <sup>1</sup>  | <b>Ca</b> 20<br>40,078<br>4s <sup>2</sup> | <b>Sc</b> 21<br>44,956<br>3d <sup>1</sup> 4s <sup>2</sup> | <b>Ti</b> 22<br>47,867<br>3d <sup>2</sup> 4s <sup>2</sup> | <b>V</b> 23<br>50,942<br>3d <sup>3</sup> 4s <sup>2</sup>  | <b>Cr</b> 24<br>51,996<br>3d <sup>5</sup> 4s <sup>1</sup> | <b>Mn</b> 25<br>54,938<br>3d <sup>5</sup> 4s <sup>2</sup> | <b>Fe</b> 26<br>55,845<br>3d <sup>6</sup> 4s <sup>2</sup> | <b>Co</b> 27<br>58,933<br>3d <sup>7</sup> 4s <sup>2</sup> |  |
| <b>Rb</b> 37<br>85,468<br>5s <sup>1</sup> | <b>Sr</b> 38<br>87,62<br>5s <sup>2</sup>  | <b>Y</b> 39<br>88,906<br>4d <sup>1</sup> 5s <sup>2</sup>  | <b>Zr</b> 40<br>91,224<br>4d <sup>2</sup> 5s <sup>2</sup> | <b>Nb</b> 41<br>92,906<br>4d <sup>4</sup> 5s <sup>1</sup> | <b>Mo</b> 42<br>95,94<br>4d <sup>5</sup> 5s <sup>1</sup>  | <b>Tc</b> 43<br>(98)<br>4d <sup>5</sup> 5s <sup>2</sup>   | <b>Ru</b> 44<br>101,07<br>4d <sup>7</sup> 5s <sup>1</sup> | <b>Rh</b> 45<br>102,91<br>4d <sup>8</sup> 5s <sup>1</sup> |  |
| <b>Cs</b> 55<br>132,91<br>6s <sup>1</sup> | <b>Ba</b> 56<br>137,33<br>6s <sup>2</sup> | 57–71*                                                    | <b>Hf</b> 72<br>178,49<br>5d <sup>2</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>Ta</b> 73<br>180,95<br>5d <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>W</b> 74<br>183,84<br>5d <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>  | <b>Re</b> 75<br>186,21<br>5d <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>Os</b> 76<br>190,23<br>5d <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>Ir</b> 77<br>192,2<br>5d <sup>7</sup> 6s <sup>2</sup>  |  |
| <b>Fr</b> 87<br>(223)<br>7s <sup>1</sup>  | <b>Ra</b> 88<br>(226)<br>7s <sup>2</sup>  | 89–103**                                                  | <b>Rf</b> 104<br>(261)<br>6d <sup>2</sup> 7s <sup>2</sup> | <b>Db</b> 105<br>(262)<br>6d <sup>3</sup> 7s <sup>2</sup> | <b>Sg</b> 106<br>(266)                                    | <b>Bh</b> 107<br>(264)                                    | <b>Hs</b> 108<br>(277)                                    | <b>Mt</b> 109<br>(268)                                    |  |

|                |                 |    |                         |
|----------------|-----------------|----|-------------------------|
| Símbolo        | <b>Ca</b>       | 20 | Número atômico          |
| Massa atômica† | 40,078          |    |                         |
|                | 4s <sup>2</sup> |    | Configuração eletrônica |

\*Série dos lantanídeos

|                                                           |                                                                           |                                                                           |                                                                          |                                                                          |                                                           |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| <b>La</b> 57<br>138,91<br>5d <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>Ce</b> 58<br>140,12<br>5d <sup>1</sup> 4f <sup>1</sup> 6s <sup>2</sup> | <b>Pr</b> 59<br>140,91<br>4f <sup>3</sup> 6s <sup>2</sup>                 | <b>Nd</b> 60<br>144,24<br>4f <sup>4</sup> 6s <sup>2</sup>                | <b>Pm</b> 61<br>(145)<br>4f <sup>5</sup> 6s <sup>2</sup>                 | <b>Sm</b> 62<br>150,36<br>4f <sup>6</sup> 6s <sup>2</sup> |
| <b>Ac</b> 89<br>(227)<br>6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup>  | <b>Th</b> 90<br>232,04<br>6d <sup>2</sup> 7s <sup>2</sup>                 | <b>Pa</b> 91<br>231,04<br>5f <sup>2</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup> | <b>U</b> 92<br>238,03<br>5f <sup>3</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup> | <b>Np</b> 93<br>(237)<br>5f <sup>4</sup> 6d <sup>1</sup> 7s <sup>2</sup> | <b>Pu</b> 94<br>(244)<br>5f <sup>6</sup> 7s <sup>2</sup>  |

\*\*Série dos actinídeos

Nota: Os valores de massa atômica são obtidos pela média dos isótopos nas porcentagens nas quais eles existem na natureza.

† Para um elemento instável, o número de massa do isótopo conhecido mais estável é mostrado entre parênteses.

†† Os elementos 112, 114 e 116 não foram oficialmente nomeados ainda.

|                                       |                                          |                                          | Grupo<br>III                     | Grupo<br>IV                      | Grupo<br>V                       | Grupo<br>VI                      | Grupo<br>VII                     | Grupo<br>0                       |
|---------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
|                                       |                                          |                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | <b>H</b> 1<br>1,007 9<br>$1s^1$  | <b>He</b> 2<br>4,002 6<br>$1s^2$ |
|                                       |                                          |                                          | <b>B</b> 5<br>10,811<br>$2p^1$   | <b>C</b> 6<br>12,011<br>$2p^2$   | <b>N</b> 7<br>14,007<br>$2p^3$   | <b>O</b> 8<br>15,999<br>$2p^4$   | <b>F</b> 9<br>18,998<br>$2p^5$   | <b>Ne</b> 10<br>20,180<br>$2p^6$ |
|                                       |                                          |                                          | <b>Al</b> 13<br>26,982<br>$3p^1$ | <b>Si</b> 14<br>28,086<br>$3p^2$ | <b>P</b> 15<br>30,974<br>$3p^3$  | <b>S</b> 16<br>32,066<br>$3p^4$  | <b>Cl</b> 17<br>35,453<br>$3p^5$ | <b>Ar</b> 18<br>39,948<br>$3p^6$ |
| <b>Ni</b> 28<br>58,693<br>$3d^8 4s^2$ | <b>Cu</b> 29<br>63,546<br>$3d^{10} 4s^1$ | <b>Zn</b> 30<br>65,41<br>$3d^{10} 4s^2$  | <b>Ga</b> 31<br>69,723<br>$4p^1$ | <b>Ge</b> 32<br>72,64<br>$4p^2$  | <b>As</b> 33<br>74,922<br>$4p^3$ | <b>Se</b> 34<br>78,96<br>$4p^4$  | <b>Br</b> 35<br>79,904<br>$4p^5$ | <b>Kr</b> 36<br>83,80<br>$4p^6$  |
| <b>Pd</b> 46<br>106,42<br>$4d^{10}$   | <b>Ag</b> 47<br>107,87<br>$4d^{10} 5s^1$ | <b>Cd</b> 48<br>112,41<br>$4d^{10} 5s^2$ | <b>In</b> 49<br>114,82<br>$5p^1$ | <b>Sn</b> 50<br>118,71<br>$5p^2$ | <b>Sb</b> 51<br>121,76<br>$5p^3$ | <b>Te</b> 52<br>127,60<br>$5p^4$ | <b>I</b> 53<br>126,90<br>$5p^5$  | <b>Xe</b> 54<br>131,29<br>$5p^6$ |
| <b>Pt</b> 78<br>195,08<br>$5d^9 6s^1$ | <b>Au</b> 79<br>196,97<br>$5d^{10} 6s^1$ | <b>Hg</b> 80<br>200,59<br>$5d^{10} 6s^2$ | <b>Tl</b> 81<br>204,38<br>$6p^1$ | <b>Pb</b> 82<br>207,2<br>$6p^2$  | <b>Bi</b> 83<br>208,98<br>$6p^3$ | <b>Po</b> 84<br>(209)<br>$6p^4$  | <b>At</b> 85<br>(210)<br>$6p^5$  | <b>Rn</b> 86<br>(222)<br>$6p^6$  |
| <b>Ds</b> 110<br>(271)                | <b>Rg</b> 111<br>(272)                   | 112 <sup>††</sup><br>(285)               |                                  | 114 <sup>††</sup><br>(289)       |                                  | 116 <sup>††</sup><br>(292)       |                                  |                                  |

|                                       |                                            |                                            |                                          |                                          |                                          |                                          |                                          |                                               |
|---------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| <b>Eu</b> 63<br>151,96<br>$4f^7 6s^2$ | <b>Gd</b> 64<br>157,25<br>$4f^7 5d^1 6s^2$ | <b>Tb</b> 65<br>158,93<br>$4f^8 5d^1 6s^2$ | <b>Dy</b> 66<br>162,50<br>$4f^{10} 6s^2$ | <b>Ho</b> 67<br>164,93<br>$4f^{11} 6s^2$ | <b>Er</b> 68<br>167,26<br>$4f^{12} 6s^2$ | <b>Tm</b> 69<br>168,93<br>$4f^{13} 6s^2$ | <b>Yb</b> 70<br>173,04<br>$4f^{14} 6s^2$ | <b>Lu</b> 71<br>174,97<br>$4f^{14} 5d^1 6s^2$ |
| <b>Am</b> 95<br>(243)<br>$5f^7 7s^2$  | <b>Cm</b> 96<br>(247)<br>$5f^7 6d^1 7s^2$  | <b>Bk</b> 97<br>(247)<br>$5f^8 6d^1 7s^2$  | <b>Cf</b> 98<br>(251)<br>$5f^{10} 7s^2$  | <b>Es</b> 99<br>(252)<br>$5f^{11} 7s^2$  | <b>Fm</b> 100<br>(257)<br>$5f^{12} 7s^2$ | <b>Md</b> 101<br>(258)<br>$5f^{13} 7s^2$ | <b>No</b> 102<br>(259)<br>$5f^{14} 7s^2$ | <b>Lr</b> 103<br>(262)<br>$5f^{14} 6d^1 7s^2$ |



# Respostas aos testes rápidos e problemas ímpares

## Capítulo 1

### Respostas aos testes rápidos

1. (d)
2. (f)
3. (a)
4. (b)
5. (c)
6. (i) (a) (ii) (a)

### Respostas aos problemas ímpares

1. (a) 17 N para a esquerda, (b)  $28 \text{ m/s}^2$  para a esquerda
3. (a) 1,50 Hz, (b) 0,667 s, (c) 4,00 m, (d)  $\pi$  rad, (e) 2,83 m
5. 0,63 s
7. 0,628 m/s
9. 40,9 N/m
11. (a)  $x = 2,00 \cos(3,00\pi t - 90^\circ)$  ou  $x = 2,00 \sin(3,00\pi t)$  onde  $x$  é dado em centímetros, e  $t$  em segundos, (b) 18,8 cm/s, (c) 0,333 s, (d)  $178 \text{ cm/s}^2$ , (e) 0,500 s, (f) 12,0 cm
13. (a) -2,34 m, (b) -1,30 m/s, (c) -0,0763 m, (d) 0,315 m/s
15. (a) 40,0 cm/s, (b)  $160 \text{ cm/s}^2$ , (c) 32,0 cm/s, (d)  $-96,0 \text{ cm/s}^2$ , (e) 0,232 s
17. 2,23 m/s
19. (a)  $\frac{8}{9}E$ , (b)  $\frac{1}{9}E$ , (c)  $x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} A$ , (d) Não; a energia potencial máxima é igual à energia total do sistema. Como a energia total deve permanecer constante, a energia cinética nunca pode ser maior que a potencial máxima.
21. (a) 28,0 mJ, (b) 1,02 m/s, (c) 12,2 mJ, (d) 15,8 mJ
23. (a) 4,58 N, (b) 0,125 J, (c)  $18,3 \text{ m/s}^2$ , (d) 1,00 m/s, (e) menor, (f) o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície, (g) 0,934
25. (b) 0,628 s
27.  $0,944 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
29. (a) 1,50 s, (b) 0,559 m
31. (a) 3,65 s, (b) 6,41 s, (c) 4,24 s
33. (a) 0,820 m/s, (b)  $2,57 \text{ rad/s}^2$ , (c) 0,641 N, (d)  $v_{\text{máx}} = 0,817 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_{\text{máx}} = 2,54 \text{ rad/s}^2$ ,  $F_{\text{máx}} = 0,634 \text{ N}$ , (e) As respostas são próximas, mas não exatamente as mesmas. As obtidas a partir da conservação de energia e da Segunda Lei de Newton são mais precisas.
35. (a)  $5,00 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ , (b)  $3,16 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m/rad}$
37.  $1,00 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$
39. (a) 7,00 Hz, (b) 2,00%, (c) 10,6 s
41. (a)  $3,16 \text{ s}^{-1}$ , (b)  $6,28 \text{ s}^{-1}$ , (c) 5,09 cm
43. 11,0 cm
45. 0,641 Hz ou 1,31 Hz
47.  $9,19 \times 10^{13} \text{ Hz}$
49. (a) 2,09 s, (b) 0,477 Hz, (c) 36,0 cm/s, (d)  $E = 0,0648 m$ , onde  $E$  é dado em joules, e  $m$ , em quilogramas, (e)  $k = 9,00 m$ , onde  $k$  é dado em newtons/metro, e  $m$ , em quilogramas. (f) Período, frequência e velocidade máxima são todos independentes da massa nessa situação. A energia e a constante de força são diretamente proporcionais à massa.
51. (a)  $2 Mg$ , (b)  $Mg\left(1 + \frac{y}{L}\right)$ , (c)  $\frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{2L}{g}}$ , (d) 2,68 s
53. 6,62 cm
55.  $\frac{1}{2\pi L} \sqrt{gL + \frac{kh^2}{M}}$
57.  $7,75 \text{ s}^{-1}$
59. (a) 1,26 m, (b) 1,58, (c) A energia diminui por 120 J, (d) A energia mecânica é transformada em energia interna na colisão perfeitamente inelástica.
61. (a)  $\omega = \sqrt{\frac{200}{0,400 + M}}$ , onde  $\omega$  é dado em  $\text{s}^{-1}$ , e  $M$ , em quilogramas, (b)  $22,4 \text{ s}^{-1}$ , (c)  $22,4 \text{ s}^{-1}$
65. (b) 1,46 s
69.  $9,12 \times 10^{-5} \text{ s}$
71. (b)  $T = \frac{2}{r} \sqrt{\frac{\pi M}{\rho g}}$

73. (a) 0,500 m/s, (b) 8,56 cm

75. (a)  $\frac{1}{2}(M + \frac{1}{3}m)v^2$ , (b)  $2\pi \sqrt{\frac{M + \frac{1}{3}m}{k}}$

77. (a)  $\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{L_i + \frac{1}{2\rho a^2} \left(\frac{dM}{dt}\right)t}$ , (b)  $2\pi \sqrt{\frac{L_i}{g}}$

## Capítulo 2

### Respostas aos testes rápidos

1. (i) (b), (ii) (a)
2. (i) (c), (ii) (b), (iii) (d)
3. (c)
4. (f) e (h)
5. (d)

### Respostas aos problemas ímpares

1. 184 km
3.  $y = \frac{6,00}{(x - 4,50t)^2 + 3,00}$  onde  $x$  e  $y$  são dados em metros, e  $t$ , em segundos
5. (a)  $3,33 \hat{i} \text{ m/s}$ , (b) -5,48 cm, (c) 0,667 m, (d) 5,00 Hz, (e) 11,0 m/s
7. (a) 2,00 cm, (b) 2,98 m, (c) 0,576 Hz, (d) 1,72 m/s
9. 0,319 m
11. (a) 31,4 rad/s, (b) 1,57 rad/m, (c)  $y = 0,120 \sin(1,57x - 31,4t)$ , onde  $x$  e  $y$  são dados em metros, e  $t$ , em segundos, (d) 3,77 m/s, (e) 118 m/s<sup>2</sup>
13. (a) 0,250 m, (b) 40,0 rad/s, (c) 0,300 rad/m, (d) 20,9 m, (e) 133 m/s, (f) direção  $x$  positiva
15. (a) 0,500 Hz, (b) 3,14 rad/s, (c) 3,14 rad/m, (d)  $0,100 \sin(\pi x - \pi t)$ , (e)  $0,100 \sin(-\pi t)$ , (f)  $0,100 \sin(4,71 - \pi t)$ , (g) 0,314 m/s
17. (a) -1,51 m/s, (b) 0, (c) 16,0 m, (d) 0,500 s, (e) 32,0 m/s
19. (a)  $y = 0,0800 \sin(2,5\pi x + 6\pi t)$ , (b)  $y = 0,0800 \sin(2,5\pi x + 6\pi t - 0,25\pi)$
21. 80,0 N
23. 13,5 N
25. 185 m/s
27. 631 N
29. (a) 0,0510 kg/m, (b) 19,6 m/s
31. 0,329 s
33. (a) 62,5 m/s, (b) 7,85 m, (c) 7,96 Hz, (d) 21,1 W
35. (a) 1, (b) 1, (c) 1, (d) aumenta por um fator de 4
37. (a)  $y = 0,075 \sin(4,19x - 314t)$ , (b) 625 W
39. (a) 15,1 W, (b) 3,02 J
45. 0,456 m/s
47. 14,7 kg
49. (a) 39,2 N, (b) 0,892 m, (c) 83,6 m/s
51. (a) 21,0 ms, (b) 1,68 m
53.  $\sqrt{\frac{mL}{Mg \sin \theta}}$
55. 0,0843 rad
57.  $\frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{m}{M}}$
59. (a)  $v = \sqrt{\frac{T}{\rho(1,00 \times 10^{-5}x + 1,00 \times 10^{-6})}}$ , onde  $v$  é dado em metros por segundo,  $T$ , em newtons, e  $x$ , em metros, (b)  $v(0) = 94,3 \text{ m/s}$ ,  $v(10,0 \text{ m}) = 9,38 \text{ m/s}$
61. (a)  $\frac{\mu \omega^3}{2k} A_0^2 e^{-2bx}$ , (b)  $\frac{\mu \omega^3}{2k} A_0^2$ , (c)  $e^{-2bx}$
63. (a)  $(0,707)(2\sqrt{L/g})$ , (b)  $L/4$
65. (a)  $\mu v_0^2$ , (b)  $v_0$ , (c) sentido horário:  $4\pi$ ; sentido anti-horário: 0

## Capítulo 3

## Respostas aos testes rápidos

1. (c)                      4. (e)
2. (b)                      5. (e)
3. (b)                      6. (b)

## Respostas aos problemas ímpares

1. (a) 2,00  $\mu\text{m}$ , (b) 40,0 cm, (c) 54,6 m/s, (d)  $-0,433 \mu\text{m}$ , (e) 1,72 mm/s
3.  $\Delta P = 0,200 \sin(20\pi x - 6,860\pi t)$ , onde  $\Delta P$  é dado em pascals,  $x$ , em metros, e  $t$ , em segundos
5. (a) 5,56 km, (b) Não. A velocidade da luz é muito maior que a do som, então, o intervalo de tempo necessário para a luz alcançar você é desprezível comparado ao de tempo para o som.
7. 0,196 s
9. (a) 0,625 mm, (b) 1,50 mm até 75,0  $\mu\text{m}$
11. 7,82 m
13. (a) 27,2 s, (b) 25,7 s; o intervalo de tempo na parte (a) é maior.
15. (a) o pulso que viaja pelos trilhos, (b) 23,4 ms
17. (a) 833 m, (b) 1,47 s
19. 66,0 dB
21. (a) 0,691 m, (b) 691 km
23.  $3,0 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$
25. (a) 3,75  $\text{W/m}^2$ , (b) 0,600  $\text{W/m}^2$
27. (a) 2,34 m, (b) 0,390 m, (c) 0,161 Pa, (d) 0,161 Pa, (e)  $4,25 \times 10^{-7} \text{ m}$ , (f)  $7,09 \times 10^{-8} \text{ m}$
29. (a) 30,0 m, (b)  $9,49 \times 10^3 \text{ m}$
31. 68,3 dB
33. (a)  $1,32 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$ , (b) 81,2 dB
35. (a) 475 Hz, (b) 430 Hz
37. (a) 3,04 kHz, (b) 2,08 kHz, (c) 2,62 kHz; 2,40 kHz
39. (a) 441 Hz, (b) 439 Hz, (c) 54,0 dB
41. 26,4 m/s
43. (a) 0,0217 m/s, (b) 28,9 Hz, (c) 57,8 Hz
45. (a) 56,3 s, (b) 56,6 km mais adiante
47. 67,0 dB
49. (a) 0,515 caminhão por minuto, (b) 0,614 caminhão por minuto
51. Não é razoável, implicando um nível sonoro de 123 dB. Quase toda a diminuição na energia mecânica se transforma em energia interna no trinco.
53. (a) 0,343 m, (b) 0,303 m, (c) 0,383 m, (d) 1,03 kHz
55. (a) 3,29 m/s, (b) O morcego conseguirá pegar o inseto porque está a uma velocidade maior na mesma direção que ele.
57. (a) 55,8 m/s, (b) 2.500 Hz
59. (a)  $5,04 \times 10^3 \text{ m/s}$ , (b)  $1,59 \times 10^{-4} \text{ s}$ , (c)  $1,90 \times 10^{-3} \text{ m}$ , (d)  $2,38 \times 10^{-3}$ , (e)  $4,76 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ , (f)  $\frac{\sigma_y}{\sqrt{\rho Y}}$
61.  $1,34 \times 10^4 \text{ N}$
63. (a)  $0,983^\circ$ , (b)  $4,40^\circ$
65. (a) 531 Hz, (b) 466 Hz a 539 Hz, (c) 568 Hz

## Capítulo 4

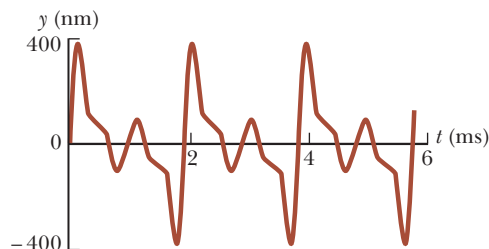
## Respostas aos testes rápidos

1. (c)                      4. (b)
2. (i) (a), (ii) (d)      5. (c)
3. (d)

## Respostas aos problemas ímpares

1. 5,66 cm
3. (a)  $-1,65 \text{ cm}$ , (b)  $-6,02 \text{ cm}$ , (c) 1,15 cm
5. (a) 9,24 m, (b) 600 Hz
7. (a)  $156^\circ$  (b) 0,0584 cm
9. (a)  $y_1$ : direção  $x$  positiva;  $y_2$ : direção  $x$  negativa, (b) 0,750 s, (c) 1,00 m
11. (c) Sim; a forma limitante do trajeto são duas linhas retas que passam pela origem com inclinação  $\pm 0,75$ .

13. (a) 15,7 m, (b) 31,8 Hz, (c) 500 m/s
15. a 0,0891 m, 0,303 m, 0,518 m, 0,732 m, 0,947 m e 1,16 m de um alto-falante
17. (a) 4,24 cm, (b) 6,00 cm, (c) 6,00 cm, (d) 0,500 cm, 1,50 cm, 2,50 cm
19. (a) Segundo harmônico, (b) 74,0 cm, (c) 3
21. 19,6 Hz                      23. (a) 163 N, (b) 660 Hz
25. 1,86 g
27. (a) Três anéis, (b) 16,7 Hz, (c) um anel
29. (a) 3,8 cm, (b) 3,85%
31. (a) 3,66 m/s, (b) 0,200 Hz
33. (a) 349 m/s, (b) 1,14 m
35. (a) 0,656 m, (b) 1,64 m
37. (a) 0,357 m, (b) 0,715 m
39. (a) 0,195 m, (b) 841 Hz
41. 158 s
43. (a) 50,0 Hz, (b) 1,72 m
45. (a) 21,5 m, (b) sete
47. (a) 1,59 kHz, (b) harmônicos ímpares, (c) 1,11 kHz
49. (a) 1,99 batimentos/s, (b) 3,38 m/s
51. 5,64 batimentos/s
53. Os coeficientes a seguir são aproximados:  $A_1 = 100$ ,  $A_2 = 156$ ,  $A_3 = 62$ ,  $A_4 = 104$ ,  $A_5 = 52$ ,  $A_6 = 29$ ,  $A_7 = 25$ .



55. 800 m                      57. 1,27 cm                      59. 262 kHz
61. 3,85 m/s longe da estação ou 3,77 m/s na direção da estação
63. (a) 34,8 m/s (b) 0,986 m
65. (a)  $r = 0,0782 \left(1 - \frac{4}{n^2}\right)^{1/3}$ , (b) 3, (c) 0,0782 m, (d) a esfera flutua na água.
67. (b)  $A = 11,2 \text{ m}$ ,  $\phi = 63,4^\circ$
69. 407 ciclos
71. (a) 78,9 N, (b) 211 Hz
73.  $\sqrt{15}Mg$

## Capítulo 5

## Respostas aos testes rápidos

1. (c)                      4. (c)
2. (c)                      5. (a)
3. (c)                      6. (b)

## Respostas aos problemas ímpares

1. (a)  $-320^\circ\text{F}$ , (b) 77,3 K
3. (a)  $106,7^\circ\text{F}$ , (b) sim; a temperatura normal do corpo é  $98,6^\circ\text{F}$ , então o paciente tem febre alta que requer cuidados imediatos.
5. (a)  $-109^\circ\text{F}$ , 195 K, (b)  $98,6^\circ\text{F}$ , 310 K
7. (a) 0,176 mm, (b) 8,78  $\mu\text{m}$ , (c) 0,0930  $\text{cm}^3$
9. 3,27 cm
11. (a) 99,8 mL, (b) fica abaixo da marca. A acetona reduziu em volume, e o frasco aumentou em volume.
13. (a)  $437^\circ\text{C}$ , (b)  $2,1 \times 10^3^\circ\text{C}$ , (c) não; o alumínio derrete a  $660^\circ\text{C}$  (Tabela 6.2). Também, embora não esteja na Tabela 6.2, pesquisas na Internet mostram que latão (uma liga de cobre e zinco) derrete a aproximadamente  $900^\circ\text{C}$ .
15. (a)  $11,2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , (b) 20,0 kg

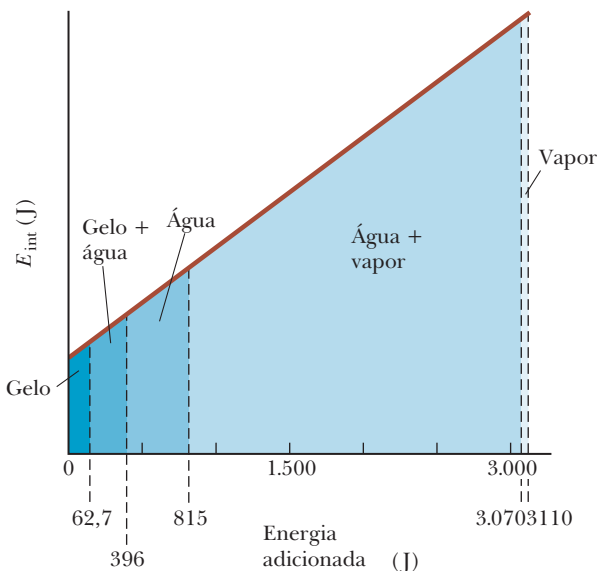


17. (a) 99,4 mL, (b) 2,01 L, (c) 0,998 cm  
 19. (a) 41,6 mols, (b) 1,20 kg, (c) este valor está de acordo com a densidade tabulada.  
 21.  $2,42 \times 10^{11}$  moléculas      23.  $1,50 \times 10^{29}$  moléculas  
 25. 4,28 atm  
 27. (a) 2,99 mols, (b)  $1,80 \times 10^{24}$  moléculas  
 29. (a) 3,95 atm = 400 kPa, (b) 4,43 atm = 449 kPa  
 31.  $3,68 \text{ cm}^3$       33. 473 K  
 35. 2,86 atm      37. (a) 2,542 cm, (b)  $\Delta T = 300^\circ\text{C}$   
 39. (b) Conforme a temperatura aumenta, a densidade diminui (supondo que  $\beta$  seja positivo), (c)  $5 \times 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$ , (d)  $-2,5 \times 10^{-5} (^\circ\text{C})^{-1}$   
 41. 3,37 cm      43. (a)  $9,5 \times 10^{-5} \text{ s}$ , (b) perde 57,5 s.  
 45. (a) 94,97 cm, (b) 95,03 cm      47. -0,0942 Hz  
 49. (b) Supõe-se que  $\alpha \Delta T$  é muito menos que 1.  
 51. (a) 0,34%, (b) 0,48%, (c) todos os momentos de inércia têm a mesma forma matemática: o produto de uma constante, a massa e o comprimento ao quadrado.  
 53. (a) Sim, desde que os coeficientes de expansão permaneçam constantes. (b) Os comprimentos  $L_C$  e  $L_A$  a  $0^\circ\text{C}$  devem satisfazer  $17L_C = 11L_A$ . Então a haste de aço deve ser mais longa. Com  $L_A - L_C = 5,00 \text{ cm}$ , a única possibilidade é  $L_A = 14,2 \text{ cm}$  e  $L_C = 9,17 \text{ cm}$ .  
 55. 2,74 m  
 59. (a)  $\frac{\rho_a g P_0 V_i}{P_0 + \rho_a g h}$ , (b) diminui, (c)  $h = \frac{P_0}{\rho_a g} = 10,3 \text{ m}$   
 61. (a)  $6,17 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$ , (b) 632 N, (c) 580 N, (d) 192 Hz  
 63. 4,54 m  
 65. Não; o aço precisaria ser 2,30 vezes mais forte.  
 67. (a)  $L_f = L_i e^{\alpha \Delta T}$ , (b)  $(2,00 \times 10^{-4})\%$ , (c) 59,4%, (d) com essa abordagem, 102 mL de turpentina vazam, 2,01 L ficam no cilindro a  $80,0^\circ\text{C}$ , e o nível da turpentina a  $20,0^\circ\text{C}$  está a 0,969 cm abaixo da borda do cilindro.

## Capítulo 6

### Respostas aos testes rápidos

1. (i) Ferro, vidro, água, (ii) água, vidro, ferro  
 2. A figura mostra uma representação gráfica da energia interna do gelo como função da energia acrescentada. Note que esse gráfico é bem diferente do da Figura 6.3 por não ter as porções planas durante as mudanças de fase. Independentemente de como a temperatura varia na Figura 6.3, a energia interna do sistema simplesmente aumenta linearmente com entrada de energia.



| 3. Situação                                                   | Sistema                   | $Q$ | $W$ | $\Delta E_{\text{int}}$ |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------|-----|-----|-------------------------|
| (a) Bombeando um pneu de bicicleta rapidamente                | Ar na bomba               | 0   | +   | +                       |
| (b) Painel de água em temperatura ambiente em um fogão quente | Água na panela            | +   | 0   | +                       |
| (c) Ar vazando rapidamente de um balão                        | Ar originalmente no balão | 0   | -   | -                       |

4. Caminho A é isovolumétrico, caminho B é adiabático, caminho C é isotérmico e caminho D é isobárico.  
 5. (b)

### Respostas aos problemas ímpares

1. (a)  $2,26 \times 10^6 \text{ J}$ , (b)  $2,80 \times 10^4$  etapas, (c)  $6,99 \times 10^3$  etapas  
 3. 0,845 kg  
 5.  $23,6^\circ\text{C}$       7.  $1,78 \times 10^4 \text{ kg}$   
 9. (a)  $1,822 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ , (b) não podemos fazer uma identificação definitiva. Pode ser berílio, (c) o material pode ser uma liga desconhecida ou um material não listado na tabela.  
 11.  $29,6^\circ\text{C}$       13. (a) 380 K, (b) 2,04 atm  
 15.  $16,3^\circ\text{C}$       17. (a)  $0^\circ\text{C}$ , (b) 114 g  
 19. (a) 10,0 g de gelo derrete,  $T_f = 40,4^\circ\text{C}$ , (b) 8,04 g de gelo derrete,  $T_f = 0^\circ\text{C}$   
 21. -466 J      23. -1,18 MJ  
 25. (a)  $-4P_i V_i$ , (b) de acordo com  $T = (P_i/nRV_i)/V^2$ , é proporcional ao quadrado do volume.  
 27. 720 J

| 29. Processo | $Q$ | $W$ | $\Delta E_{\text{int}}$ |
|--------------|-----|-----|-------------------------|
| BC           | -   | 0   | -                       |
| CA           | -   | +   | -                       |
| AB           | +   | -   | +                       |

31. (a)  $0,0410 \text{ m}^3$ , (b) +5,48 kJ, (c) -5,48 kJ  
 33. (a) 7,50 kJ, (b) 900 K      35. (a) -9,08 kJ, (b) 9,08 kJ  
 37. (a) -0,0486 J, (b) 16,2 kJ, (c) 16,2 kJ  
 39. (a) 1,19, (b) um fator de 1,19.  
 41. 74,8 kJ      43.  $3,49 \times 10^3 \text{ K}$   
 45. (a)  $6,45 \times 10^3 \text{ W}$ , (b)  $5,57 \times 10^8 \text{ J}$   
 47. (a)  $1,85 \text{ pés}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$ , (b) um fator de 1,78.  
 49.  $51,2^\circ\text{C}$       51. 1,79 kg  
 53. (a) 17,2 L, (b) 0,351 L/s      55.  $1,90 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$   
 57.  $(5,87 \times 10^4)^\circ\text{C}$   
 59. (a)  $9,31 \times 10^{10} \text{ J}$ , (b)  $-8,47 \times 10^{12} \text{ J}$ , (c)  $8,38 \times 10^{12} \text{ J}$   
 61. (a)  $3,16 \times 10^{22} \text{ W}$ , (b)  $3,17 \times 10^{22} \text{ W}$ , (c) é 0,408% maior, (d)  $5,78 \times 10^3 \text{ K}$   
 63. 1,44 kg      65. 3,76 m/s  
 67.  $3,66 \times 10^4 \text{ s} = 10,2 \text{ h}$       69. (a) 4,19 mm/s, (b) 12,6 mm/s

## Capítulo 7

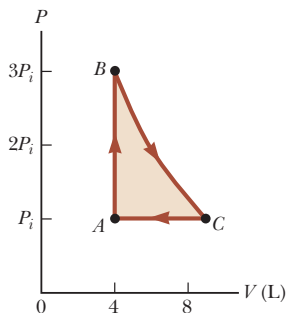
### Respostas aos testes rápidos

1. (i) (b), (ii) (a)      3. (d)  
 2. (i) (a), (ii) (c)      4. (c)

### Respostas aos problemas ímpares

1. (a)  $4,00 \text{ u} = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ , (b)  $55,9 \text{ u} = 9,28 \times 10^{-26} \text{ kg}$ , (c)  $207 \text{ u} = 3,44 \times 10^{-25} \text{ kg}$   
 3. (a) 0,943 N, (b) 1,57 Pa  
 5. (a)  $3,54 \times 10^{23}$  átomos, (b)  $6,07 \times 10^{-21} \text{ J}$ , (c) 1,35 km/s  
 7.  $5,05 \times 10^{-21} \text{ J}$       9. 3,32 mols  
 11. 17,4 kPa      13.  $13,5PV$   
 15. (a)  $719 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ , (b) 0,811 kg, (c) 233 kJ, (d) 327 kJ  
 17. (a) 3,46 kJ, (b) 2,45 kJ, (c) -1,01 kJ  
 19. 227 K  
 21. (a) Um fator de 0,118, (b) um fator de 2,35, (c) 0, (d) 135 J, (e) 135 J  
 23. 25,0 kW

25. (a)



- (b) 8,77 L, (c) 900 K, (d) 300 K, (e) -336 J
27. (a)  $2,45 \times 10^{-4} \text{ m}^3$ , (b)  $9,97 \times 10^{-3} \text{ mol}$ , (c)  $9,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ , (d)  $5,15 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ , (e) 560 K, (f) 53,9 J, (g)  $6,79 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ , (h) 53,3 g, (i) 2,24 K
29.  $2,32 \times 10^{-21} \text{ J}$
31. (a) 41,6 J/K, (b) 58,2 J/K, (c) 58,2 J/K, 74,8 J/K
33. (a)  $2,00 \times 10^{-163} \rightarrow 0$  átomos, (b)  $2,70 \times 10^{20}$  átomos
35. (b) 8,31 km 37. (b) 0,278
39. (a)  $2,37 \times 10^4 \text{ K}$ , (b)  $1,06 \times 10^3 \text{ K}$
41. (a) 1,70 h, (b) 1,00
43. (a) 367 K, (b) a velocidade rqm do nitrogênio seria maior porque a massa molar do nitrogênio é menor que a do oxigênio, (c) 572 m/s
45.  $5,74 \times 10^6 \text{ Pa} = 56,6 \text{ atm}$
47. (a) 300 K, (b) 1,00 atm
49. (a)  $3,65v$ , (b)  $3,99v$ , (c)  $3,00v$ , (d)  $\frac{106m_0v^2}{V}$ , (e)  $7,98m_0v^2$
51. (i) (a) 100 kPa, (b) 66,5 L, (c) 400 K, (d) +5,82 kJ, (e) +7,48 kJ, (f) -1,66 kJ; (ii) (a) 133 kPa, (b) 49,9 L, (c) 400 K, (d) +5,82 kJ, (e) +5,82 kJ, (f) 0; (iii) (a) 120 kPa, (b) 41,6 L, (c) 300 K, (d) 0, (e) -909 J, (f) +909 J; (iv) (a) 120 kPa, (b) 43,3 L, (c) 312 K, (d) +722 J, (e) 0, (f) +722 J
53. (a)  $0,514 \text{ m}^3$ , (b)  $2,06 \text{ m}^3$ , (c)  $2,38 \times 10^3 \text{ K}$ , (d) -480 kJ, (e) 2,28 MJ
55. 0,623 57. 0,480 °C
59. (a)  $v_{\text{rqm}} = (18k_B T / \pi \rho d^3)^{1/2} = (4,81 \times 10^{-12})d^{-3/2}$ , onde  $v_{\text{rqm}}$  é dado em metros por segundo, e  $d$ , em metros, (b)  $t = (2,08 \times 10^{11})d^{5/2}$ , onde  $t$  é dado em segundos, e  $d$ , em metros, (c) 0,926 mm/s e 3,24 ms, (d)  $1,32 \times 10^{-11} \text{ m/s}$  e  $3,88 \times 10^{10} \text{ s}$
61. (a)  $1,09 \times 10^{-3}$ , (b)  $2,69 \times 10^{-2}$ , (c) 0,529, (d) 1,00, (e) 0,199, (f)  $1,01 \times 10^{-41}$ , (g)  $1,25 \times 10^{-1,082}$
63. (a) 0,203 mol, (b) 900 K, (c) 900 K, (d) 15,0 L, (e)  $A \rightarrow B$ : prenda o pistão no lugar e coloque o cilindro em um forno a 900 K.  $B \rightarrow C$ : mantenha o gás no forno enquanto deixa o gás se expandir gradualmente para elevar o pistão o máximo possível.  $C \rightarrow A$ : tire o cilindro do forno para o ambiente a 300 K e deixe o gás esfriar e contrair. (f, g)
- |      | Q, kJ | W, kJ  | $\Delta E_{\text{int}}$ , kJ |
|------|-------|--------|------------------------------|
| AB   | 1,52  | 0      | 1,52                         |
| BC   | 1,67  | -1,67  | 0                            |
| CA   | -2,53 | +1,01  | -1,52                        |
| ABCA | 0,656 | -0,656 | 0                            |
67. (a) 0,510 m/s, (b) 20 ms
69. (a)  $3,34 \times 10^{26}$  moléculas, (b) durante o 27º dia, (c)  $2,53 \times 10^6$
71. 510 K e 290 K

## Capítulo 8

### Respostas aos testes rápidos

1. (i) (c), (ii) (b) 4. (a) um; (b) seis
2. (d) 5. (a)
3. C, B, A 6. falso

### Respostas aos problemas ímpares

1. (a) 10,7 kJ, (b) 0,533 s, 3. (a) 6,94%, (b) 335 J
5. (a) 0,294 (ou 29,4%), (b)  $5,00 \times 10^2 \text{ J}$ , (c) 1,67 kW
7. 55,4% 9. (a) 75,0 kJ, (b) 7,33
11. (a)  $4,51 \times 10^6 \text{ J}$ , (b)  $2,84 \times 10^7 \text{ J}$ , (c) 68,1 kg
13. 9,00 15. 11,8
17. (a) 67,2%, (b) 58,8 kW 19. 1,86
21. (a)  $8,70 \times 10^8 \text{ J}$ , (b)  $3,30 \times 10^8 \text{ J}$
23. (a) 564 °C, (b) não; uma máquina real sempre terá uma eficiência *menor* que a de Carnot porque opera de modo irreversível.
25. (a) 741 J, (b) 459 J
27. (a)  $\frac{Q_f}{\Delta t} = 1,40 \left( \frac{0,5T_q + 383}{T_q - 383} \right)$ , onde  $Q_f/\Delta t$  é dado em megawatts, e  $T$ , em kelvins, (b) a potência de escape diminui conforme a temperatura na área de queima aumenta, (c) 1,87 MW, (d)  $3,84 \times 10^3 \text{ K}$ , (e) não existe resposta. O escapamento de energia não pode ser tão pequeno.
29. (a) 564 K, (b) 212 kW, (c) 47,5%
31. 1,17 33. (a) 244 kPa, (b) 192 J
37. 143 J/K 39. 57,2 J/K 41. 0,507 J/K
43. (a) -3,45 J/K, (b) +8,06 J/K, (c) +4,62 J/K
45. 3,28 J/K
47. (a)

| Macroestados | Microestados  | Número de modos de sorteio |
|--------------|---------------|----------------------------|
| Todos V      | VVV           | 1                          |
| 2 V, 1 A     | AVV, VAV, VVA | 3                          |
| 1 V, 2 A     | AAV, AVA, VAA | 3                          |
| Todos A      | AAA           | 1                          |

(b)

| Macroestados | Microestados                                                        | Número de modos de sorteio |
|--------------|---------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Todos V      | VVVV                                                                | 1                          |
| 4V, 1A       | AVVVV, VAVVV, VVAVV, VVVAV, VVVVA                                   | 5                          |
| 3V, 2A       | AAVVV, AVAVV, AVVAV, AVVVA, VAAVV, VAVVA, VVAAV, VVAVA, VVVAA       | 10                         |
| 2V, 3A       | VVAAA, VAVAA, VAAVA, VAAA, AVVAA, AVAAV, AVAAV, AAVVA, AAVAV, AAAVV | 10                         |
| 1V, 4A       | VAAAA, AVAAA, AAVAA, AAAVA, AAAAV                                   | 5                          |
| Todos A      | AAAAA                                                               | 1                          |

49. 0,440 = 44,0% 51. (a)  $\frac{1}{3}$ , (b)  $\frac{2}{3}$
53. (a) 5,00 kW, (b) 763 W
55. (a)  $-0,390nR$ , (b)  $-0,545nR$
57. (a)  $3nRT_p$ , (b)  $3nRT_i \ln 2$ , (c)  $-3nRT_i$ , (d)  $-nRT_i \ln 2$ , (e)  $3nRT_i (1 + \ln 2)$ , (f)  $2nRT_i \ln 2$ , (g) 0,273
59.  $5,97 \times 10^4 \text{ kg/s}$
61. (a) 0,476 J/K, (b) 417 J
63. (a) 39,4 J, (b) 65,4 rad/s = 625 rev/min, (c) 293 rad/s = 2,79  $\times 10^3$  rev/min
65.  $nC_p \ln 3$
67. (a)  $4,10 \times 10^3 \text{ J}$ , (b)  $1,42 \times 10^4 \text{ J}$ , (c)  $1,01 \times 10^4 \text{ J}$ , (d) 28,8%, (e) como  $e_c = 80,0\%$ , a eficiência do ciclo é muito menor que aquela de uma máquina de Carnot operando entre os mesmos extremos de temperatura.
69. (b) Sim (c) não; a Segunda Lei se refere a uma máquina operando em um ciclo, enquanto este problema envolve somente um único processo.
71. (a)  $P_A = 25,0 \text{ atm}$ ,  $V_A = 1,97 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ ;  $P_B = 4,13 \text{ atm}$ ,  $V_B = 1,19 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ ;  $P_C = 1,00 \text{ atm}$ ,  $V_C = 3,28 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ ;  $P_D = 6,05 \text{ atm}$ ,  $V_D = 5,43 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ , (b)  $2,99 \times 10^3 \text{ J}$

# Índice Remissivo

Nota do localizador: **negrito** indica uma definição; *itálico* indica uma figura; *t* indica uma tabela

## A

a afirmativa de Clausius sobre a Segunda Lei da Termodinâmica, 188  
absortividade, 150  
absorvente ideal, 150  
aceleração transversal ( $a_y$ ), 39-40  
aço, coeficiente médio de expansão, 114t  
água  
  calor específico da, 131, 132t  
  calor específico molar da, 167t  
  calor latente de fusão e vaporização da, 135, 136t  
  condutividade térmica da, 146t  
  congelamento da, 116-117  
  curva densidade *vs.* temperatura da, 217, 217  
  mudança de fase na, 135, 136  
  ondas na, 32, 34, 34  
  ponto de congelamento da, 110, 112  
  ponto de vaporização da, 110, 112  
  ponto triplo da, 111  
  super-aquecimento da, 137  
  super-resfriamento da, 137  
  velocidade do som na, 59t  
álcool  
  calor específico, 132t  
  calor latente de fusão e vaporização, 136t  
  coeficiente médio de expansão, 114t  
  velocidade do som em, 59t  
álgebra, revisão de, A-5-A-11  
alumínio (Al)  
  calor latente de fusão e vaporização, 136t  
  calor específico, 132t  
  coeficiente médio de expansão, 114t  
  condutividade térmica, 146t  
amortecedores  
  calibrados, 2  
  regulados, 2  
amplitude ( $A$ )  
  da onda estacionária, 82  
  de movimento harmônico simples, 4, 5, 7, 14  
  de onda, 36, 37  
  de oscilação amortecida, 19-20, 19  
  do oscilador forçado, 20  
amplitude de deslocamento ( $S_{\text{máx}}$ ), 56, 57, 60

amplitude de pressão ( $\Delta P_{\text{máx}}$ ), 57, 57, 59, 60, 61  
anel, de onda estacionária, 85  
ângulo de Mach, 68  
antilogaritmo, A-9  
antinodos, 83, 83  
  de deslocamento, 89, 90, 92  
  de pressão, 89  
aproximação do ângulo pequeno, 16, 449  
aquecedores de mão comerciais, 137  
ar  
  coeficiente médio de expansão do, 114t  
  condutividade térmica do, 146t  
  velocidade do som no, 59t  
ar-condicionado, 188  
área  
  unidades de, 8t  
arranha-céus, oscilação em, 1, 2  
astronomia e astrofísica, Efeito Doppler em, 66  
átomo(s)  
  energia potencial entre expansão térmica e, 112-114  
  forças de ligação, modelagem de, 11, 11  
audição  
  batimentos, 93-95, 94  
  dano de som para a, 62  
  efeito Doppler, 64-68, 65  
  frequência e, 61, 63, 64  
  limiar da, 61, 62, 63, 64  
  música *vs.* ruído, 92, 95, 96  
  nível de som, em decibéis, 62, 62t  
  volume, 63-64, 64  
automóveis  
  energia potencial entre expansão térmica e, 112-114  
  forças de ligação, modelagem de, 11, 11  
aviões, “boom sônico”, 68-69

## B

barco, onda cônica de um, 68  
barras, ondas estacionárias em, 92-93, 92  
batimento, 93-95, 94  
bombas de calor, 188-190, 188, 193  
“boom sônico”, 68-69  
borracha  
  condutividade térmica, 146t  
  velocidade do som em, 59t  
Brown, Robert, 107

Btu. *Veja* Unidade Térmica Britânica

## C

calcita, expansão térmica em, 114  
calor ( $Q$ ), 129. *Veja também* condução térmica  
  convexão e, 149, 150  
  em processos termodinâmicos, 138-140, 140  
  entropia e, 197-200  
  equivalente mecânico do, 130, 130  
  específico ( $c$ ), 131-134, 132  
  história do conceito, 129-130  
  latente ( $L$ ), 135-138  
  radiação térmica, 217  
  unidades de, 129-130  
  *vs.* energia interna e temperatura, 129  
calor específico molar  
  componentes moleculares de rotação e vibração de, 170-172, 171  
  com pressão constante, 165-168, 170-172, 171  
  com volume constante ( $C_V$ ), 165-168, 170-172, 171  
  de gases reais, 167t, 170-172  
  de gás ideal, 165-168  
calor específico, 131-134, 132t. *Veja também* calor específico molar  
calor latente ( $L$ ), 135-138  
calor latente  
  de condensação, 135  
  de fusão, 135, 136t  
  de vaporização, 135, 136t  
caloria (cal), em alimento, 129-130  
calórico, 129-130  
calorimetria 133, 133-134  
calorímetros, 133  
capacidade térmica ( $C$ ), 131  
Carnot, Sadi, 191  
Centro Financeiro de Taipei, 2  
chumbo  
  calor específico do, 132t  
  calor latente de fusão e vaporização do, 136t  
  coeficiente médio de expansão do, 114t  
  condutividade térmica, 146t  
  velocidade do som em, 59t  
ciclo de Carnot, 191-195, 192  
ciclo de Otto, 195-197, 195, 196  
ciência dos materiais. *Veja também* concreto; gás (gases)

círculo de referência, 13-14, 13, 14  
 Clausius, Rudolf, 197  
 cobre (Cu)  
     coeficiente médio de expansão, 114t  
     condutividade térmica, 146t  
     densidade  
         calor específico, 132t  
         calor latente de fusão e vaporização, 136t  
     velocidade do som em, 59t  
 coeficiente  
     de amortecimento ( $b$ ), 19  
     de desempenho (COP), 189  
     de expansão média linear ( $\alpha$ ), 113, 114t  
     de expansão média volumétrica ( $\beta$ ), 114, 114t  
 coeficientes, A-7  
 colunas de ar, ondas estacionárias em, 89-92, 90  
 Comitê Internacional de Pesos e Medidas, 111  
 compressão, 56, 56  
     de pistões, 195-196, 195, 196  
     quase estática, 138-139  
 comprimento da trajetória, 80-81, 80  
 comprimento de onda ( $\lambda$ ), 36-37, 36  
     de modos normais, 85  
     de onda sonora, 56, 60, 60  
 concreto  
     coeficiente médio de expansão, 114t  
     condutividade térmica, 146t  
 condensação, calor latente de, 135  
 condução térmica, 146-148, 146  
     entropia em, 200-201  
     isolamento doméstico e, 148-149, 148t  
     lei de, 146-147  
 condutividade térmica ( $k$ ), 146-147, 146t  
 conservação de energia  
     e a primeira lei de termodinâmica, 141  
     história do conceito, 128, 130  
 constante  
     da mola ( $k$ ) e frequência de oscilação, 6  
     de Boltzmann ( $k_B$ ), 118-119  
     de fase ( $\phi$ ), 5, 7, 14, 38  
     de força ( $\kappa$ ), 18-19  
     universal dos gases ( $R$ ), 118  
 contato térmico, 109, 109  
 convecção  
     forçada, 149  
     natural, 149  
 cordas  
     equação de onda linear, 46-47  
     ondas estacionárias em, 81-88, 82, 83  
     ondas senoidais em, 39-40, 39  
     propagação de ondas em, 33-36, 33, 34  
     reflexão de ondas em, 43-44, 43, 44  
     tensão da, 40, 85-86

transferência de energia por ondas senoidais em, 44-46, 44  
 transmissão de ondas em, 43-44, 44  
     velocidade de ondas em, 40-43, 41  
 corpo negro, 150  
 cossecante (csec), A-11  
 cosseno (cos), A-11, A-12  
 cotangente (cot), A-11  
 crista, de onda, 36-37, 36  
 curso de admissão, 195, 195, 196  
 curto elétrico térmico, 116

## D

densidade ( $\rho$ )  
     temperatura e, 116-117, 117  
 densidade numérica ( $n_v(E)$ ), 172  
 derivações parciais, 40  
     parcial, 40  
 desconhecidas, A-5  
 diagrama de nível de energia, 171, 171  
 diagrama PV, 139, 139  
 diapasão, 91-92, 91, 95-96, 96  
 diferença de quadrados, A-7  
 diferencial perfeita, A-17-A-19  
 dispositivos mecânicos  
     ar-condicionado, 188  
     bombas de calor, 188-190, 188  
     refrigeradores, 188-190, 188  
 divisão  
     de frações, A-6  
     de potências, A-6  
     em notação científica, A-5  
 dor, limiar da, 61, 62, 63, 64

## E

efeito Doppler, 64-67, 64, 65  
     expressão geral para o, 66  
 eficiência térmica ( $e$ ), 186-188  
     da máquina de Carnot, 191-195  
     de ciclo de Otto, 196-197  
     de motores à diesel, 195-196  
 Einstein, Albert, sobre movimento Browniano, 107  
 elementos. *Veja* tabela periódica dos elementos  
 elétron volt (eV), 172  
 eclipse, A-11, A-11  
 emissividade ( $e$ ), 150  
 energia ( $E$ ). *Veja também* conservação de energia; energia interna; energia cinética; energia potencial em movimento harmônico simples em movimento harmônico simples, 10-13  
     em ondas mecânicas, 33, 44, 44-46, 44  
     entropia e, 197-200  
     mecanismos de transferência para, 545, 109, 140-141, 140, 146-151  
     ondas como transferência de, 33  
     teorema da equipartição para, 164, 170-172  
         em movimento harmônico simples, 10, 11

energia cinética ( $K$ )  
     em movimento harmônico simples, 10, 11, 12  
     em ondas mecânicas, 44-45  
     molecular  
         e pressão, 161-163  
         e temperatura, 163-165  
 energia de ligação, 129  
 energia interna, 129  
     batimentos, 93-95, 94  
     construtivo, 78, 79, 79-80, 80  
     de ondas mecânicas, 78-81, 79, 93-95, 94  
     de ondas sonoras, 80-81, 80  
     destrutiva, 78, 79, 80, 80  
     espacial, 93  
     temporal (no tempo), 93-95  
 energia potencial em movimento harmônico simples, 10, 10, 11, 11, 12  
 energia solar, 150  
 energia térmica, 129  
 engenharia mecânica. *Veja* aviões, “boom sônico”; automóveis; pontes, oscilação em; ferrovia, expansão térmica do trilho  
 entropia ( $S$ ), 197-200, 202  
     condução térmica e, 200-201  
     em escala microscópica, 201-204, 203  
     em expansão adiabática livre, 201, 203-204  
     em processo irreversível, 198, 200-201  
     em processo reversível, 198  
     variação em, para processo finito, 198  
 envoltória  
     das frentes de onda de choque, 68, 68  
     de curva oscilatória, 19-20, 20  
 enxofre (S)  
     calor latente de fusão e vaporização, 136t  
 equação(ões)  
     coeficientes da, A-7  
     lineares, A-8-A-9  
     de estado para um gás ideal, 118  
     de onda linear, 46-47  
     quadráticas, A-7  
 equilíbrio térmico, 109  
 equivalente mecânico do calor, 130, 130  
 escala Celsius, 110, 111  
     conversão de/para, 112  
 escala de temperatura  
     absoluta, 110-111, 111  
     Celsius, 110, 110  
     conversão de, 112  
     Fahrenheit, 112  
     Kelvin, 112  
 escala Fahrenheit, 112  
 escala Kelvin, 111  
     conversão de/para, 112  
 esportes, alpinismo, 42-43  
 estado fundamental, 171  
 evaporação, 174-175  
 expansão adiabática livre, 142

como processo irreversível, 190, 190  
entropia em, 201, 203-204  
expansão  
de volume, coeficiente médio de ( $\beta$ ), 113, 114t  
isotérmica de gás ideal, 143-145, 143  
linear, coeficiente médio de ( $\alpha$ ), 114, 114t  
térmica, 108, 112-117, 113, 114t, 115

## F

faixa bimetalica, 115, 115  
fase de movimento harmônico simples, 5  
fatoração, A-7  
ferro (Fe)  
calor específico no, 132t  
condutividade térmica do, 146t  
velocidade do som no, 59t  
ferrovia, expansão térmica do trilho, 115-116  
fonte pontual, de ondas sonoras, 60, 60, 61-62  
forças de ligação atômica, modelagem de, 11, 11  
forma de onda, 34  
forma Kelvin-Planck da Segunda Lei da Termodinâmica, 187, 188, 190-191  
frações, multiplicação, divisão, adição e subtração de, A-6  
frasco de Dewar, 150-151, 150  
frente de onda, 60, 60  
frequência ( $f$ )  
angular ( $\omega$ )  
de onda sonora, 56  
de onda, 38  
em movimento harmônico simples, 4, 6, 7, 14  
para um pêndulo simples, 16  
de modos normais, 85  
de movimento harmônico simples, 6  
de onda, 37  
e audição, 63, 64  
fundamental ( $f_1$ ), 85-86  
natural ( $\omega_0$ ), 20, 85, 88, 90, 91  
quantização de, 77, 84-85, 88, 89  
ressonância ( $\omega_0$ ), 21, 88-89, 88, 90  
vs. intensidade, 96  
frequência de batimento, 93, 94  
frequência fundamental ( $f_1$ ), 85-86  
frequência natural ( $\omega_0$ ), 19, 20, 22, 85-86, 88, 89, 91  
função de distribuição, 172  
função Maxwell-Boltzmann da distribuição de velocidades, 173-174  
função ondular, 34, 38  
fusão, calor latente de, 135, 136t  
fusão, e entropia, 199

## G

gama ( $\gamma$ ), razão de calor específico molar, 167, 167t, 196

garrafa de champanhe, abertura de, 118  
garrafa térmica, 150, 150  
gás (gases), 170-172. *Veja também* gás ideal; calor molar específico  
diagrama PV de, 139, 139  
entropia e, 201-205, 203-204  
expansão adiabática livre, 142  
como processo irreversível, 190-191, 190  
entropia em, 201, 203-204  
teoria cinética de, 161-165  
trabalho e calor em processos termodinâmicos, 138-140, 139, 140  
velocidade de moléculas em, 172-176, 173  
gás ideal, 117-119  
calor específico molar de um, 165-168  
descrição macroscópica de um, 117-119  
energia interna de um, 164, 166  
equação de estado para um, 118  
expansão isotérmica de um, 143-145, 143  
modelo molecular de um, 161-165, 161  
processo adiabático para, 168-169, 169  
gasolina, coeficiente médio de expansão, 114t  
gelo  
calor específico, 132t  
condutividade térmica, 146t  
grau de liberdade, 164, 170-171

## H

harmônicos, 85-86, 95, 96  
hélio (He)  
calor específico molar, 167t  
calor latente de fusão e vaporização, 136t  
coeficiente médio de expansão, 114t  
condutividade térmica, 146t  
velocidade do som em, 59t  
hertz (Hz), 6, 37  
hidrogênio (H)  
calor específico molar, 167t, 171, 171  
condutividade térmica, 146t  
velocidade do som em, 59t

## I

incerteza fracionária, A-19-A-20  
incerteza percentual, A-19-A-20  
incerteza, propagação da, A-20  
inclinação, A-7-A-8, A-8  
instrumentação. *Veja também*  
termômetros  
calorimetria, 133, 133  
frasco de Dewar, 150-151, 150  
sismógrafos, 34  
instrumentos musicais  
afinação de, 86, 94-95

corda, 85-87, 89, 94-95  
de sopro, 88-89, 90, 95-97, 96  
órgão, 89  
sintetizadores, 97  
sons característicos de, 95-97, 96  
temperatura e, 90  
vibrações, 85, 92-93, 92, 93  
integral de probabilidade de Gauss, A-19t  
intensidade das ondas sonoras, 59-64  
intensidade de referência ( $I_0$ ), 62  
interferência, 78-82, 79  
batimentos, 93-95, 94  
construtiva, 78, 79, 80, 80  
de ondas mecânicas, 78-81, 79, 93-95, 94  
de ondas sonoras, 80-81, 80  
destrutiva, 78, 79, 80, 80  
espacial, 93  
temporal, 93-95, 94  
isolantes térmicos, 146  
isoterma, 142, 143

## J

joule, 130  
Joule, James Prescott, 128, 130, 130  
junções de expansão, 112, 113

## K

Kelvin, 111

## L

Latão  
calor específico, 132t  
coeficiente médio de expansão, 114t  
lei  
de Boyle, 118  
de Charles, 118  
de Condução Térmica, 146  
de Distribuição de Boltzmann, 172  
de Gay-Lussac, 118  
de Stefan, 150  
do gás ideal, 118  
dos cossenos, A-12  
dos senos, A-12  
zero da termodinâmica, 108-109, 109  
leis da termodinâmica  
primeira, 141, 185  
aplicações, 141-145  
segunda, 185-186, 200-201  
afirmativa de Clausius de, 188  
afirmativa sobre entropia na, 200  
forma Kelvin-Planck, 187, 188, 189-191  
zero, 109, 109  
limiar da audição, 61, 62t, 63, 64  
limiar da dor, 61, 63, 64  
líquido, evaporação de, 174-175

## M

macroestado, 197



madeira  
 calor específico, 132t  
 condutividade térmica, 146t  
 máquina a vapor, 194-195  
 máquina de costura, sistema de acionamento com pedal, 13  
 máquinas térmicas, 186-188, 187  
 massa atômica, A-22t-A-23t  
 massa molar (M), 117  
 material isotrópico, 114  
 Maxwell, James Clerk, 173  
 mecânica  
 estatística, 170, 172, 197  
 quântica. *Veja também* quantização e calor específico molar, 171  
 medição. *Veja também* instrumentação  
 coeficiente médio de expansão, 114t  
 de temperatura, 108-112, 109  
 incerteza em, A-19-A-20  
 membranas, ondas estacionárias em, 92-93, 93  
 mercúrio (Hg)  
 calor específico, 132t  
 coeficiente médio de expansão, 114t  
 em termômetros, 110, 110  
 velocidade do som em, 59t  
 microestado, 197, 201-203  
 modelo  
 da partícula em movimento harmônico simples, 4-9  
 de gás ideal, 117-119  
 de movimento harmônico simples, 4-9  
 de onda, 36-40, 36  
 de ondas em interferência, 78-81, 79  
 de ondas sob condições-limite, 84-88, 85  
 modelos de análise  
 de ondas em interferência, 78-81, 79  
 de ondas progressivas, 36-40  
 de ondas sob condições limite, 84-88, 85  
 da articulação em movimento harmônico simples, 1  
 modelos. *Veja também* modelo, modelos de análise  
 de forças de ligação atômica, 11, 11  
 do átomo. *Veja* átomo(s)  
 modos normais, 84-85, 85  
 em colunas de ar, 89, 90  
 em hastes e membranas, 92-93, 92, 93  
 mol, 117  
 mola(s)  
 movimento harmônico simples em, 3-9, 3  
 molécula(s)  
 energia cinética de e pressão, 161-163  
 e temperatura, 163-165  
 movimento rotacional de, 170-172, 170, 171

movimento vibracional de, 170-172, 170, 171  
 quantização de energia em, 171, 171, 173-174  
 velocidade, distribuição de, 172-176, 173, 174  
 morte térmica do universo, 200  
 motor de Carnot, 191-195, 192, 199  
 motor de pistão, 195-196, 195, 196  
 diagrama PV, 139, 139  
 energia cinética molecular e, 161-163  
 ondas sonoras como variações em, 56-57, 56, 57  
 vs. temperatura e volume, em gás ideal, 117-119  
 motores  
 a diesel, 169, 187, 195-197  
 a gasolina, 195-197, 195, 196  
 a vapor, 194-195  
 de calor, 186-188, 186, 187  
 de Carnot, 191-195, 192, 199  
 eficiência de, 187-188  
 potência de, 187-188  
 movimento Browniano, 107  
 movimento harmônico simples, 4.  
*Veja também* movimento oscilatório  
 aplicações, 11  
 de um corpo preso a uma mola, 3-9, 3  
 energia em, 10-13  
 movimento circular uniforme e, 13-15, 14  
 onda estacionária como, 82  
 movimento oscilatório, 2-21. *Veja também* pêndulos; movimento harmônico simples  
 amortecido, 19-20, 19, 21  
 em corpo preso a uma mola, 3-9, 3  
 forçado, 20-21  
 frequência natural, 19, 20, 22, 85-86, 88, 89, 91  
 ressonância, 20, 21  
 movimento periódico, 2. *Veja também* oscilação; movimento oscilatório; movimento harmônico simples; ondas  
 movimento vibracional de moléculas, 170-172, 170  
 mudança de fase, 135  
 multiplicação  
 de frações, A-6  
 de potências, A-6  
 e incerteza, A-20  
 música  
 e séries harmônicas, 85-86  
 vs. ruído, características de, 92, 95

## N

nitrogênio (N)  
 calor específico molar, 167t  
 calor latente de fusão e vaporização, 136t  
 distribuição de velocidade molecular, 173, 173  
 níveis de energia

excitação térmica e, 172-173  
 quantização de, 171-172, 171, 172-173  
 nível de som ( $\beta$ ), 62-63, 62  
 em decibéis (dB), 62-63, 62  
 nodos, 83, 83, 84-85, 89, 90  
 de deslocamento, 89, 92  
 número atômico (Z), A-22t-A-23t  
 número da onda ( $k$ ), 38, 56-57  
 número de Avogadro ( $N_A$ ), 117  
 número de Euler (e), A-9  
 número de Mach, 68

---

O

onda senoidal, 36-40, 36  
 em cordas, 39-40, 39  
 expressão geral para a, 38  
 função ondular para uma, 38  
 ondas sonoras, 55  
 superposição de, 79-80  
 velocidade de, 37-38, 40-43, 41  
 onda(s), 32-47. *Veja também* ondas mecânicas  
 como transferência de energia, 33  
 de água, 32, 34, 34  
 equação de, linear, 46-47  
 esférica, 60, 60  
 estacionária, 81-84, 82, 83  
 em barras, 92-93, 92  
 em colunas de ar, 89-92, 90  
 em membranas, 92-93, 93  
 sob condições-limite, 84-88, 85  
 forma de onda, 34  
 função ondular, 34, 38  
 interferência, 78-81, 79, 93-95, 94  
 linear, 78  
 longitudinal, 33, 33  
 modelo de onda progressiva, 36-40, 36  
 não linear, 78  
 não senoidal, 95-97, 96  
 potência de, 45  
 progressiva, 36  
 modelo de, 36-40, 36  
 reflexão de, 43-44, 43, 44  
 ressonância, 21, 21, 88-89, 88, 90  
 sonora periódica, 56  
 tipos, 32  
 transmissão de, 43-44, 44  
 transversal, 33, 33  
 ondas mecânicas, 32. *Veja também*  
 onda senoidal; ondas sonoras  
 batimentos, 93-95, 94  
 componentes de, 33  
 em interferência, 78-81, 79, 93-95, 94  
 equação de onda linear, 46-47  
 meios, 32  
 modelo de ondas progressivas, 36-40, 36  
 propagação de, 33-36, 33, 34  
 reflexão de, 43-44, 43, 44  
 superposição de, 78-81, 80  
 transferência de energia, 33, 44-46, 44  
 transmissão de, 43-44, 44



velocidade de, 37-38, 40-43, 41, 58-59

ondas não lineares, 78

ondas P, 34

ondas S, 34

ondas sonoras, 55-68. *Veja também*

- audição
- audíveis, 55
- efeito Doppler, 64-67, 64, 65
- infrassônicas, 55
- intensidade das, 59-64
- interferência das, 81, 81
- longitudinais, 89
- nível de som ( $\beta$ ), em decibéis, 62, 62
- ondas de choque (*boom* sônico), 68-69, 68
- ultrassônicas, 55-56
- variações de pressão em, 56-57, 56, 57
- velocidade de, 58-59, 58, 59t

ondas

- de choque, 68-69, 68
- de som infrassônicas, 55-56
- eletromagnéticas
  - exemplos de, 32
  - propagação em meio livre de, 32
- estacionárias, 81-84, 82, 83
  - em barras, 92-93, 92
  - em colunas de ar, 89-92, 90
  - em membranas, 92-93, 93
  - sob condições-limite, 84-88, 85
- lineares, 78
- longitudinais, 33, 33

ônibus espacial, “boom sônico” de, 68-69

oscilação

- criticamente amortecida, 20, 20
- forçada, 20-22
- subamortecida, 20, 20

oscilações amortecidas, 19, 19-20, 19, 21

oscilador amortecido, 19-20

oscilador amortecido, 19-20, 19

ouro (Au)

- calor específico, 132t
- calor latente de fusão e vaporização, 136t
- condutividade térmica, 146t
- velocidade do som em, 59t

oxigênio (O)

- calor específico molar, 167t
- calor latente de fusão e vaporização, 136t
- condutividade térmica, 146t
- velocidade do som em, 59t

## P

parábolas, A-11, A-11

pêndulos, 15-19

- como relógio, 16, 17
- de torção, 18-19, 18
- físico, 17-18, 17
- simples, 15, 16

período (T)

- das ondas, 36, 37

de movimento harmônico simples, 5, 5, 8, 14

de pêndulo de torção, 19

de pêndulo físico, 18

de pêndulo simples, 16

poluição sonora, 62

ponte Tacoma Narrows, 21

pontes, oscilação em, 1, 21

ponto de congelamento da água, 110, 111

ponto de vaporização da água, 110, 111

ponto triplo da água, 111

posição angular máxima, de pêndulo simples, 16

posição de equilíbrio, 3, 3

potência (P)

- de motor, 187-188
- de ondas sonoras, 59-61
- de uma onda, 45

potências, A-6-A-7

prata (Ag)

- calor específico, 132t
- calor latente de fusão e vaporização, 136t
- condutividade térmica, 146t

primeira lei da termodinâmica, 141, 185

- aplicações, 141-145

princípio de superposição, para ondas, 78-79

probabilidade, e integral de probabilidade de Gauss, A-19t

processo adiabático, 141

- para um gás ideal, 168-169, 169

processo

- cíclico, 141
- isobárico, 142
- isotérmico, 142
- isovolumétrico, 142
- processos termodinâmicos, trabalho e calor em, 138-140

processos

- irreversíveis, 185-186, 190-191
- entropia em, 198, 200-201
- reversíveis, 190-191
- entropia em, 197-200

propagação

- da incerteza, A-19-A-20
- de ondas mecânicas, 33-36, 33, 34

proporção de compressão, 196

pulso, 33-36, 33, 35

## Q

quadrado perfeito, A-7

qualidade (timbre), 95

quantização

- de frequência, 77, 84-85, 89
- de níveis de energia, 171-172, 171, 172-173

quantizado, 88, 173

## R

radar, polícia, 66

radiação, térmica, 150

raio(s), 60, 60

rarefações, 56

reflexão de ondas, 43-44, 43, 44

refrigerador de Carnot, 191-192

refrigeradores, 188-190, 188

relógios. *Veja também* tempo

- pêndulos e, 16, 17

reservatório de energia, 140, 140

ressonância, 20-21, 21, 88-89, 88, 90

retas, equações para, A-7-A-9

## S

secante (sec), A-11, A-12t

segunda lei da termodinâmica, 185-186, 200-201

- afirmativa de entropia, 200
- enunciado de Clausius sobre, 188
- forma Kelvin-Planck, 187, 188, 190-191

seno (sen), A-11-A-12, A-12t

série de Fourier, 95-96

série harmônica, 85-86, 89, 90

silício (Si), calor específico de, 132t

símbolos. *Veja* notação

síntese de Fourier, 96, 96

sismógrafos, 34

sistema isolado

- energia interna de, 141
- entropia em, 197

solidificação, calor latente de, 135

subtração, incerteza, A-20

superaquecimento, 137

superposição, de ondas mecânicas, 78-81, 80

super-resfriamento, 137

## T

tangente (tg), A-11-A-12, A-12t

temperatura ( $T$ ), 108-119, 110

- e densidade, 116, 117
- e frequências de instrumentos, 90
- equilíbrio térmico, 109
- e velocidade de ondas sonoras, 59
- expansão térmica, 108, 113, 112-116, 114, 114t, 115
- gradiente de, 146
- interpretação molecular de, 163-164

Lei Zero da Termodinâmica, 109, 109

medição de, 108-112, 109

sensação de, 108-109

unidades de, A-21t

vs. energia interna e calor, 129

vs. pressão e volume, em gás ideal, 57

temperatura atmosférica, à noite, 150

tempestade, avaliando distância até, 59

tempo ( $t$ ). *Veja também* Relógios

- unidades de, A-1t

tempo de escape, 195, 196

tensão ( $T$ ), 40, 85-86

teorema da equipartição de energia, 164, 170-172

teorema de Carnot, 191

teorema de Fourier, 95-96

teorema de Pitágoras, A-11, A-12  
 teoria atômica, história da, 107  
 termodinâmica, 107, 128. *Veja também*  
   entropia; calor ( $Q$ ); temperatura ( $T$ )  
   Lei Zero da, 109, 109  
   Primeira Lei da, 141, 185  
     aplicações da, 141-145  
   Segunda Lei da, 185-186, 200-201  
     afirmativa de entropia da, 200  
     enunciado de Clausius sobre a, 188  
     forma Kelvin-Planck da, 187, 188, 190-191, 191, 200  
 termômetros, 109, 109, 110-112, 110, 111  
   de álcool, 110  
   de gás a volume constante, 110-111, 111  
   de mercúrio, 110, 110  
   limitações dos, 110  
 Terra  
   velocidade de escape, 174  
 terremotos, 34  
 Thompson, Benjamin, 130  
 timbre (qualidade), 95  
 tom alto, 95, 96  
 trabalho ( $W$ )  
   em gás, 138-140, 139, 140  
   em processo adiabático, 141-142  
   em processo cíclico, 141  
   em processo isobárico, 142  
   em processo isotérmico, 143-145, 143  
   em processo isovolumétrico, 142

  por máquina térmica, 187-188  
 transmissão de ondas, 43-44, 44  
 transporte. *Veja* aviões, “boom sônico”; automóveis

## U

---

unidade térmica britânica (Btu), 130  
 unidades comuns nos Estados Unidos, 129-130  
 unidades de massa atômica ( $u$ ), 117  
 unidades do SI (*Système International*)  
   de energia, 129  
   de frequência, 6  
   de temperatura, 111  
 Universo, entropia de, 200

## V

---

vale, de onda, 36-37, 36  
 valor  $R$ , 148-149, 148t  
 vapor  
   acréscimo de energia em, 136, 137-138  
   calor específico, 132t  
 vaporização, calor latente de, 135, 136t  
 variável(is)  
   de estado, 138  
   de transferência, 138  
   termodinâmicas, de gás ideal, 119  
 velocidade ( $v_{rms}$ ), raiz quadrática média (rms), 164, 164t

velocidade angular escalar *vs.* frequência angular, 14  
 velocidade de escape ( $v_{esc}$ ), distribuição de velocidades moleculares e, 174  
 velocidade escalar  
   de moléculas em gás, 172-176, 173, 174  
   de onda mecânica, 37-38, 40-43, 41, 58-59  
   de onda senoidal, 37-38, 40-43, 41  
   de ondas em cordas, 40-43, 41  
   de ondas sonoras, 58-59, 58, 59t  
   transversal ( $v_y$ ), 39-40  
   *vs.* frequência angular, 14  
 velocidade transversal ( $v_y$ ), 39-40  
 vidro Pirex, velocidade do som em, 59t  
 vidro  
   calor específico, 132t  
   coeficiente médio de expansão, 114t  
   condutividade térmica, 146t  
 volume ( $V$ )  
   diagrama PV, 139, 139  
   expansão térmica e, 113  
   *vs.* pressão e temperatura, em gás ideal, 117  
 volume, 63-64, 64

## Z

---

zero absoluto, 111

## Conversões

---

### Comprimento

1 pol. = 2,54 cm (exatamente)  
1 m = 39,37 pol. = 3,281 pé  
1 pé = 0,3048 m  
12 pol = 1 pé  
3 pé = 1 yd  
1 yd = 0,9144 m  
1 km = 0,621 mi  
1 mi = 1,609 km  
1 mi = 5.280 pé  
1  $\mu\text{m}$  =  $10^{-6}$  m =  $10^3$  nm  
1 ano-luz =  $9,461 \times 10^{15}$  m

### Área

1 m<sup>2</sup> = 10<sup>4</sup> cm<sup>2</sup> = 10,76 pé<sup>2</sup>  
1 pé<sup>2</sup> = 0,0929 m<sup>2</sup> = 144 pol<sup>2</sup>  
1 pol.<sup>2</sup> = 6,452 cm<sup>2</sup>

### Volume

1 m<sup>3</sup> = 10<sup>6</sup> cm<sup>3</sup> = 6,102  $\times 10^4$  pol<sup>3</sup>  
1 pé<sup>3</sup> = 1,728 pol<sup>3</sup> = 2,83  $\times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>  
1 L = 1.000 cm<sup>3</sup> = 1,057.6 qt = 0,0353 pé<sup>3</sup>  
1 pé<sup>3</sup> = 7,481 gal = 28,32 L = 2,832  $\times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>  
1 gal = 3,786 L = 231 pol<sup>3</sup>

### Massa

1.000 kg = 1 t (tonelada métrica)  
1 slug = 14,59 kg  
1 u =  $1,66 \times 10^{-27}$  kg = 931,5 MeV/*c*<sup>2</sup>

### Força

1 N = 0,2248 lb  
1 lb = 4,448 N

### Velocidade

1 mi/h = 1,47 pé/s = 0,447 m/s = 1,61 km/h  
1 m/s = 100 cm/s = 3,281 pé/s  
1 mi/min = 60 mi/h = 88 pé/s

### Aceleração

1 m/s<sup>2</sup> = 3,28 pé/s<sup>2</sup> = 100 cm/s<sup>2</sup>  
1 pé/s<sup>2</sup> = 0,3048 m/s<sup>2</sup> = 30,48 cm/s<sup>2</sup>

### Pressão

1 bar = 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup> = 14,50 lb/pol<sup>2</sup>  
1 atm = 760 mm Hg = 76,0 cm Hg  
1 atm = 14,7 lb/pol<sup>2</sup> = 1,013  $\times 10^5$  N/m<sup>2</sup>  
1 Pa = 1 N/m<sup>2</sup> = 1,45  $\times 10^{-4}$  lb/pol<sup>2</sup>

### Tempo

1 ano = 365 dias = 3,16  $\times 10^7$  s  
1 dia = 24 h = 1,44  $\times 10^3$  min = 8,64  $\times 10^4$  s

### Energia

1 J = 0,738 pé · lb  
1 cal = 4,186 J  
1 Btu = 252 cal = 1,054  $\times 10^3$  J  
1 eV = 1,602  $\times 10^{-19}$  J  
1 kWh = 3,60  $\times 10^6$  J

### Potência

1 hp = 550 pé · lb/s = 0,746 kW  
1 W = 1 J/s = 0,738 pé · lb/s  
1 Btu/h = 0,293 W

### Algumas aproximações úteis para problemas de estimação

|                               |                                   |
|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1 m $\approx$ 1 yd            | 1 m/s $\approx$ 2 mi/h            |
| 1 kg $\approx$ 2 lb           | 1 ano $\approx \pi \times 10^7$ s |
| 1 N $\approx \frac{1}{4}$ lb  | 60 mi/h $\approx$ 100 pé/s        |
| 1 L $\approx \frac{1}{4}$ gal | 1 km $\approx \frac{1}{2}$ mi     |

Obs.: Veja a Tabela A.1 do Apêndice A para uma lista mais completa.

---

## O alfabeto grego

|         |          |            |         |           |           |         |            |            |
|---------|----------|------------|---------|-----------|-----------|---------|------------|------------|
| Alfa    | A        | $\alpha$   | Iota    | I         | $\iota$   | Rô      | P          | $\rho$     |
| Beta    | B        | $\beta$    | Capa    | K         | $\kappa$  | Sigma   | $\Sigma$   | $\sigma$   |
| Gama    | $\Gamma$ | $\gamma$   | Lambda  | $\Lambda$ | $\lambda$ | Tau     | T          | $\tau$     |
| Delta   | $\Delta$ | $\delta$   | Mu      | M         | $\mu$     | Upsilon | $\Upsilon$ | $\upsilon$ |
| Épsilon | E        | $\epsilon$ | Nu      | N         | $\nu$     | Fi      | $\Phi$     | $\varphi$  |
| Zeta    | Z        | $\zeta$    | Csi     | $\Xi$     | $\xi$     | Chi     | X          | $\chi$     |
| Eta     | H        | $\eta$     | Omicron | O         | o         | Psi     | $\Psi$     | $\psi$     |
| Teta    | $\Theta$ | $\theta$   | Pi      | $\Pi$     | $\pi$     | Ômega   | $\Omega$   | $\omega$   |